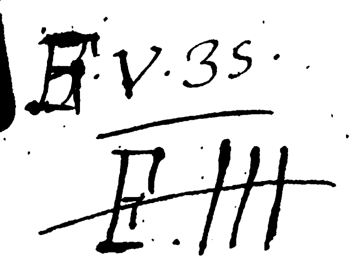

E V.35
E.111



COURS
DE
MATHEMATIQUE,

QUI COMPREND

Toutes les Parties de cette Science les plus utiles & les plus necessaires à un homme de Guerre, & à tous ceux qui se veulent perfectionner dans les Mathematiques.

TOME QUATRIEME.

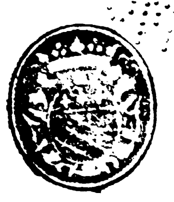
Qui contient la Mecanique & la Perspective.

Jacques

Par M. OZANAM, Professeur des Mathematiques.

NOUVELLE EDITION REVEUE ET CORRIGEE.





A PARIS,

Chez JEAN JOMBERT, prés des Augustins

M. DC. XCVII.


Jac: Ph: Spada.
Bonacorsi Equ: Jerosolomitan.
V. d. Gutvein fc.



PREFACE.



LA plûpart de ceux qui ont de l'inclination pour les Mathematiques, ne sont prevenus que des beautez sensibles de cette Science, ils sont touchez par les miracles qu'elle opere, ils sont ravis par l'admiration des spectacles qu'elle represente, ils veulent connoître ce qu'ils ont admiré, ils veulent faire ce qu'ils ne connoissent pas au commencement, & ils prennent plaisir à surprendre comme ils ont été surpris. La Mecanique & la Perspective, qui approchent le plus des choses sensibles, & qui entrent pour ainsi dire, dans les secrets de la Nature, peuvent être regardées comme les fruits de toutes les études qu'on a faites dans les autres Parties des Mathematiques, & si l'on peut comparer le Cours de cette Science à celuy de l'année, on prendra ce volume pour l'Automne ; à cause des fruits qu'il presente, & des plaisirs que l'on y prend, tout de même que les volumes precedens peuvent être comparez aux Saisons qui n'ont que des rigueurs, & qu'on passe avec peine.

Pour garder l'ordre naturel des connoissances, on ne peut se dispenser de traiter de la Mecanique, aprés avoir parlé des mesures & des proportions que l'on doit observer dans les Fortifi-

cations. Ce ne seroit rien que d'avoir tracé le Plan le plus juste, si l'on ne pouvoit executer le dessein qu'on a pris : & ce n'est pas assez que l'esprit ait conçû des Figures tres-exactes, & qu'il les ait bien exprimées sur le terrain, si le corps n'employe ses forces pour l'execution de ce dessein. Nôtre Art n'est pas Magique, il ne commande point aux Esprits avec des mots & avec des Figures, il n'agit que sur des Corps, il faut employer le materiel, le dur, & le pesant, pour resister quand on est attaqué ; ou pour attaquer quand on a droit de le faire, & qu'il s'agit de maintenir l'autorité des Princes, à qui Dieu a donné le pouvoir de se faire justice par la force de leurs Armes.

L'objet des Mecaniques est tout ce qui est pesant, ce qui est dur, & ce qui resiste au changement de place. Lorsqu'il ne s'agit que de donner du mouvement, c'est à la Mecanique à l'entreprendre, & comme ses effets sont visibles, ils ne peuvent être ni censurez, ni traitez d'imaginations ou de fables, comme l'a été l'Harmonie d'Amphion qui bâtissoit des Villes par la force de son chant.

Il n'y a rien de si simple que les principes de la Mecanique, la premiere de toutes ces Machines c'est un Levier, c'est à dire un simple bâton, on n'a qu'à appliquer ce bâton aux masses les plus pesantes, & luy donner en quelque endroit ménagé une Puissance quelque foible qu'elle soit, & avec cette foible Puissance il ébranle toute la masse, & la fait monter malgré toute sa resistance. C'est ce ménagement de force, dont je traiteray dans la premiere Partie de ce quatriéme Volume, & c'est en cela que consiste le secret

cret des Mecaniques, qu'on ne doit pas moins estimer à cause de ce nom, que l'usage a donné à la plûpart des Arts qui tirent leur prix de la necessité, & qui souvent sont plus ingenieux que ceux qui n'ont que le plaisir pour objet.

C'est à la Mecanique qu'on doit l'invention des Horloges à Rouës, & les nouvelles découvertes qui ont été faites de l'usage des nerfs, des muscles, & des vaisseaux, de la circulation admirable du sang, du mouvement des esprits, & de la maniere dont les sens operent, qui a été renduë si évidente, qu'on a été contraint de reconnoître que le Corps animé n'est qu'une Machine. Les nouveaux Medecins sortis des Ecoles des Mathematiciens ont poussé leur vûë encore plus avant, ils ont découvert par le moyen des instruments que l'Optique leur a fournis, les ressorts des Machines vivantes, abregez & recüeillis dans leurs semences, dont l'augmentation se fait par la chaleur qui étend les parties suivant les regles du mouvement.

Si l'on veut faire rendre compte aux autres Arts de ce qu'ils ont emprunté de la Mecanique, l'on trouvera qu'ils luy sont tous redevables de ce qu'ils ont de plus beau; par exemple la Peinture doit à la Mecanique la proportion des attitudes qu'elle donne aux Animaux, & c'est par les Loix de cette Science, que la Physique même explique les Systemes du mouvement des Astres, l'impossibilité de la rencontre des Atomes d'Epicure, les experiences surprenantes de l'Aimant, & tous les effets qui se font dans le vuide.

Ceux qui voudroient mépriser la Perspective qui fait la seconde Partie de ce Volume, pourroient dire qu'elle n'a été inventée que pour le plaisir de la vûë, & pour un plaisir d'autant plus blâma-

ble qu'il eſt accompagné d'erreur, & qu'il en dépend d'une telle maniere, qu'on ne trouve pas une Perſpective bien faite, à moins qu'elle ne trompe: car ſi elle découvre la verité, elle paſſe pour groſſiere, elle dégoute, & on ne la ſçauroit ſouffrir. On n'auroit point fait d'honneur à ces deux Peintres, dont l'un trompa les Oiſeaux, & l'autre ſon adverſaire, s'ils avoient expoſé la verité, c'eſt à dire ſi le premier avoit expoſé de veritables raiſins, & ſi le ſecond avoit couvert ſon Tableau d'un veritable rideau; mais parce qu'ils ont abuſé de la prevention des Bêtes & des Hommes, la memoire de leurs Ouvrages a paſſé à la Poſterité. Peut-on appeller la Perſpective un Art, diront-ils, puiſqu'elle ne travaille que ſur l'erreur, & que la tromperie eſt ſa matiere, auſſi-bien que ſa fin? on pourroit faire cet honneur à l'yvrognerie & à la folie, qui donnent des viſions encore plus trompeuſes; on pourroit faire cas des breuvages qui cauſeroient des ſonges tels que les voudroit celuy qui méleroit les drogues qui auroient cette vertu; cet Art ſeroit preferable à celuy de deviner par les ſonges, & devroit être plus eſtimé que la Perſpective, parce que les ſonges ont plus de durée, plus de varieté, & plus d'action. Enfin diront-ils, on ne void pas à quoy la Perſpective eſt bonne, ſi ce n'eſt pour le plaiſir, & quelquefois pour un divertiſſement blâmable, puiſque les Charlatans s'en ſervent pour abuſer les credules, & pour donner credit aux ſuperſtitions de la Magie.

Il eſt vray que le plaiſir eſt une des fins que ſe propoſe la Perſpective, & je ſerois bien fâché qu'elle n'eût pas ce charme qui la rend ſi precieuſe; mais elle n'eſt pas criminelle pour avoir des charmes, & parce qu'elle flatte un ſens qui ſemble n'être fait que pour les plaiſirs innocens. Le ſpectacle du Monde en quelque temps & en quelque lieu qu'on le voye, eſt

une admirable Perſpective, que Dieu a faite pour divertir les yeux, & pour repreſenter une partie de ſa grandeur par la belle diſpoſition des choſes viſibles: toutes les regles de la Perſpective y ſont obſervées, les éloignemens y ſont marquez par des couleurs plus confuſes, & comme on appelle aërées, & par les grandeurs racourcies à proportion que les objets s'éloignent davantage, ou ſont vûs ſous de plus petits angles. Ce ſont ces meſures & ces proportions que la Perſpective étudie, qu'elle imite, & qu'elle obſerve. Elle ne peut être blâmée avec juſtice, quand elle peut ſe juſtifier par l'imitation du prototype ou original que Dieu luy a tracé.

Qui ne diroit à voir des hommes d'un lieu extrémement éloigné & élevé, qu'ils ne ſont pas plus hauts que des naîns, & que les chevaux ne ſont pas plus gros que des moutons? Qui ne croiroit que les couleurs ſont toutes brunes, quand on les void d'un lieu où leur force ne peut aller pour ſe faire diſtinguer? Ce ne ſont pas des erreurs, ce ſont des neceſſitez que les loix de la Nature nous impoſent. On ne peut voir que par le miniſtere de la lumiere, & la lumiere ſe communique par des rayons ou lignes droites qui ne peuvent pas être paralleles, ni garder les mêmes diſtances entre elles, parce qu'il faut que pour ſervir de moyens aux yeux des hommes, elles s'y rencontrent en des points, où elles faſſent la peinture des objets, & forment des angles viſuels, dont l'ouverture fait juger de la grandeur ou de la petiteſſe des objets, ſelon que cette ouverture eſt plus grande, ou plus petite.

Ce n'eſt donc pas l'erreur que la Perſpective entreprend de cauſer, mais elle imite la verité qui nous repreſente par tout nôtre foibleſſe. La Perſpective ſuppoſe que nôtre vûë eſt ſujette à perdre la diſtinc-

 tion

tion de ses objets à mesure qu'elle s'en éloigne, & si elle represente cette foiblesse, c'est une verité, & non pas une erreur. Il n'y a point de comparaison à faire entre les beautez de la Perspective & les erreurs des songes, parce que ces songes n'ont aucunes regles, & que la Perspective en a de tres-certaines & invariables ; les songes ne produisent que du trouble, & jettent toûjours les hommes dans l'erreur, au lieu que la Perspective étudie la distinction, & l'observe exactement, afin de marquer les éloignemens & les distances, & empécher de croire que tout ce que l'on void, est également proche, ou éloigné de nous.

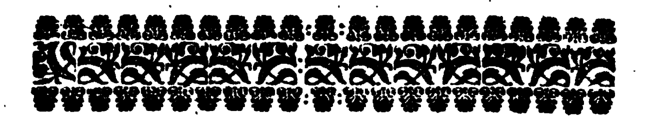
Si nous voulons faire justice à la Perspective, nous dirons que sa veritable fin est de découvrir l'erreur & de la corriger, en faisant voir que les differentes representations des objets sont fondées sur les regles certaines de la nature, & que tout ce qui surprend les hommes curieux des choses extraordinaires n'a rien de surnaturel ; que les spectacles les plus surprenans se font par l'observation de certaines mesures, & que le moindre de tous les hommes peut faire avec les regles de cette Science, que les Charlattans attribuent à l'Art magique, & au ministere des Demons. Ces representations qu'on a faites à Paris, où l'on a joüé les faux Sorciers avec des jeux de Perspective, ont plus détrompé le menu Peuple de sa sotte facilité à croire les choses extraordinaires, que tout ce que la politique auroit pû inventer pour purger le monde d'une curiosité toûjours pernicieuse.

Je ne traiteray pas ici de la Perspective qui regarde les couleurs, & je ne m'arrêteray pas à rendre raison de ces jeux que la Dioptrique & la Catoptrique font pour divertir les yeux, & pour faire admirer

les

les variations des couleurs & des apparences, ce sera pour les Recreations Mathematiques que je reserve ces curiositez. Je ne parle ici que des principes de la Perspective, & des regles assurées qu'elle a établies pour discerner les effets des éloignemens, & pour prendre les hauteurs & les racourcissemens de tous les objets proches, ou éloignez ; pour enseigner aux Peintres la perfection de leur Art, les hauteurs, & les mesures des Figures, des Meubles, des pieces d'Architecture, la hauteur qu'ils doivent donner aux statuës, la pente que doivent avoir les Bâtimens, & l'angle pour le Point de vûë, afin que tout paroisse dans une juste proportion ; aux Architectes & aux Ingenieurs, la representation de leurs desseins dans un petit espace, en élevant une partie de leurs Ouvrages, & en laissant l'autre en plan : & enfin pour donner des regles aux Orfévres, aux Brodeurs, aux Peintres en argent, en soye, & en laine, aux Menuisiers de marqueterie, ou de placage ; & à tous ceux qui se mêlent de desseins & de Peinture.





TABLE

Des Titres contenus dans la Mecanique.

PROP. III.

CHA-

CHAPITRE II.

Du Levier.

CHA-

CHAPITRE III.

De la Poulie.

CHAPITRE IV.

De la Rouë par son Aissieu.

CHAPI-

CHAPITRE VII.

Des Machines composées.

LIVRE SECOND

De la Statique.

CHAPITRE I.

De la décente libre des Corps pesans.

CHAPITRE II.

De la décente des Corps pesans sur les Plans inclinez.

CHAPITRE III.

Du Centre de gravité.

SECTION I.

Du Centre de gravité des Lignes.

tres

SECTION II.

Du Centre de gravité des Plans.

SECTION III.

Du Centre de gravité des Solides.

LIVRE TROISIE'ME.

De l'Hydrostatique.

CHAPITRE I.

Des Theorêmes.

THEOR.

CHAPITRE II.

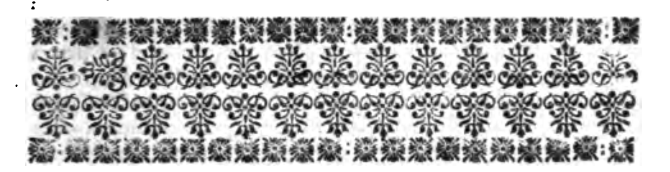
Des Problêmes.

CHAPITRE III.

Des Machines Hydrauliques.

Fin de la Table des Titres.

TRAITE'



TRAITÉ DE MECANIQUE.



LA Mecanique est une Science qui à l'aide des Machines enseigne le moyen de faire commodément & facilement mouvoir les Corps pesans, ce qui luy a aussi donné le nom de *Forces Mouvantes*. On l'appelle aussi *Ingenieuse*, parce qu'elle dresse avec esprit des Machines ingenieuses, dont les unes se meuvent d'elles-mêmes, courent, sautent, & volent, & les autres levent & portent des fardeaux prodigieux, & ont des effets étranges & surprenans. On l'appelle encore *Statique*, parce qu'elle examine non-seulement les proprietez de la Pesanteur & du Mouvement local, mais encore les Centres de Gravité, l'Equilibre & la Décente des Corps naturels.

Neanmoins nous considererons ici la Statique comme une partie de la Mecanique, laquelle nous diviserons en deux Livres, dont le premier traitera des Machines simples & composées, & le second de la Statique. Nous ajoûterons un troisiéme Livre, qui donnera les principes de l'Hydrostatique.

DEFINITIONS.

I.

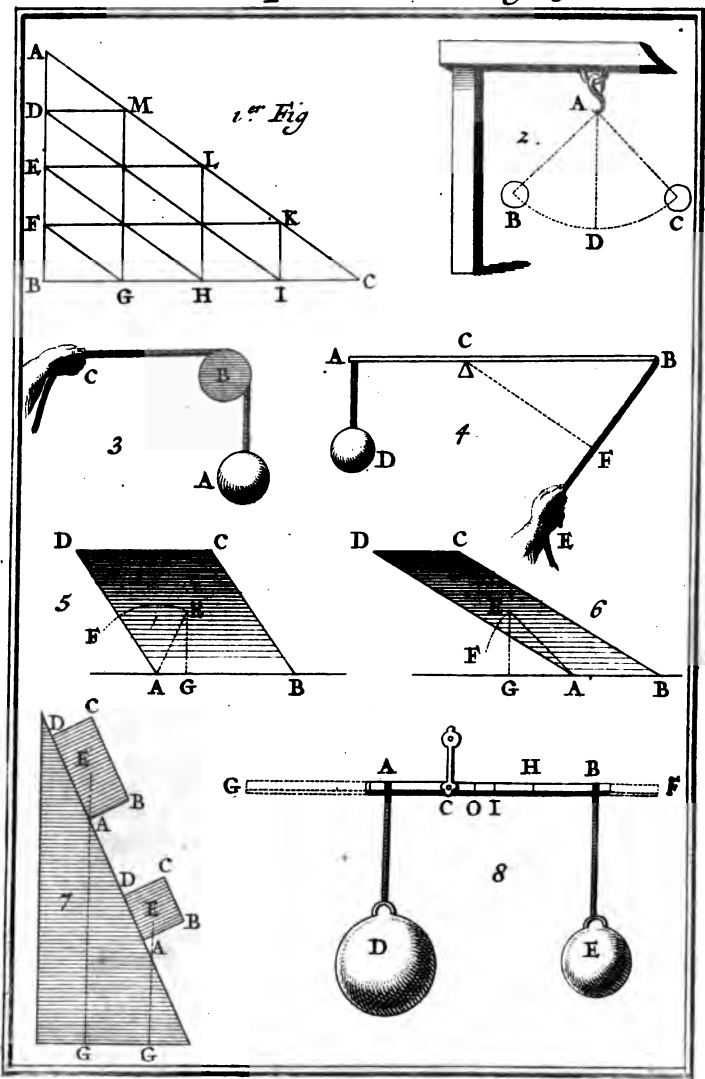
LE *Mouvement* en general est le changement d'une chose : & lorsque ce changement se fait en la substance de la chose, on l'appelle *Generation*, ou *Corruption*, qui appartient à la Physique : mais quand il arrive selon la quantité de la chose, il est appellé *Accroissement*, ou *Diminution*, qui appartient à la Geometrie : & enfin quand il se fait selon le lieu on le nomme *Mouvement local*, qui appartient à la Mecanique, & que

par consequent nous considererons ici particulierement. Ainsi nous dirons que le *Mouvement local*, est le changement de place, ou le passage continuel d'un corps qui se meut d'un lieu à un autre, soit en son tout, soit en ses parties seulement : Ce Mouvement peut être *Egal*, qui est celuy par lequel le Corps qui se meut, & qu'on appelle *Mobile*, parcourt des espaces égaux dans des temps égaux, comme le Mouvement des Corps Célestes, lequel se faisant en rond, ne doit recevoir aucune alteration, parce qu'il se fait autour d'un centre qui est également éloigné: & *Inégal*, qui s'augmente continuellement, lorsqu'il n'est point interrompu, comme le Mouvement des Corps Terrestres, qui n'est pas uniforme, lorsqu'ils tombent librement vers le centre de la Terre, comme l'experience le fait connoître tous les jours.

Galilée appelle ce Mouvement inégal, qui est le Mouvement naturel des Corps pesans, *Mouvement uniformément acceleré*, parce que l'experience luy a fait connoître, que le Corps qui se meut en tombant librement de haut en bas, acquiert en temps égaux de sa chute des degrez égaux de vîtesse : c'est à dire qu'en divisant le temps de la chute en parties égales, que nous appellerons *Momens*, la vîtesse du Mobile au second Moment est double de celle qu'il a acquise au premier, qui se compte depuis le commencement de sa chute : & que pareillement la vîtesse du troisiéme Moment est triple de celle du premier, & la vîtesse du quatriéme Moment quadruple de celle du même premier, & ainsi des autres, ce qui convient assez bien aux experiences qui en ont été faites.

D'où il suit que les espaces parcourus par le Mobile, sont en Raison doublée, ou comme les Quarrez des Momens, ou des Vîtesses, parce que l'on suppose que les Momens croissent comme les Vîtesses, & que les espaces parcourus sont en Raison composée de celles des Momens & des Vîtesses : c'est à dire que si la chute du Corps pesant se fait par exemple en 10 minutes de temps, & qu'à la premiere minute qui passe pour un Moment, le Corps décende d'une lieuë, au second Moment il décendra de quatre lieuës, & au troisiéme Moment il sera décendu de neuf lieuës, & ainsi en suite en comptant depuis le point du repos, selon les quarrez des Nombres naturels 1, 4, 9, 16, 25, &c. de sorte qu'à la dixiéme Minute l'espace parcouru sera de cent lieuës.

D'où il est aisé de conclure, que dans chaque Moment, ou chaque Minute, les espaces parcourus croissent les uns par dessus les autres, selon la suite des nombres impairs 3, 5, 7, 9, &c. qui sont les differences des quarrez 1, 4, 9, 16, 25, &c. de sorte que si le Mobile décend dans la premiere Minute d'une lieuë, l'espace qu'il parcourra depuis la premiere jusqu'à la seconde Minute sera de trois lieuës, ou triple


1.er Fig
A
D
M
E
L
F
K
B
G
H
I
C
2.
A
B
D
C
3
C
B
A
4
A
C
B
D
F
E
5
D
C
E
F
A
G
B
6
D
C
E
F
G
A
B
7
D
C
E
B
A
D
C
E
B
A
G
G
8
G
A
H
B
F
C O I
D
E

du premier : & l'espace qu'il parcourra depuis la seconde jusqu'à la troisiéme Minute, sera de cinq lieuës, ou quintuple du premier, &c.

Parce que *par* 4. 6. les Triangles semblables sont entre eux comme les quarrez de leurs côtez homologues, on peut considerer les espaces parcourus dans des Momens égaux, comme des Triangles semblables, & les Momens & les Vîtesses, comme les côtez homologues des mêmes Triangles. Cela s'entendra mieux par le Triangle ABC, que nous prendrons pour l'espace parcouru par le Mobile, qui a tombé par exemple en quatre minutes de temps, dont la mesure sera le côté AB, la Base BC representant la vîtesse que le Corps a acquise en tombant. Planche 1. 1. Fig.

Si l'on divise le temps AB, & la vîtesse BC, chacun en quatre parties égales, parce que le temps de la chute a été supposé de quatre minutes, chacune des parties AD, DE, EF, FB, de la ligne AB representera une minute, ou un Moment, & chacune des parties BG, GH, HI, IC, de la ligne BC, representera un degré de vîtesse, parce que nous avons supposé que les Vîtesses & les Momens croissent continuellement en même proportion.

Si l'on joint les points de division des deux côtez AB, BC, par des lignes paralleles au troisiéme côté AC, & que par les mêmes points de division l'on tire aux deux mêmes côtez AB, BC, des lignes paralleles, le Triangle ABC se trouvera divisé en seize petits Triangles égaux entre eux, qui luy seront semblables.

Ensuite de cette construction, & de la supposition que nous avons faite, on connoîtra aisément que la ligne AD representant le premier Moment de la Chute d'un Corps, la ligne DM, ou BG son égale, representera la Vîtesse acquise par le Corps tombant dans le premier Moment, & le Triangle ADM representera l'espace parcouru par ce Corps avec un degré de Vîtesse. On connoîtra pareillement que la ligne AE representant le second Moment de la chute du Mobile, la ligne EL, ou BH son égale, representera la Vîtesse acquise par le Mobile tombant dans le second Moment, & le Triangle AEL representera l'espace parcouru par ce Mobile avec deux degrez de Vîtesse, lequel espace AEL est bien quadruple du premier ADM, &c.

II.

Le *Mouvement de Vibration*, est un Mouvement circulaire d'un Corps, qui est ordinairement Spherique, comme B, ou C, qu'on appelle *Pendule*, parce qu'il est suspendu par un filet inflexible AB, ou AC, attaché au point fixe A, qu'on nom- 2. Fig.

Planche 1. 2. Fig.

nomme *Centre de Mouvement reciproque*, parce que c'est autour de ce point A que le Pendule se meut, quand on l'a ôté du lieu D le plus bas, qui est le lieu de son repos, pour y retourner, en allant & en revenant deçà & delà à l'égard de ce point D, par des arcs de Cercle, comme BDC, qu'on appelle *Vibration simple*, quand le Poids est venu depuis B, jusques en C, pour le distinguer de la *Vibration composée*, qui est l'arc BDC redoublé décrit par le Mouvement reciproque du Poids, lorsque de B il est allé en C, & que de C il est revenu environ au même point B, d'où il avoit commencé à se mouvoir. La lougueur AB, ou AC, du filet inflexible, en la prenant depuis le centre A du Mouvement jusqu'au centre du Pendule, se nomme *Longueur du Pendule*.

Toutes les Vibrations d'un même Pendule, soit grandes ou petites, sont à peu prés d'une égale durée, c'est à dire qu'un Pendule demeure environ autant de temps à revenir de C vers B, qu'il en a employé pour aller de B en C. Mais les Pendules de differentes longueurs ont un nombre inégal de Vibrations en temps égal, parce que celles d'un Pendule d'une certaine longueur sont d'une plus grande durée que celles d'un autre Pendule, dont la longueur est plus petite: & l'on a connu par plusieurs experiences, comme nous avons déja dit dans la Geometrie, que les longueurs de deux Pendules sont reciproquement proportionnelles aux quarrez des nombres de leurs Vibrations en temps égal, c'est à dire que la longueur du premier Pendule, est à celle du second, comme le quarré du nombre des Vibrations de ce second dans un certain temps, est au quarré du nombre des Vibrations du premier dans le même temps.

On observe dans les Corps liquides, comme dans l'Eau, un autre Mouvement circulaire, qu'on appelle *Mouvement d'ondulation*, qui se fait en jettant dans l'Eau un Corps pesant, qui fait tourner les parties de l'eau en cerle, ce qui s'appelle *Ondulation*.

III.

La *Pesanteur* qu'on appelle aussi *Poids*, & *Gravité*, est l'inclination naturelle qui se trouve dans les Corps pesans, pour se mouvoir lorsqu'ils ne sont point soûtenus, & se porter en bas vers le Centre de la Terre, lequel à cause de cela est appellé *Centre des Graves*.

On appelle *Pesanteur Specifique*, ou *Gravité Specifique* d'un Corps pesant, celle qui procede de la densité des parties materielles, dont il est composé, qui fait que ce Corps pese plus qu'un autre de même Volume. Ainsi l'on connoît que la Gravité specifique de l'Eau est plus grande que celle de l'Huile, que

la

la Pesanteur specifique de l'or est plus grande que celle de l'argent, &c.

Mais on appelle *Pesanteur absoluë* d'un Corps pesant, la force qu'il a de décendre librement dans un Milieu liquide, lorsqu'il ne touche à quoy que ce soit qu'aux parties de ce Milieu; comme la Pesanteur absoluë d'une pierre qui est dans l'Air, est la force qu'elle a de décendre librement, lorsqu'elle ne touche à quoy que ce soit qu'aux parties de l'Air.

Enfin on appelle *Pesanteur relative* d'un Corps pesant, que les Latins appellent *Momentum*, & les Grecs *Rhope*, la force que ce Corps a de décendre étant appliqué à quelqu'autre chose qu'aux parties du Milieu, comme sur un Plan incliné, ou bien à l'extremité d'un Levier ou d'une Balance, où il arrive souvent que ce Corps contre-pese à un plus grand, ce qui s'appelle *Equilibre*, selon qu'il est plus éloigné du Centre de Mouvement. Il est évident que la Pesanteur absoluë est plus grande que la Pesanteur relative, qui est composée de la Pesanteur absoluë, & de la distance du Point fixe, qui fait agir le Corps pesant avec plus ou moins de facilité, selon qu'il est plus ou moins éloigné du Point fixe.

IV.

La *Puissance* est tout ce qui peut mouvoir un Corps pesant, & c'est à cause de cela qu'on l'appelle aussi *Force Mouvante*. Ainsi la Pesanteur ou le Poids est une Puissance par rapport au Corps pesant qu'elle peut mouvoir, & cette Puissance s'appelle *Puissance inanimée*, à la difference de celle qui est *Animée*, comme la Puissance d'un Animal.

La *Quantité d'une Puissance* s'estime par la quantité de la Pesanteur du Corps qu'elle soûtient, en le tirant ou en le poussant de bas en haut, simplement dans la ligne selon laquelle il tend à décendre. Ainsi on dira qu'une Puissance est *Double*, ou *Triple* d'une autre Puissance, quand elle soûtiendra le double, ou le triple de cette autre.

V.

Le *Centre du Mouvement* d'un Corps pesant, ou le *Point fixe*, que les Latins appellent *Anse*, & les Grecs *Hypomoclion*, ou *Point d'appuy*, est celuy par lequel le Corps est arrêté, & autour duquel on le peut mouvoir. Ce Point est dans une Balance celuy où elle est suspenduë, & dans le Levier, celuy où cette Machine est appuyée.

VI.

Le *Centre des Pesanteurs*, ou le *Centre de Gravité* d'un Corps pesant, est un point par lequel le Corps étant soûtenu, toutes les parties du Corps, qui sont autour de ce point, se contre-balancent les unes les autres, & s'empêchent reciproquement de décendre, de sorte que quelque situation que l'on donne à ce Corps, il ne panche pas plus d'un côté que de l'autre, & demeure toûjours en cette situation.

Il est évident que le Centre de gravité s'uniroit au Centre des Graves, si le Corps y pouvoit décendre : & que ce Centre de pesanteur en un Corps pesant regulier & homogéne, est le même que son *Centre de grandeur*, qui est un point de ce Corps autant qu'il est possible également éloigné des extremitez.

On appelle *Corps homogéne* celuy dont la matiere est uniforme, & par tout également pesante : & *Corps heterogéne*, celuy qui est composé de matieres diverses en pesanteur. Il est évident qu'un Corps liquide n'a point de luy-même de centre de pesanteur, parce que ses parties sont détachées les unes des autres, & qu'elles sont dans un continuel mouvement, comme l'Eau, & tout ce qu'on appelle liqueur.

Il en est de même d'un Corps fluïde, quoy qu'un Corps fluïde ne soit pas tout à-fait la même chose qu'un Corps liquide : car le *Corps liquide* est celuy qui étant en suffisante quantité coule continuellement, & s'étend au dessous de l'Air, jusqu'à ce que sa surface superieure se soit mise de Niveau : & le *Corps fluïde* est celuy qui se laisse traverser aisément, & dont les parties separées se réünissent aussi-tôt, comme l'Air, la Flamme, l'Eau, l'Huile, le Mercure, ou le Vif-Argent, & les autres liqueurs.

VII.

La *Ligne de direction* d'un Corps pesant, ou d'une Puissance, c'est la ligne droite dans laquelle ce Corps, ou cette Puissance tend à se mouvoir. Dans un Corps pesant, c'est la ligne droite, dans laquelle ce Corps pesant tend à décendre : & dans une Puissance, c'est la ligne droite, par laquelle cette Puissance tire ou pousse un Poids, pour le soûtenir, ou pour le mouvoir.

Planche 1. 3. Fig. Comme si le Poids A est suspendu au point B, par le filet AB, ce Poids A, par sa pesanteur tend à décendre selon la ligne AB, qui est sa Ligne de direction, mais si le filet AB passant par dessus une Poulie B, se continuë vers C, où il y ait une Puissance qui empêche le Poids A de décendre, en le tirant,

rant par la ligne BC, cette ligne BC est la Ligne de direction de la Puissance en C. Planche 1. 3. Fig.

VIII.

L'*Application d'une Puissance à un Levier* est l'angle que fait la Ligne de direction de cette Puissance avec le Levier. 4. Fig. Comme si AB est un Levier, dont le Point fixe soit C, & qu'une Puissance en E soûtienne le Poids D suspendu à l'extremité A, par le filet AD, en sorte que la Ligne de direction de cette Puissance soit la droite BE; l'Angle ABE que fait cette Ligne de direction BE avec le Levier AB, est l'Application de la Puissance à ce Levier AB. Nous démontrerons dans la suite qu'une Puissance étant appliquée à Angles droits est capable d'un plus grand effet que si elle étoit appliquée à Angles obliques, parce que dans ce cas elle s'approche plus du Point fixe, comme vous allez voir par la Définition suivante.

IX.

La *Distance d'une Puissance*, ou *d'un Poids*, est une ligne perpendiculaire tirée du Point fixe d'une Machine sur la Ligne de direction. Comme si la Ligne de direction de la Puissance en E est la droite BE, sa perpendiculaire CF, qui part du point fixe C, du Levier AB, sera la Distance de la Puissance, comme si cette Puissance étoit en F, laquelle Distance seroit égale à la ligne BC, si la Ligne de direction BE luy étoit perpendiculaire. C'est pourquoy la Distance du poids D, dont la Ligne de direction AD, est perpendiculaire au Levier AB, sera la partie AC, comme si le Poids étoit en A.

X.

Le *Centre de Percussion*, est le Point par lequel un Corps en se mouvant heurte avec le plus grand effort contre un autre Corps qui s'oppose à son mouvement. Il est évident que le Centre de percussion est à l'égard des Vîtesses, ce que le Centre de gravité est à l'égard de la pesanteur.

SUPPOSITIONS.

I.

QUoique la surface de la Terre soit convexe ou courbe, nous en supposerons neanmoins une petite partie comme plane, ou platte, parce que les sens la font juger telle,

& qu'à l'égard des Machines cette supposition ne sauroit tromper, à cause de la petite étenduë d'une Machine, si grande qu'elle puisse être, à l'égard de toute la Surface de la Terrre.

II.

Les Corps pesans, quand ils tombent librement, tendent au *Centre des Graves*, ou au Centre de la Terre par des lignes droites perpendiculaires à sa Surface, & par consequent paralleles entre elles.

Cette supposition est une suite de la precedente, quoy qu'à la rigueur elle soit fausse comme la precedente, étant certain que les lignes droites qui se rencontrent en un point, ne sçauroient être paralleles entre elles. Néanmoins il n'y a point de danger de les supposer telles, parce que les Corps que nous comparons ensemble, sont si proches les uns des autres, & le concours de leurs Lignes de direction si éloigné de nous, qu'elles peuvent passer pour paralleles sans aucune erreur sensible.

D'où il suit que deux Murailles opposées d'une Chambre quarrée, faites exactement à la Regle & au Plomb sont Paralleles entre elles, quoy qu'à la rigueur Mathematique on puisse dire qu'elles sont plus écartées l'une de l'autre par en haut que par en bas, parce que la difference est trop petite, pour pouvoir être remarquée par nos sens.

III.

Les Corps dont la Gravité specifique est plus grande, lorsqu'ils ne sont point retenus, s'approchent plus prés de la Terre, que ceux dont la Pesanteur specifique est moindre. Ainsi l'on void par experience, que le Bois, l'Huile, la Cire, & plusieurs autres Corps, qui sont d'une Gravité specifique moindre que l'Eau, nagent dessus cette Eau, & que si on les retient par force au fond de l'Eau, ils s'élevent au dessus de la même Eau, lorsqu'ils sont laissez en liberté. On void aussi que les Corps d'une Gravité specifique plus grande que celle de l'Eau, comme la Pierre & les Métaux tombent au fond de l'Eau.

IV.

Toutes les parties d'un Corps dur sont en repos, & sont unies les unes avec les autres. On appelle *Corps dur* celuy que l'on peut traverser difficilement, & dont les parties étant separées, quand il est traversé, ne se rejoignent pas, à la difference du Corps fluïde, comme l'Eau, que l'on traverse facilement

ment & dont les parties étant separées, en y enfonçant par exemple un bâton, se réüniflent d'abord en ôtant le bâton.

V.

La Pesanteur d'un Corps dur se décharge sur ce qui le soûtient. L'experience fait connoître par exemple, que quand on soûtient un seau plein d'eau pendu par une Corde, on ressent toute la pesanteur du Seau, de l'eau, & de toute la corde, qui passent pour un seul Poids: & que pareillement lorsqu'on retient un Bâton par le bout, on supporte tout le Poids de ce Bâton.

VI.

Quoyque les Machines dont on se sert dans la Mecanique pour élever des Corps d'une Pesanteur énorme, soient tres-imparfaites, étant impossible qu'elles ayent toute la justesse & toute la perfection que la Theorie demande, néanmoins on ne laissera pas dans la suite de les supposer sans aucune imperfection, afin que par cette supposition l'on puisse tirer des consequences justes, & prévoir assez bien les effets des Machines, par des raisonnemens tirez des suppositions precedentes, & des Axiomes suivans. De sorte que nous supposerons les Corps entierement durs, & parfaitement polis, & d'une matiere homogéne: les Lignes parfaitement droites, sans aucune pesanteur, ni grosseur, ni flexibilité, si ce n'est quand il en sera fait une mention expresse: les cordes extrémement souples, &c.

AXIOMES.

I.

LE *Centre de Gravité* est un point indivisible, c'est à dire, qu'un Corps pesant ne peut pas avoir deux Centres de pesanteur differens: & comme nous avons déja dit, aux Corps pesans reguliers & homogénes, le Centre de pesanteur est le même que le Centre de grandeur.

II.

Les diverses pesanteurs de differens Corps homogénes & de même matiere, sont entre elles comme les Masses ou Solidìtez de ces Corps. Comme si un pied cubique d'une certaine matiere homogéne pese par exemple, une Livre, deux pieds cubiques de la même matiere peseront deux Livres.

D'où

D'où l'on tire la maniere de trouver la pesanteur d'un Corps homogéne par sa solidité connuë en pieds ou en pouces cubiques, ou bien sa solidité par sa pesanteur connuë en Livres, ou en Onces ayant une fois connu par le moyen d'une Balance la pesanteur d'un Corps homogéne de la même matiere, & par la Geometrie sa solidité: aprés quoy on pourra aisément connoître par la Regle de trois directe la solidité du Corps proposé, dont on connoît la pesanteur, ou bien la pesanteur du Corps proposé, dont on connoît la solidité, &c.

III.

La Pesanteur d'un Corps homogéne est également distribuée dans toutes ses parties: & si cette Pesanteur étoit reduite au Centre de Gravité de ce Corps, elle le mouvroit encore comme elle le mouvoit auparavant, car c'est le centre de Gravité qui regle tout. Ainsi quand nous avons dit, que les Corps pesans tendent à décendre par des lignes droites qui vont au Centre de la Terre, cela se doit entendre à l'égard de leur Centre de pesanteur: & l'on peut dire que la *Ligne de direction* d'un Corps Pesant, qui décend librement, est une ligne droite tirée du Centre des Graves par le Centre de Gravité de ce Corps.

IV.

Un Corps pesant décend toûjours au lieu le plus bas, où il peut aller, lorsqu'il ne rencontre point quelqu'autre Corps qui s'oppose à sa décente, ce qui se doit entendre à l'égard de son Centre de Gravité, où se fait le principal effort de décendre, de sorte qu'afin que le Corps se meuve, il faut que le Centre de pesanteur puisse décendre, autrement le Corps ne bougera point.

Planche 1. 5. Fig. Ainsi l'on void que le Corps incliné ABCD, qui est posé sur un Plan Horizontal, ne sçauroit tomber vers la partie D, où il s'incline, parce que son Centre de pesanteur E monteroit, comme l'on connoîtra en décrivant du point A, comme Centre, l'arc de Cercle EF, qui est celuy que feroit le Centre de pesanteur E, autour du point A, si le Corps ABCD pouvoit tomber, parce qu'une partie de cet arc s'éleve au dessus du point E.

6. Fig. Mais on void que le Corps incliné ABCD, qui s'appuye sur un Plan Horizontal, doit necessairement tomber vers la partie D, où il s'incline, parce que son Centre de pesanteur E peut décendre comme l'on connoîtra en décrivant comme auparavant, du point A, par le point E, l'arc de Cercle

EF

EF, qui est celuy que fera le Centre de pesanteur E autour du point A, lorsque le Corps ABCD tombera, parce que tous les points de cet arc s'abaissent au dessous du point E comme il est aisé à démontrer. Planche 1. 6. Fig.

Ainsi l'on void qu'afin qu'un Corps demeure ferme sur quelque appuy que ce soit qui ne soit point incliné, il faut que sa Ligne de direction tombe en quelque part dans le pied ou la base de ce Corps, qui trébuchera necessairement, lorsque sa Ligne de direction tombera hors de cette base comme en la *Fig. 6.*

D'où il suit que d'autant plus petite sera la base du Corps, quand mêmes il ne seroit pas incliné, d'autant plus facilement il pourra trébucher, parce que le moindre changement est capable de faire sortir sa Ligne de direction hors de son pied : ce qui fait qu'une boule roule facilement sur un Plan, & qu'une aiguille ne peut pas se soûtenir sur sa pointe.

Il s'ensuit aussi que plus la base du Corps est large, plus facilement il se soûtiendra, parce qu'il faut un plus grand changement pour faire sortir sa Ligne de direction hors de cette base. Ainsi l'on ne doit pas s'étonner, si l'on void des Tours inclinées, comme celle de Boulogne, & des Escaliers, qui semblent menacer de ruïne, sans tomber.

On void aussi facilement que si le Plan qui soûtient le Corps ABCD, est incliné, ce Corps glissera lorsque sa Ligne de direction tombera en quelque point de sa base AD : & qu'il roulera lorsque sa Ligne de direction EG tombera hors la même base AD, comme il arrivera au Corps ABCD, qui est au dessous de l'autre marqué par les mêmes lettres. 7. Fig.

D'où il suit qu'une Boule posée sur un Plan incliné, comme sur un Toit, doit rouler incessamment jusqu'à ce qu'elle ait trouvé le lieu le plus bas, parce que sa Ligne de direction n'étant point perpendiculaire à ce Plan, puisqu'elle est perpendiculaire à l'Horizon, ne sçauroit passer par son pied, qui est un point presque indivisible, où elle touche le Plan.

Nous observons naturellement cette Loy de Mecanique dans toutes les rencontres, pour nous empêcher de tomber, comme quand nous nous voulons lever, lorsque nous sommes assis, nous recourbons le Corps, en sorte que la Ligne de direction de nôtre Corps passe par nos pieds, sur lesquels nous nous appuyons, quand nous commençons à nous lever.

Les Peintres & les Sculpteurs doivent avoir égard à observer cette Loy, c'est à dire qu'ils doivent prendre garde à ne pas donner à leurs figures des Attitudes, que naturellement ils ne sçauroient avoir.

Les Animaux observent aussi naturellement la même Loy pour se soûtenir & s'empêcher de tomber.

Il s'ensuit aussi que le Corps B, ou C, qui est suspendu au point 2. Fig.

Planche 1. 2. Fig. point A, demeurera en repos, lorsque sa Ligne de direction passera par ce point A, parce qu'il arrivera au lieu le plus bas D, d'où si l'on tire ce Poids, il y reviendra de luy-même par sa propre pesanteur, parce que son Centre de Gravité peut décendre, mais il ne s'y arrêtera pas qu'aprés un certain nombre de Vibrations causées par la Vitesse qu'il acquerra en y voulant aller, ce qui l'obligera à en sortir & à remonter par un *Mouvement violent*, c'est à dire par un Mouvement qui luy est imprimé contre sa nature.

Ce que nous avons dit du Centre de pesanteur d'un Corps pesant, se doit aussi entendre du *Centre commun de Gravité* de deux Corps pesans, qui est le point d'un Levier ou d'une Balance, autour duquel ces deux Poids attachez à ce Levier ou à cette Balance, demeurent en Equilibre; parce que ces deux Poids peuvent être considerez comme un seul, dont le Centre particulier de pesanteur est le même que le Centre de Gravité commun à ces deux Poids separez.

C'est à dire que comme les Corps pesans ne se meuvent que pour décendre, & qu'ils décendent toûjours autant qu'ils peuvent, soit qu'ils le fassent par inclination, soit qu'ils soient portez par quelque principe étranger; Si la décente de deux Corps l'un à l'autre est empêchée, ils se mettront dans la situation dans laquelle il restera moins de Mouvement à faire au Centre de Gravité pour achever leur décente.

V.

Deux Poids égaux qui sont attachez par leurs Centres de pesanteur aux deux extremitez d'une Balance suspenduë par le milieu, c'est à dire dont le Point fixe est precisément au milieu de ces deux Poids, sont en Equilibre, parce qu'étant égaux, il n'y a point de raison qui oblige l'un à décendre plûtôt que l'autre.

V I.

Si une Puissance peut soûtenir un Poids à l'aide d'une Machine, une Puissance plus grande de si peu que l'on sçauroit imaginer, sera capable de le mouvoir.

V I I.

Si deux Poids étant suspendus à certaines distances du Point fixe sont en Equilibre, deux autres Poids égaux à ces deux, & mis en leur place, seront aussi en Equilibre.

VIII.

Un Poids égal à la pesanteur d'un Corps étant suspendu par le Centre de Gravité de ce Corps, fait le même effet que la pesanteur du Corps, laquelle dans ce cas doit être considerée comme rien.

Cet Axiome est équivalant au troisiéme, car faire pendre du Centre de pesanteur d'un Corps un Poids égal à cette pesanteur, c'est la même chose que de reduire la même pesanteur au Centre de Gravité.

IX.

Le Poids ou la Puissance qui pousse ou tire un certain point de sa Ligne de direction, pousse ou tire de la même façon tous les autres points, qui sont dans la même Ligne de direction.

Comme si une Puissance appliquée en E soûtient le Poids D, en tirant par la Ligne de direction EB, cette Puissance tirera de la même façon tous les points de la même Ligne EB. Planche 1. Fig. 4.

D'où il suit qu'on ne changera point l'effet de la Puissance, si au lieu de la placer en E, on la place en F, ou en quelqu'autre point de la même Ligne de direction EB.

Il s'ensuit aussi que le Poids D pese autant proche de la Terre que lorsqu'il en est un peu plus éloigné parce qu'on n'attribuë aucune pesanteur à la Corde AD, qui le soûtient.

Il s'ensuit encore qu'une Puissance qui s'applique à Angles obliques, a moins de force que celle qui s'applique à Angles droits, & qui par consequent est plus éloignée du Point fixe, ce qui augmente sa force, comme il est évident, *par Prop.* 1. de la Balance, dont nous allons parler dans le Livre suivant.

LIVRE



LIVRE PREMIER.

DES MACHINES SIMPLES ET COMPOSE'ES.

ON appelle *Machine* tout ce à l'aide de quoy on peut procurer, ou empêcher le Mouvement : & *Machine simple* ce que proprement on appelle *Organe*, ou *Instrument*, celle qui est composée d'une seule piece, comme le Levier.

On compte ordinairement six Machines simples, sçavoir la *Balance*, le *Levier*, la *Poulie*, la *Roüe avec son Aissieu*, le *Coin* & la *Vis*, dont nous allons traiter par ordre dans les Chapitres suivans.

CHAPITRE I.

De la Balance.

LA *Balance* est une Verge droite inflexible, & sans pesanteur, mobile autour d'un Point fixe, & chargée de part & d'autre à l'égard de ce Point fixe d'un ou de plusieurs Poids, qui luy sont attachez par leurs propres Centres de Gravité.

On dit qu'une Balance est *Horizontale*, quand elle est parallele à l'Horizon : & *Inclinée* quand elle panche plus d'un côté que d'autre vers l'Horizon. Le Point fixe divise la Balance en deux parties qu'on appelle *Bras de la Balance*, lesquels font ensemble ce qu'on appelle *Fleau*, ou *Joug* de la Balance.

PRO-

PROPOSITION I.

Theoreme.

Si deux Poids attachez aux extremitez d'une Balance horizontale sont entre eux reciproquement comme leurs distances du Point fixe, ils seront en Equilibre.

JE dis que si des deux extremitez A, B, de la Balance horizontale AB, dont le Point fixe est C, il pend les deux Poids D, E, dont le premier D, soit au second E, reciproquement comme la distance BC de ce second, à la distance AC du premier, ces deux Poids D, E, seront en Equilibre autour du Point C, de sorte que ce Point C sera leur Centre commun de pesanteur. Planche 1. 8. Fig.

Preparation.

Prolongez le Bras AC de la Balance vers G, en sorte que la ligne AG soit égale à l'autre Bras BC, & pareillement le Bras BC vers F, en sorte que la ligne BF soit égale à l'autre Bras AC: & alors le Point fixe C sera precisément au milieu des deux Points F, G, c'est à dire que les deux parties CF, CG, seront égales entre elles, de sorte que si l'on considere la ligne FG comme un Cylindre homogéne, le Point fixe C, qui est son Centre de grandeur, *par Défin.* 6. sera son Centre de pesanteur, *par Ax.* 1. Transportez encore AG en AH, ou ce qui est la même chose, BF en BH, parce que si des deux lignes égales AH, BC, on ôte la ligne commune CH, il restera la ligne AC, ou BF égale à BH. Ainsi considerant les deux lignes GH, FH, comme deux Cylindres homogénes, & de bases égales jointes au point H, leurs Centres de grandeur A, B, seront aussi leurs Centres de pesanteur, *par Ax.* 1.

Demonstration.

Parce que *par Supp.* le Poids D, est au Poids E, comme BC est à AC, ou comme AH est à BH, ou comme la double GH, à la double FH, & que *par* 14. 12. le Cylindre GH est au Cylindre FH, aussi comme la longueur GH, est à la longueur FH, le Poids D sera au Poids E, comme le Cylindre GH, au Cylindre FH; ainsi l'on pourra attribuer au Cylindre GH toute la pesanteur du poids D, qui pend de son Centre de pesanteur A, & au Cylindre FH toute la pesanteur du poids E, qui pend de son Centre de Gravité B, ce qui n'apportera aucun

chan-

Planche 1. 8. Fig.

changement, *par Ax.* 3. & 9. & comme le point C est le Centre commun de pesanteur des deux Cylindres GH, FH, ou le Centre particulier de Gravité du seul Cylindre GF, il sera aussi le Centre commun de pesanteur des deux Poids D, E, de sorte que ces deux Poids D, E, doivent demeurer en Equilibre autour du Point fixe C. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si les Poids D & E sont égaux entre eux, & leurs distances AC, BC, pareillement égales entre elles, les deux Poids D, E, seront aussi en Equilibre autour du point fixe C : & que si les mêmes Poids D, E, sont inégaux, le plus petit E doit être d'autant plus éloigné du Point fixe C, que le plus grand D, c'est à dire que la distance BC doit être d'autant plus grande que la distance AC, que le Poids D est plus grand que le Poids E; de sorte que si ce Poids D est par exemple double du Poids E, il faut que la distance BC soit aussi double de la distance AC, afin que le plus petit Poids E puisse contre-peser au plus grand D. D'où il est aisé de conclure, que si peu que l'on augmente la distance BC, le Poids E qui répond à cette distance trébuchera, & pareillement si peu qu'on augmente la distance AC du Poids D, ce Poids D trébuchera : ou bien sans changer les distances AC, BC, si peu qu'on augmente l'un des deux Poids E, D, il trébuchera, & l'emportera par dessus l'autre.

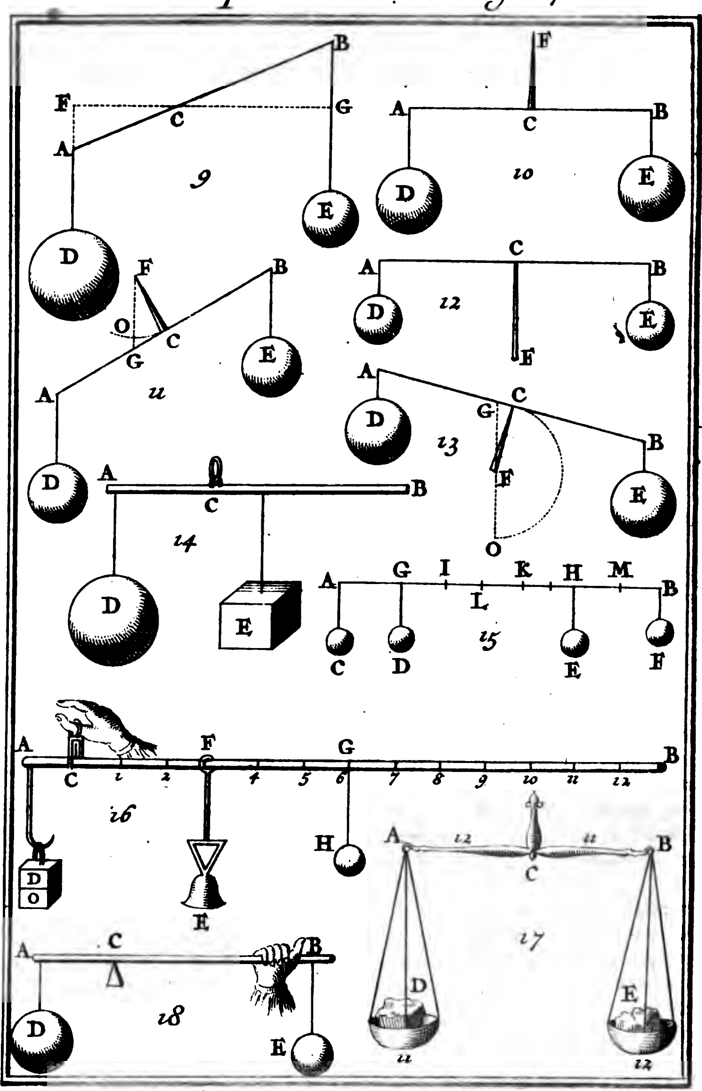
SCOLIE.

La Proposition inverse est aussi veritable, sçavoir que *si les Poids D, E, sont en Equilibre autour du Point fixe C, ils seront entre eux en Raison reciproque de leurs distances BC, AC*, parce qu'autrement l'un de ces deux Poids trébucheroit, sçavoir celuy qui auroit plus grande Raison à l'autre, que la distance de cet autre, à la distance du premier, comme nous venons de remarquer dans le Corollaire precedent.

Planche 2. 9. Fig.

Nous avons supposé dans la Proposition, que la Balance AB étoit horizontale, neanmoins la Proposition sera aussi veritable dans une Balance inclinée, parce que par *Supp.* 2. les Lignes de direction des deux Poids, D, E, qui pendent librement des deux points A, B, étant paralleles entre elles, les deux Poids D, E, agissent sur la Balance inclinée AB, comme sur l'Horizontale FG, à cause des deux Triangles semblables ACF, BCG, où l'on connoît que les deux distances CF, CG, sont proportionnelles aux deux lignes AC, BC, lesquelles par consequent peuvent être prises pour les veritables distances des Poids D, E, du Point fixe C, étant certain *par Ax.* 9. que

les



9
10
11
12
13
14
15
16
17
18

les Poids D, E, qui sont attachez aux deux extremitez A, B, de la Balance inclinée A, B, ont un même effet que s'ils étoient attachez aux extremitez F, G, de la Balance Horizontale FG, dont le Point fixe est le même Point C. Planche 2. 9. Fig.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Si une Balance qui a son Centre de Mouvement en dessus, & qui porte à ses extremitez deux Poids également éloignez du Point fixe, est horizontale, elle demeurera dans cette situation, mais si on luy donne une autre situation, en l'inclinant d'un côté ou d'autre, elle retournera dans sa premiere situation.

JE dis premierement que si la Balance AB qui porte à ses deux extremitez A, B, les Poids égaux D, E, qui tirent par des distances égales AC, BC, & qui a son Centre de Mouvement en dessus au point F, qui répond perpendiculairement au point C de milieu, qui est le Centre commun des deux Poids égaux D, E, en sorte que la ligne CF soit inflexible; est horizontale, elle demeurera dans cette situation, c'est à dire qu'elle demeurera en repos étant suspenduë par le point F. 10. Fig.

DEMONSTRATION.

Puisque la Ligne AB est parallele à l'Horizon, *par Supp.* sa perpendiculaire CF sera aussi perpendiculaire à l'Horizon, & sera par conséquent la Ligne de direction de la quantité composée des deux Poids D, E, qui est soûtenuë par le point F; ainsi *par Ax.* 9. c'est comme si la Balance étoit suspenduë par le point C, milieu de AB, auquel cas *par Prop.* 1. les deux Poids D, E, doivent demeurer en Equilibre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Je dis en second lieu, que si on incline la Balance AB, en sorte qu'une de ses extremitez, comme A, baisse plus que l'autre extremité B, cette Balance AB se remettra d'elle même dans sa premiere situation, lorsqu'elle sera libre, c'est à dire qu'elle reprendra la situation Horizontale. 11. Fig.

DEMONSTRATION.

Parce que la ligne AB est inclinée à l'Horizon, sa perpendiculaire CF sera aussi inclinée à l'Horizon, & s'écartera par conséquent de la ligne FG, qui est perpendiculaire à l'Horizon, & qui

Planche 2. 11. Fig. qui est la Ligne de direction de la quantité composée des deux Poids D, E, qui est soûtenuë par le point F, ce qui fait *par Ax.* 9. que c'est comme si elle étoit soûtenuë par le point G, duquel le Poids E étant plus éloigné que le Poids D, a plus de force pour décendre que le Poids D, *par Coroll. Prop.* 1. & doit ainsi faire retourner la Balance inclinée AB dans sa situation horizontale. *Ce qui restoit à démontrer.*

On peut ajoûter pour un surcroît de démonstration, que le Poids E doit décendre, & la ligne CF se mettre dans la ligne FG, parce que le point C, qui est le Centre commun de gravité des deux Poids égaux D, E, peut en cette façon décendre, comme l'on connoîtra en décrivant du point F, où la Balance est suspenduë par le point C, l'arc de Cercle CO, qui est celuy que décrira le Centre commun C de pesanteur, lorsque la Balance inclinée AB se remettra dans la situation horizontale, & que la ligne FC s'ajustera avec la Ligne de direction FG, & qu'enfin le Centre commun C de pesanteur décendra le plus bas qu'il pourra, sçavoir en O, &c.

PROPOSITION III.

THEOREME.

Si une Balance qui a son Centre de Mouvement en dessous, & qui est chargée de deux Poids égaux attachez à ses extremitez, & également éloignez du Point fixe, est horizontale, elle demeurera dans cette situation: mais si on l'incline tant soit peu d'un costé ou d'autre, elle continuëra de s'incliner vers le même côté, jusqu'à ce qu'elle ait acquise une situation perpendiculaire à l'Horizon.

12. Fig. JE dis premierement, que si la Balance AB, qui porte à ses deux extremitez A, B, les Poids égaux D, E, qui tirent par les distances égales AC, BC, & qui a son Centre de Mouvement en dessous au point F, qui répond perpendiculairement au point de milieu C, en sorte que la ligne CF soit inflexible, est horizontale, elle demeurera dans cette situation.

DEMONSTRATION.

Puisque *par Supp.* la ligne AB est parallele à l'Horizon, sa perpendiculaire FC sera aussi perpendiculaire à l'Horizon, & sera par consequent la ligne de direction de la quantité composée des deux Poids D, E, qui est soûtenuë par le point F, sur lequel toute cette Pesanteur s'appuye: ainsi *par Ax.* 9. c'est comme si la Balance AB étoit suspenduë par le point C, milieu

milieu de AB, auquel cas, *par Prop.* 1. les deux Poids égaux D, E, doivent demeurer en Equilibre, c'est à dire que la Balance doit demeurer en repos. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 2. 12. Fig.

Je dis en second lieu, que si l'on incline tant soit peu la Balance AB, par exemple du côté du Poids E, ce Poids E & toute la Balance continuëra de s'incliner autour du Centre de Mouvement F, jusqu'à ce qu'elle ait pris une situation perpendiculaire à l'Horizon. 13. Fig.

DEMONSTRATION.

Parce que la ligne AB est inclinée à l'Horizon, sa perpendiculaire CF sera aussi inclinée à l'Horizon, & s'écartera par consequent de la ligne FG, qui étant perpendiculaire à l'Horizon, & passant par le Centre de Mouvement F, est la ligne de direction de la quantité composée des deux Poids D, E, qui s'appuye sur le point F, ce qui fait *par Ax.* 9. que c'est comme si elle étoit soûtenuë par le point G, duquel le Poids E étant plus éloigné que le Poids D, doit contraindre la Balance à s'incliner de plus en plus vers E, *par Coroll. Prop.* 1. & doit ainsi donner à la Balance AB une situation perpendiculaire à l'Horizon. *Ce qu'il falloit demontrer.*

On peut ajoûter pour un surcroît de démonstration que le Poids E doit continuer de décendre, & la ligne CF s'ajuster avec la ligne de direction FG, parce que le point C, qui est le Centre commun de pesanteur des deux Poids égaux D, E, peut en cette façon décendre & venir au dessous du point F, en O, qui est le lieu le plus bas où il peut aller, comme l'on connoîtra en décrivant du point F, sur lequel s'appuye la Balance, par le point C, l'arc de Cercle CO, qui est celuy que décrira le Centre commun C de pesanteur, lorsque la Balance inclinée AB continuëra de se mouvoir autour du point F, pour se mettre perpendiculaire à l'Horizon, &c.

PROPOSITION IV.

PROBLEME.

Etant connuë la pesanteur de deux poids appliquez aux extremitez d'une Balance, dont la longueur est connuë, trouver sur cette Balance le Centre commun de Mouvement.

SUpposons que le Poids D, qui pend de l'extremité A de la Balance AB, dont la longueur est de 24 Pouces, soit de 12 livres, & que le Poids E, qui est attaché à l'autre extremité Planche 1. 8. Fig.

Planche 1. 8. Fig. B, pese 6 livres. Pour trouver le Centre commun de pesanteur de ces deux Poids, ou le Point fixe duquel la Balance AB chargée des deux Poids A, B, étant suspenduë, ces deux Poids soient en Equilibre; cherchez à ces trois nombres 18, 6, 24, qui sont la somme des deux Poids D, E, le Poids E, & la Balance AB, un quatriéme nombre proportionnel, qui donnera 8 pouces pour la partie AC. Si donc on prend AC de 8 pouces, on aura trouvé le Point fixe C, autour duquel les deux Poids D, E, demeureront en Equilibre.

DEMONSTRATION.

Parce que *par constr.* l'on a cette Analogie, D + E, E::AB, AC, en divisant on aura cette autre Analogie, D, E, BC, AC, qui fait connoître *par Prop.* 1. que les deux Poids D, E, doivent demeurer en Equilibre autour du Point C. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

SCOLIE.

Quoique nous n'ayons attribué aucune pesanteur à la Balance AB, neanmoins il est impossible qu'elle n'en ait un peu, ce qui fait que la pratique precedente n'est pas bonne dans la rigueur: car bien que les Poids D, E, soient en raison reciproque de leurs distances AC; BC, & le point C par consequent le Centre de gravité de la quantité composée de ces deux Poids, neanmoins la pesanteur de la Balance AB n'y est pas comprise, ce qui doit empêcher l'Equilibre, & faire trébucher la Balance du côté du plus petit Poids E; car si l'on suppose par exemple que la Balance AB pese trois livres, auquel cas le Bras AC en pesera une, & l'autre Bras BC deux, sçavoir le double, parce que le Poids D a été supposé double du Poids E, puisque nous avons donné 12 livres au Poids D, & 6 livres au Poids E, on connoîtra que la quantité composée de la pesanteur du Poids D, & du Bras AC, est de 13 livres, & que la quantité composée du Poids E & du Bras BC, est de 8 livres, & que la Raison de 13 à 8 étant moindre que celle de BC à AC, le point C ne peut pas être le Centre commun de gravité de la quantité composée des deux Poids D, E, & de la Balance AB.

Ainsi pour resoudre le Problême proposé avec plus de rigueur, ce qu'il faudra faire lorsque la pesanteur de la Balance AB sera considerable, il faut imaginer qu'il pend du Centre commun de gravité C, un Poids égal aux deux D, E, ce qui ne changera point l'effet de ces deux Poids D, E, *par Ax.* 3. & que du point de milieu I, qui est le Centre de gravité de la Balance AB, il pend un autre Poids égal à celuy de la Balance

lance: & considerant CI comme une Balance chargée de ses deux Poids à ses extremitez C, I, on cherchera, comme il vient d'être enseigné, le Centre commun de pesanteur O, de ces deux Poids, &c. Planche 1. 8. Fig.

PROPOSITION V.

PROBLEME.

Etant connuë la longueur & la pesanteur d'une Balance ayant à l'une de ses extremitez un Poids, dont la pesanteur est aussi connuë, trouver sur cette Balance le Point fixe, autour duquel sa pesanteur & celle du Poids, demeurent en Equilibre.

SUpposons que la Balance AB pese 16 onces & que sa longueur soit de 12 Pouces. Pour trouver sur cette Balance le point C, duquel la Balance étant suspenduë, & étant aidée de sa pesanteur, soit en Equilibre avec le Poids D, qui pend de son extremité A, & dont la pesanteur est supposée de 8 onces, cherchez à ces trois nombres 24, 16, 6, qui sont la somme de la Pesanteur du Poids & de la Balance, la pesanteur particuliere de la Balance, & la moitié de sa longueur, un quatriéme nombre proportionnel, qui donnera 4 pouces pour la partie AC. Si donc on prend la partie AC de 4 pouces, on aura le point C, duquel la Balance AB étant soutenuë, sa pesanteur sera en Equilibre avec le Poids D. Planche 2. 14 Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine que du point de milieu F, ou du Centre de Pesanteur de la Balance AB, que je suppose uniforme, & également pesante dans toutes ses parties, il pend le Poids E, qui prenne toute la pesanteur de la balance, ce qui n'apportera aucun changement, *par Ax.* 3. & que l'on conçoive AF comme une Balance sans aucune pesanteur, & chargée de deux Poids D, E, appliquez à ses extremitez; on considerera que puisque *par constr.* on a cette Analogie, D+E, E::AF, AC, en divisant on aura celle-cy, D, E::CF, AC, qui fait connoître *par Prop.* 1. que le point C est le Centre commun des deux Poids D, E, & par consequent en ôtant le Poids E, & en restituant à la Balance AB sa pesanteur, le Centre commun de pesanteur du Poids D, & de la Balance AB. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION VI.

PROBLEME.

Plusieurs Poids d'une pesanteur connuë étant appliquez à une Balance, trouver sur cette Balance le Centre commun de gravité de tous ces Poids.

Planche 2. 15. Fig.

POur trouver sur la Balance AB, à laquelle nous n'attribuerons aucune pesanteur, le Centre de gravité de la quantité composée des quatre Poids C, D, E, F, dont les pesanteurs sont connuës, cherchez *par Prop.* 4. sur la Balance AB, le Centre commun de pesanteur I des deux Poids C, F, & sur la Balance GH le Centre commun de gravité K des deux autres Poids D, E, & enfin sur la Balance IK le Centre commun de gravité L, d'un Poids appliqué en I, & égal aux deux C, F, & d'un autre Poids attaché en K, & égal aux deux D, E, & ce point L, sera celuy autour duquel les quatre Poids C, D, E, F, seront en Equilibre.

DEMONSTRATION.

Si l'on reduit les deux Poids C, F, à leur Centre commun de pesanteur I, & pareillement les deux Poids D, E, à leur Centre commun de gravité K, ils agiront sur la Balance IK, comme sur la Balance AB, *par Ax.* 3. & comme ils doivent être en Equilibre autour du point L, sur la Balance IK, parce qu'ils sont en Raison reciproque de leurs distances LI, LK, ils demeureront aussi en Equilibre autour du même point L sur la Balance AB. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

SCOLIE.

S'il y avoit encore un Poids, qui pendît de quelqu'autre point de la Balance AB, comme du point M, il faudroit reduire la pesanteur des quatre Poids C, D, E, F, à leur Centre commun de pesanteur L, en imaginant que de ce point L, il pend un Poids égal aux quatre C, D, E, F, & diviser la Balance LM en un point, comme O, en sorte que ce Poids appliqué en L, fût à celuy qui est appliqué en M, comme la distance OM est à la distance OL, & ce point O sera le Point fixe qu'on cherche.

PRO-

PROPOSITION VII.

PROBLEME.

Deux Poids étant donnez, dont le plus grand est suspendu à l'une des deux extremitez d'une Balance, dont la longueur & la pesanteur sont connuës, & dont le Point fixe est aussi donné, suspendre le plus petit, en sorte qu'étant aidé de la pesanteur de la Balance, il tienne le plus grand en Equilibre autour du Point fixe.

Supposons que la Balance AB pese deux onces, & que sa longueur soit de 14. pouces. Supposons encore que le Poids DO, qui est appliqué à son extremité A, éloignée du Point fixe C par exemple d'un Pouce, soit de 15 onces; pour trouver le point F, ou le Poids E qui pese par exemple, une once, étant appliqué & aidé de la pesanteur de la Balance AB, tienne l'autre Poids DO en Equilibre autour du Centre de Mouvement C; divisez la Balance AB en deux également au point G, qui sera son Centre de pesanteur, *par Ax.* 1. & faites pendre par pensée de ce point G, le Poids H, qui tienne lieu de la pesanteur de la Balance AB, c'est à dire qui pese deux onces. Aprés cela cherchez à ces trois nombres 1, 6, 2, qui sont la distance AC, la distance CG, & le Poids H, un quatriéme proportionnel, qui donnera 12 onces pour la partie O du Poids DO; c'est pourquoy l'autre partie D sera de 3. onces. Enfin cherchez à ces trois autres nombres 1, 3, 1. qui sont le Poids E, la partie D, & la distance AC, un quatriéme proportionnel, qui donnera 3 pouces pour la distance CF. Si donc on applique le Poids E au point F éloigné du point fixe C de 3 pouces, ce Poids E tiendra le Poids DO en Equilibre autour du Centre de Mouvement C. Planche 2. 16. Fig.

DEMONSTRATION.

Puisque *par constr.* la distance AC est à la distance CG, comme le Poids H, ou la pesanteur de la Balance AB, est au Poids O: & que le Poids E est au Poids D, comme la distance AC, est à la distance CF; il s'ensuit *par Prop.* 1. que le point C est le Centre commun de gravité des deux Poids H, O, dans la Balance AG, & des deux Poids, E, D, dans la Balance AF. D'où il est aisé de conclure qu'il est aussi le Centre commun de pesanteur de la quantité composée des deux Poids D, O, ou du seul Poids DO, & de la quantité composée des deux Poids E, H: & qu'ainsi on a trouvé le Point F, du-

Planche 2. 16. Fig. quel le Poids E étant suspendu, & étant aidé de la pesanteur de la Balance AB, tient le Poids DO en Equilibre autour du Point fixe C. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

COROLLAIRE.

On tire de la pratique de ce Problême la maniere de diviser la *Balance Romaine*, qu'on appelle simplement *Romaine*, & communément *Peson*, & *Crochet*, & que les Latins appellent *Statera*, & les Grecs *Phalanx*, ce qui se peut faire en cette sorte.

Preparez une longue Verge de bois, ou de quelqu'autre matiere solide, comme de fer, par tout également grosse, & également pesante dans toutes ses parties, comme AB, & en mesurez exactement la pesanteur avec des Balances vulgaires. Attachez à son extremité A un crochet, pour y appliquer tout ce que l'on voudra peser, & marquez un peu proche de cette extremité le point C pour le Centre de Mouvement, ou pour le Point fixe. Appliquez au delà de ce point C, le Poids E mobile avec son anneau F, qu'on appelle *Contrepoids*, dont la pesanteur en y comprenant celle de son anneau, doit aussi être exactement connuë. Enfin marquez par le moyen de la pratique precedente, les points 1, 2, 3, 4, &c. où le Contrepoids E étant appliqué successivement tienne en Equilibre la pesanteur d'un Poids d'une livre, de deux livres, de trois livres, de quatre livres, &c. qu'on imaginera appliqué au point A, & tout sera fait.

SCOLIE.

Quoique cette Methode soit assez bonne dans la Theorie, je ne voudrois pourtant pas trop m'y fier à cause de l'irregularité qui se trouve ordinairement dans la matiere : c'est pourquoy dans la pratique, il vaudra mieux marquer grossierement ces points de division, en tenant la Balance AB suspenduë horizontalement, & en avançant le Poids E de C vers B, aux points 1, 2, 3, 4, &c. jusqu'à ce qu'il demeure en Equilibre avec le Poids, d'une, de deux, de trois, de quatre livres, & ainsi ensuite jusqu'à ce qu'on ait rempli de diverses marques le Bras le plus long BC, & alors la Balance Romaine sera achevée, qui sera propre pour peser des Fardeaux extraordinairement pesans, à la difference des Balances vulgaires, qui n'en sçauroient peser que de petits.

PROPOSITION VIII.

PROBLEME.

Construire une Balance trompeuse, qui demeure en Equilibre, étant vuide, & aussi étant chargée de Poids inegaux.

FAites que l'un des deux Bras de la Balance, comme AC, soit un peu plus long que l'autre BC, comme d'une douziéme partie, en sorte que AC soit à BC comme 12 est à 11 : & reciproquement faites que le Bassin E, qui répond au Bras le plus court, soit aussi d'une douziéme partie plus pesant que le Poids D, qui répond au Bras le plus long, en sorte que la pesanteur du Poids E, soit à celle du Poids D, aussi comme 12 à 11, afin que ces deux Bassins étant vuides, & leurs pesanteurs étant en Raison reciproque de leurs distances AC, BC, demeurent en Equilibre autour du Point fixe C, *par Prop.* 1. Planche 2. 17. Fig.

Si dans ces Bassins on met des Poids, qui soient dans la même Raison de 12 à 11, en sorte que le plus petit Poids soit dans le Bassin le plus leger, & le plus grand dans le Bassin le plus pesant, ces Bassins remplis de leurs Poids feront des quantitez, qui seront dans la même Raison de 12 à 11, & par consequent dans une Raison reciproque de leurs distances AC, BC, ce qui fait *par Prop.* 1. qu'ils seront aussi en Equilibre autour du Centre de Mouvement C.

Ainsi nous avons une Balance fausse, qui étant vuide demeurera en Equilibre, & étant remplie de Poids inégaux de la maniere que nous avons dite, doit aussi demeurer en Equilibre : mais pour connoître la fausseté, il n'y a qu'à changer les Poids d'un Bassin à l'autre, parce que si la Balance est fausse, l'Equilibre ne s'y rencontrera plus, car les Poids aidez de la pesanteur de leurs Bassins ne seront plus en Raison reciproque de leurs distances.

CHA-

CHAPITRE II.

Du Levier.

Planche 1. 4. Fig. LE *Levier* est une espece de Balance, ou Verge, comme AB, qui au lieu d'être suspenduë, est appuyée sur un Point comme C, que nous avons appellé Point fixe, ou Centre de Mouvement, ayant le Poids d'une part, & la Puissance de l'autre. Il a été ainsi appellé, parce qu'il sert à soûtenir, & à enlever des fardeaux avec facilité, & d'autant plus facilement que la Puissance est plus éloignée, ou le Poids plus proche du Point fixe, comme nous démontrerons, aprés avoir expliqué trois ou quatre sortes de Leviers, qui viennent ordinairement en usage.

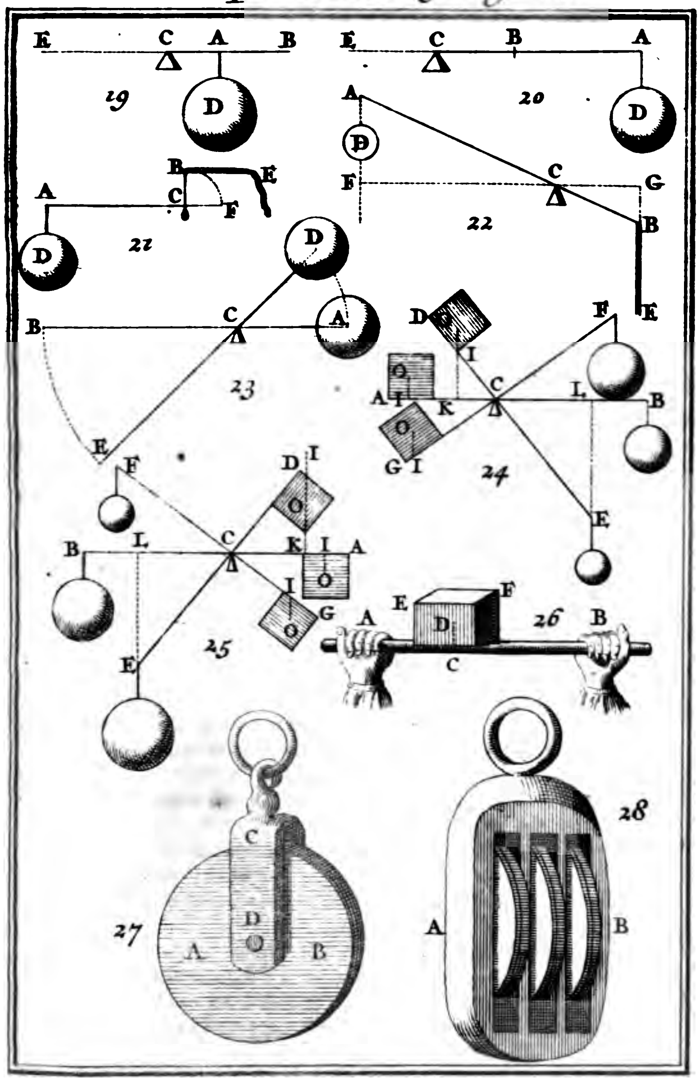
Planche 2. 18. Fig. Le *Levier de la premiere espece*, est celuy où le Point d'appuy, ou le Point fixe C, est entre le Poids suspendu à l'extremité A, & la Puissance appliquée à l'autre extremité B. Il est évident que les Cizeaux, les Tenailles, les Mouchettes, &c. sont des Leviers de la premiere espece.

Planche 3. 19. Fig. Le *Levier de la seconde espece* est celuy où le Point fixe C est à l'une de ses extremitez, & la Puissance est appliquée à l'autre extremité B, le Poids D étant suspendu au point A entre les deux extremitez, c'est à dire entre la Puissance & le Point fixe. Il est évident que la Rame & le Gouvernail d'un Bateau sont des Leviers de la seconde espece: comme aussi les Civieres & les Coûteaux, qui sont attachez par un bout, & dont les Boulangers se servent ordinairement pour couper leur pain, & ceux qui font des Formes de souliers, pour couper leur bois: comme encore les Portes, dont les Gonds servent de Point fixe, &c.

20. Fig. Le *Levier de la troisiéme espece* est celui dont le Point fixe C est en l'une de ses extremitez, & où le Poids D est suspendu à l'autre extremité A, la Puissance étant appliquée au Point B, entre les deux extremitez, c'est à dire entre le Poids & le Point d'appuy. Il est évident qu'une Echelle qu'on leve en la supportant vers le milieu, pour l'appliquer à une Muraille, contre laquelle elle est appuyée, est un Levier de la troisiéme espece.

21. Fig. Il y a une quatriéme sorte de Levier, qu'on appelle *Levier recourbé*, dont l'usage se verra dans la suite: comme ACB, ainsi appellé, parce qu'il se recourbe sur le Point d'appuy C. On void évidemment qu'il est de la premiere espece, parce que le Poids D est suspendu à son extremité A, & que la Puissance est appliquée à l'autre extremité B, où elle tire par la

Ligne


E C A B
19
D
E C B A
20
D
A
D
B E
A C F
21
D
F C G
22
B
E
D
C
B A
23
E
D
F
O I
A I K C L B
O
G I
24
E
F
D I
O
B L C K I A
O
I G
O
25
E
E F
A D 26 B
C
C
D
27 A B
28
A B

Ligne de direction BE. Il est évident qu'un Marteau dont on se sert pour arracher un clou est un Levier recourbé.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Si une Puissance qui a sa Ligne de direction perpendiculaire à un Levier parallele à l'Horizon, soûtient un Poids à l'aide de ce Levier, il y aura même Raison de la Puissance au Poids, que de la distance du Poids, à sa distance de la Puissance au Point fixe.

JE dis que si une Puissance appliquée en B, & dont la Ligne de direction est perpendiculaire à l'Horizon, soûtient le Poids D, dont le Centre de gravité correspond au point A, par le moyen du Levier AB parallele à l'Horizon, dont le Point fixe, ou le Centre de Mouvement est C; cette Puissance est au Poids D, reciproquement comme la distance AC du Poids, à la distance BC de la Puissance. Planche 2. 18. Fig.

DEMONSTRATION.

Car si au lieu de la Puissance appliquée en B, on applique le Poids E, qui tienne le Poids D en Equilibre autour du Point fixe C, on connoîtra aisément que ce Levier AB, qui est de la premiere espece, n'est autre chose qu'une Balance Horizontale, où nous avons démontré que le Poids E, est au Poids D, comme la distance A C à la distance BC: & comme le Poids E fait le même effet que la Puissance appliquée en B, & ayant pour Ligne de direction la même ligne BE, il est necessairement égal à cette Puissance, laquelle par consequent sera au Poids D, comme la distance AC, à la distance BC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

La démonstration se fera de la même façon dans un Levier recourbé, comme ACB, mais il faut supposer que la Ligne de direction BE de la Puissance est parallele à l'Horizon, ou perpendiculaire au Bras recourbé BC, qui dans ce cas representera la distance de la Puissance au Point fixe C, parce que je suppose que l'Angle ACB est droit: car si l'on prolonge le Bras AC, au delà du Point d'appuy C, vers F, en sorte que CF soit égale à CB, & qu'on applique la Puissance en F, pour y agir de haut en bas, elle produira le même effet en F qu'en B, à cause des distances égales CB, CF, &c. Planche 3. 21. Fig.

La

Planche 3. 19.&20. Fig. La Démonstration sera aussi la même dans un Levier de la seconde & de la troisiéme espece, car si l'on prolonge pareillement le Levier au delà du Point d'appuy C, vers E, en sorte que la ligne CE soit égale à la distance BC de la Puissance, & qu'au lieu d'appliquer la Puissance en B, on l'applique en E, elle aura en E le même effet qu'en B: & comme la Puissance en E est au Poids D, comme la distance AC, à la distance CE, dans le Levier ECA, qui est de la premiere espece, la même Puissance en B, sera aussi au Poids D, comme la distance AC, à la distance CE, ou BC son égale.

COROLLAIRE.

Planche 2. 18. Fig. Nous tirerons de cette Proposition, les mêmes consequences qui ont été tirées de la premiere Proposition de la Balance, sçavoir que plus la Puissance sera éloignée du Point fixe C, plus à proportion elle aura de force, de sorte que si la Puissance qui est en B, s'éloigne du Point d'appuy C, du double de BC, il ne luy faudra que la moitié de la force qui luy étoit necessaire en B, pour soûtenir le Poids D. C'est à dire que si le Poids E par exemple de 100 livres étant appliqué en B, est capable de soûtenir le Poids D dans la distance BC, un Poids de 50 livres seulement pourra soûtenir le même Poids D, à une distance double de BC.

Planche 3. 21. Fig. D'où il est aisé de conclure, que comme dans le Levier de la premiere espece, & dans le Levier recourbé, qui est aussi de la premiere espece, la distance AC du Poids peut être plus ou moins grande que la distance BC de la Puissance, aussi la Puissance peut être plus ou moins grande que le Poids, de sorte qu'elle luy sera égale, lorsque les deux distances AC, BC, seront égales entre elles, comme dans la Balance.

19. Fig. Or comme dans l'usage du Levier de la seconde espece, la distance AC du Poids D, est necessairement moindre que la distance BC de la Puissance en B, aussi le Poids est necessairement plus grand que la Puissance, c'est à dire que la Puissance a plus de force que le Poids qui luy seroit égal, & qu'une petite force peut soûtenir ou enlever un plus grand Poids: & comme tout au contraire, dans l'usage du Levier de la troisiéme espece, la distance AC du Poids D, est necessairement plus grande que la distance BC de la Puissance en B, aussi le Poids est necessairement moindre que la Puissance.

Planche 3. 22. Fig. Il est aussi facile de conclure, que ce qui a été démontré du Levier de la premiere espece parallele à l'Horizon, est aussi vray du Levier incliné, comme AB, pourvû que le Poids D pende librement, & que la Ligne de direction BE de la Puissance en B, soit perpendiculaire à l'Horizon; parce qu'ainsi elle sera parallele à la Ligne de direction AD du Poids D, qui

est

est aussi perpendiculaire à l'Horizon, *par Supp.* 2. ce qui fait que les deux Triangles rectangles ACF, BCG, sont semblables, en supposant la ligne FG parallele à l'Horizon, & que le Poids D appliqué en A, & la Puissance appliquée en B, agissent sur le Levier incliné AB, comme sur l'Horizontal FG, &c. Planche 3. 22. Fig.

PROPOSITION II.

PROBLEME.

Enlever un Fardeau, dont la pesanteur est connuë avec une petite force, par le moyen d'un Levier.

POur enlever le Poids D, dont la pesanteur soit par exemple de 100 livres, qui est appliqué à l'extremité A éloignée du Point d'appuy C du Levier AB, d'un Pouce, avec une force donnée de 10 livres, considerez cette force donnée comme un Poids de dix livres, comme E, & cherchez à ces trois nombres 10, 100, 1, qui sont le Poids E, ou la force donnée, le Poids donné D, & sa distance AC, un quatriéme nombre proportionnel, qui donnera 10 pouces pour la distance CB. Si donc on prend CB de 10 Pouces, on aura le Point B, où le Poids E étant appliqué, il tiendra le Poids donné D en Equilibre autour du Point fixe C, *par Prop.* 1. C'est pourquoy si l'on applique ce Poids E, tant soit peu au delà de B, c'est à dire quelque peu plus loin du Point d'appuy C, il enlevera le Poids D, parce que sa force deviendra plus grande, comme nous avons remarqué dans la Proposition precedente. Planche 2. 18. Fig.

Si la longueur AB du Levier est déterminée, il faut partager le Levier AB au point C, en sorte que le Poids E, ou la Puissance, soit au Poids donné D, comme AC est à BC, comme il a été enseigné dans la Balance, & alors le point C sera le Centre commun de pesanteur de la quantité composée des deux Poids E, D; c'est pourquoy si l'on prend le Point d'appuy entre A & C, il est évident que la Puissance en B pourra enlever le Poids proposé D.

PRO-

PROPOSITION III.

THEOREME.

Ce que la Puissance gagne en force, lorsqu'elle meut un Poids avec un Levier, elle le perd en espace de temps & de lieu.

Planche 3. 4. Fig.

SUpposons le Levier AB, dont le Point fixe soit C, & qu'y ayant un Poids, dont le Centre de gravité corresponde à l'extremité A, & une Puissance à l'autre extremité B, cette Puissance en mouvant le Poids, donne au Levier AB la situation DE, auquel cas le Poids parcourra l'arc de Cercle AD, & la Puissance l'arc de Cercle BE, autour du Point d'appuy C. Si la Puissance en B, ne faisoit que soûtenir le Poids en A, elle auroit même Raison au Poids, que la distance AC, du Poids, à la distance BC de la Puissance, *par Prop.* 1. & comme l'on suppose qu'elle le peut mouvoir, il s'ensuit qu'elle a plus grande Raison au Poids que l'espace AD, à l'espace BE, de sorte que si la Puissance est bien petite à l'égard du Poids, reciproquement la distance AC du Poids est bien petite à l'égard de la distance BC de la Puissance, & par consequent l'espace AD que parcourt le Poids, bien petit, étant comparé à l'espace BE que parcourt la Puissance, parce que les arcs AD, BE qui mesurent les angles égaux ACD, BCE, sont semblables, & par consequent comme leurs Rayons AC, BC.

D'où il est aisé de conclure, que la Puissance fait plus de chemin que le Poids, à proportion qu'elle est moindre que le Poids, parce que d'autant plus qu'elle est moindre, d'autant plus grande doit être sa distance BC, pour pouvoir mouvoir le Poids, ce qui fait croître à proportion l'espace BE, qu'elle parcourt : de sorte que si la distance BC est par exemple dix fois plus grande que la distance AC, aussi l'espace BE de la Puissance sera dix fois plus grand que l'espace AD du Poids, parce que comme nous avons déja dit, les deux arcs AD, BE étant semblables, sont entre eux comme leurs Rayons AC, BC. D'où il suit que la Puissance employera dix fois plus de temps à faire mouvoir le Poids par le moyen du Levier AB, qu'elle ne feroit si elle ne se servoit point de Levier.

Ainsi vous voyez, que si l'on gagne des forces en éloignant davantage la Puissance du Point fixe, on perd aussi d'un autre côté quelque chose de l'espace, ou du temps. De sorte que si l'on peut enlever un fardeau de 100. livres avec le Levier AB, la Puissance étant en B, & le Poids en A, on en pourra bien lever un de 200 livres, appliqué toûjours en A, pourvû que l'on double la distance BC de la Puissance : mais si l'on

l'on se décharge ainsi de la moitié du fardeau, on y doit employer le double du temps, parce que dans cette Supposition, la Puissance aura plus de chemin à faire. Planche 3. 23. Fig.

Par là vous voyez que plus la Puissance a de mouvement, plus elle a de force, ce qui arrive non-seulement dans le Levier, mais encore dans toutes les autres Machines, comme vous verrez dans la suite: & c'est par ce principe de vîtesse & d'espace que Galilée & Descartes ont expliqué l'effet des Machines; & quoique ce Principe ait quelque chose qui ne satisfasse pas si fortement l'esprit, qu'il suffise pour faire des démonstrations, il n'y a pourtant plus lieu d'en douter aprés ce qui a été dit jusques à present, & ce que nous dirons dans les autres Machines.

SCOLIE.

Parce que le Levier passe par le Centre de gravité du Poids, il est évident que la force de la Puissance sera par tout la même, c'est à dire que la Puissance ne peinera pas plus sur le Levier horizontal AB, que sur l'incliné DE: mais il n'en sera pas de même, lorsque le Levier ne passera pas par le Centre de gravité du Poids, comme vous allez voir dans les deux Popositions suivantes.

PROPOSITION IV.

THEOREME.

Si une Puissance dont la Ligne de direction est perpendiculaire à un Levier, soûtient à l'aide de ce Levier un Poids, dont le Centre de gravité soit en dessus, elle doit être plus grande pour le soûtenir, lorsque le Levier sera Horizontal, que quand il sera incliné & que le Poids sera élevé: & encore plus grande quand il sera abaissé.

JE dis que la Puissance qui a sa Ligne de direction perpendiculaire à un Levier, & qui à l'aide de ce Levier, dont le Point fixe est C, soûtient un Poids tellement appliqué au Levier, que le Centre de pesanteur O, soit en dessus; a plus de peine à le soûtenir quand il est horizontal, comme AB, que quand il est incliné, & que le Poids est haussé, comme DE, & encore plus de peine quand le Poids est abaissé, comme FG: c'est à dire qu'il faut un plus grand effort, le reste étant égal, pour soûtenir le Poids O, quand le Levier a la situation AB, que quand il a la situation DE, & encore un plus grand, quand il a la situation FG. 24. Fig.

DEMONSTRATION.

Planche 3. 24. Fig.

Parce que la Ligne de direction OI du Poids coupe le Levier au point I, qui est plus éloigné du Point d'appuy C dans le Levier FG, que dans le Levier AB, & encore plus dans ce Levier que dans le Levier DE, cela fait que le Poids étant consideré comme appliqué en I, a moins de force pour décendre dans le Levier DE, que dans le Levier AB, & encore moins dans ce Levier que dans le Levier FG, & que par consequent il peut demeurer en Equilibre avec un moindre Poids appliqué au Levier DE, qu'au Levier AB, & encore un moindre appliqué à ce Levier AB, qu'au Levier FG, pourvû que la Ligne de direction de ce Poids soit perpendiculaire au Levier, parce que la distance de ce Poids au Point fixe C, demeure toûjours la même.

SCOLIE.

Ce Theorême est aussi vray, lorsque la Ligne de direction de la Puissance est perpendiculaire à l'Horizon, comme si à la place de la Puissance on mettoit un Poids qui pendît librement, parce que bien que par la diverse situation du Levier, la distance de la Puissance change, aussi-bien que celle du Poids, neanmoins elle ne change pas à proportion : comme si la distance CK du Poids diminuë dans le Levier DE, la distance CL de la Puissance ne diminuëra pas à proportion, de sorte que si dans le Levier AB, la distance BC de la Puissance est par exemple double de la distance CI du Poids, dans le Levier DE, la distance CL de la Puissance sera plus que double de la distance CK du Poids, à cause de CI dans ce Levier, moindre que CI dans le Levier AB, & des Triangles semblables CLE, CIK, où l'on void que l'hypotenuse CE contient autant de fois l'hypotenuse CI, que le côté CL contient CK : & comme CE contient plus de fois CI dans le Levier DE, que BC égale à CE ne contient CI dans le Levier AB, aussi CL contient plus de fois CK, que BC ne contient CI, cela fait que CL est plus que double de CK, & que par consequent la Puissance en E, a plus de force qu'en B, &c.

PRO-

PROPOSITION V.

Theoreme.

Si une Puissance, dont la Ligne de direction est perpendiculaire à un Levier, soûtient à l'aide de ce Levier un Poids, dont le Centre de gravité soit en dessous, elle doit être moindre pour le soûtenir, lorsque le Levier sera horizontal, que quand il sera incliné, & que le Poids sera élevé, & encore moindre quand le Poids sera abaissé.

JE dis que la Puissance qui a sa Ligne de direction perpendiculaire à un Levier, & qui par le moyen de ce Levier, dont le Point d'appuy est C, soûtient un Poids tellement appliqué au Levier, que le Centre de pesanteur O soit en dessous, a moins de peine à le soûtenir quand il est horizontal, comme AB, que quand il est incliné, & que le Poids est haussé, comme DE, & encore moins de peine quand le Poids est abaissé, comme FG: c'est à dire qu'il faut moins d'effort à la Puissance, le reste étant égal, pour soûtenir le Poids O, quand le Levier a la situation AB, que quand il a la situation DE, & encore moins quand il a la situation FG. Planche 3. 25. Fig. 1

Demonstration.

Parce que la Ligne de direction OI, coupe le Levier au Point I, qui est plus proche du Point d'appuy C dans le Levier FG, que dans le Levier AB, & encore plus proche dans ce Levier que dans le Levier DE, cela fait que le Poids étant consideré comme appliqué en I, a plus de force pour décendre dans le Levier DE, que dans le Levier AB, & encore plus dans ce Levier que dans le Levier FG, & que par consequent il peut demeurer en Equilibre avec un plus grand Poids appliqué au Levier DE, qu'au Levier AB, & encore un plus grand appliqué à ce Levier AB, qu'au Levier FG, pourvû que la Ligne de direction de ce Poids qui tient lieu de Puissance, soit perpendiculaire au Levier, parce que la distance de cette Puissance au Point d'appuy C, demeure toûjours la même.

Scolie.

Ce Theoréme est aussi vray, lorsque la Ligne de direction de la Puissance est perpendiculaire à l'Horizon, comme si à la place de la Puissance on mettoit un Poids qui pendît librement de l'extremité du Levier, parce que bien que par la diverse situation du Levier, la distance de la Puissance change, aussi-

Planche 3. 25. Fig. aussi-bien que celle du Poids, neanmoins elle ne change pas à proportion : comme si la distance CK du Poids diminuë dans le Levier DE, la distance CL de la Puissance ne diminuera pas à proportion, de sorte que si dans le Levier AB, la distance BC de la Puissance, est par exemple double de la distance CI du Poids, dans le Levier DE, la Distance CL de la Puissance, sera moindre que le double de la distance CK du Poids, à cause de CI dans ce Levier plus grande que CI dans le Levier AB, & des Triangles semblables CLE, CKI, où l'on void que l'hypotenuse CE, contient autant de fois l'hypotenuse CI, que le côté CL contient le côté CK : & comme CE contient moins de fois CI du Levier DE, que BC égale à CE, ne contient CI du Levier AB, aussi CL contient moins de fois CK, que BC ne contient CI, ce qui fait que CL est moindre que le double de CK, & que par consequent la Puissance en E, a moins de force qu'en B, &c.

PROPOSITION VI.

THEOREME.

Si deux Puissances soûtiennent un Poids à l'aide d'un Levier parallele à l'Horizon, celle qui sera la plus proche de ce Poids, en soûtiendra une plus grande partie que celle qui en sera plus éloignée.

26. Fig. JE dis que si deux Puissances appliquées aux deux extremitez A, B, du Levier AB parallele à l'Horizon, soûtiennent le Poids EF, dont la Ligne de direction est CD, qui passe par son Centre de gravité D, la Puissance en A, qui est plus proche du Poids, supporte une plus grande partie de ce Poids, que la Puissance en B, qui en est plus éloignée.

DEMONSTRATION.

La Puissance étant en A, le Point B peut être consideré comme le Point d'appuy, & pareillement la Puissance étant en B, l'on doit considerer le Point A comme le Point fixe, & dans ce Levier de la seconde espece, l'on connoîtra *par Prop.* 1. que la Puissance en A, est au Poids EF, comme la distance BC du Poids, à la distance AB de la Puissance, & que pareillement la Puissance en B, est au Poids EF, comme la distance AC du Poids, à la distance AB de la Puissance. D'où il est aisé de conclure en permutant dans ces deux Analogies, que la Puissance en A, est à la Puissance en B, comme BC, est à AC : & parce que BC est plus grande que AC, aussi la Puissance en A sera plus grande que la Puissance en B. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Co-

COROLLAIRE.

Planche 3. 26. Fig.

On tire de cette Propoſition la maniere de connoître la partie du Poids EF, que chaque Puiſſance ſoûtient, lorſque la peſanteur du Poids eſt connuë, & auſſi la longueur du Levier, & les diſtances AC, BC des Puiſſances : comme ſi la diſtance AC eſt de 2 pieds, & la diſtance BC de 3 pieds, en ſorte que la longueur du Levier AB ſoit de 5 pieds, & que le Poids EF ſoit par exemple de 60. livres ; on conſidera que puiſque la Puiſſance en A, eſt à la Puiſſance en B, comme BC, eſt à AC, *en compoſant*, la ſomme des deux Puiſſances, ou le Poids EF, qui eſt de 60 livres, ſera à la Puiſſance en B, comme la longueur AB du Levier, que nous avons ſuppoſée de 5 pieds, eſt à la diſtance AC, qui a été ſuppoſée de 2 pieds, c'eſt pourquoy ſi à ces trois nombres 5, 2, 60, on trouve un quatriéme proportionnel, on aura 24 livres pour la Puiſſance en B, & en ôtant ces 24 livres de tout le Poids EF, ou de 60 livres, le reſte donnera 36 livres pour la Puiſſance en A.

CHAPITRE III.

De la Poulie.

LA *Poulie* eſt une Rouë de bois ou de métal, comme AB, 27. Fig.
qui eſt mobile autour d'un petit aiſſieu qui la traverſe par le milieu ; & que les Ouvriers appellent *Goujon*, auquel dans la Theorie on n'attribuë aucune épaiſſeur. Elle eſt enchaſſée dans une piece de bois ou de fer, ſemblable à CD, qu'on appelle *Echarpe*, & auſſi *Chape*, & encore *Mouſle* & *Palan*, que les Latins appellent *Trochlea*, quoique plus ordinairement on appelle *Mouſle*, pluſieurs Poulies enchaſſées ſur un même aiſſieu dans une même Echarpe, comme AB, qui ſert 28. Fig.
extrémement à multiplier les forces par le moyen de la Corde qui paſſe par un Canal fait autour de chaque Poulie, pour l'empêcher lorſqu'on la tire de ſe détourner, & qui ſoûtient par un bout le fardeau qu'on veut enlever, la Puiſſance tirant la Corde par l'autre bout.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Lorsqu'une Puissance tire ou soûtient un Poids à l'aide de plusieurs Poulies, chaque Poulie par dessus laquelle passe la corde, est équivalente à un Levier de la premiere espece, & chaque Poulie par dessous laquelle la Corde passe, represente un Levier de la seconde espece.

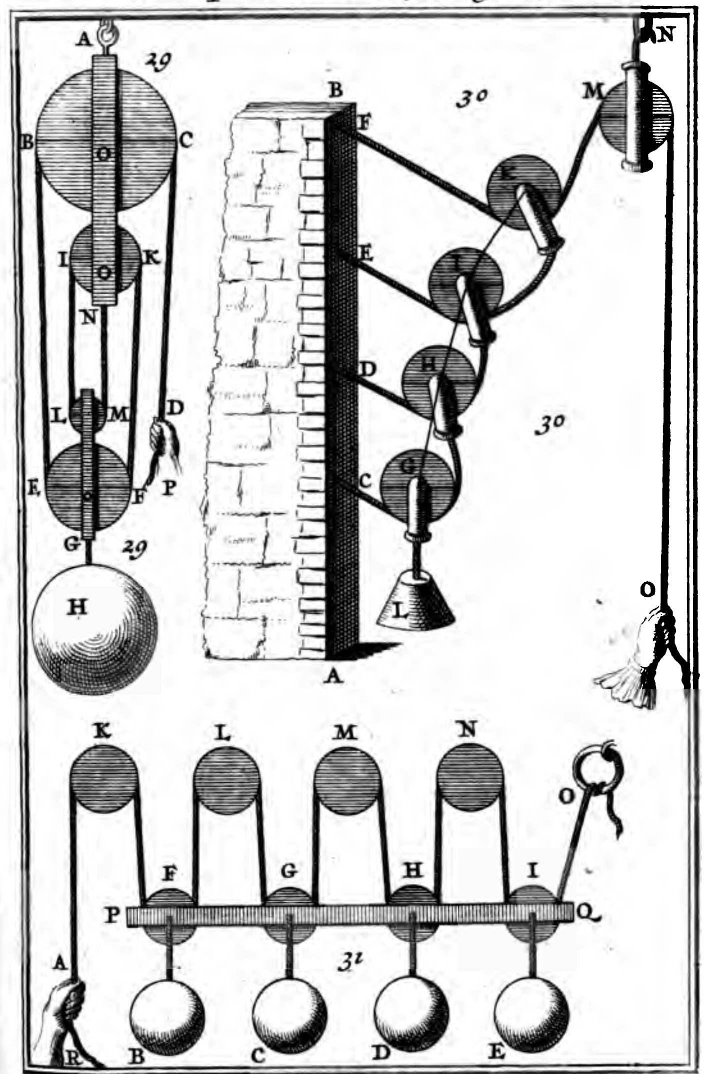
Planche 4. 29. Fig.

SOit la Poulie BC attachée par son Echarpe au Point fixe A; & une Corde CD, qui passant par dessus cette Poulie repasse par dessous la Poulie EF, qui porte par l'extremité G de son Echarpe le Poids H. Que la même Corde aille passer ensuitte par dessus la Poulie IK, à laquelle elle est attachée en N, aprés qu'elle a repassé par dessous la quatriéme Poulie LM. Cela étant, je dis que chacune des deux Poulies BC, IK, par dessus lesquelles la Corde passe, est équivalente à un Levier de la premiere espece, & que chacune des deux autres Poulies EF, LM, par dessous lesquelles passe la Corde, represente un Levier de la seconde espece.

DEMONSTRATION.

Parce que chacune des Poulies BC, IK, LM, EF, est mobile autour de son Centre, & que chacune des deux plus hautes BC, IK, sur lesquelles passe la Corde, la partie de la Corde, qui est du côté de la Puissance, tire de haut en bas, en faisant tourner la Poulie autour de son Centre O, ce Centre O peut être consideré comme le Centre de Mouvement d'un Levier de la premiere espece, qui seroit la Ligne droite BC, ou IK, qui passe par le Centre O, & par les points où la Corde touche de part & d'autre la circonference de la Poulie, car il est évident qu'un semblable Levier auroit le même effet que la Poulie, la partie de la Corde qui est du côté de la Puissance, & qui tire de haut en bas, comme CD, & KF, pouvant passer pour la Puissance, & l'autre partie BE, & IL qui s'oppose à ce Mouvement à cause de la pesanteur du Poids H, pouvant passer pour un Poids, qui dans ce cas est égal à la Puissance, parce que la Puissance & le Poids sont également éloignez du Centre de Mouvement O.

De plus, la liaison qui est entre toutes ces Poulies par la Corde qui les embrasse toutes, fait que la Puissance en D tirant cette Corde de haut en bas, pour soûtenir, ou pour enlever le Poids H, la partie BE de la Corde tire de bas en haut; ce qui rend la Poulie



29
A
B
C
O
I
K
O
N
L
M
D
P
E
F
G
29
H
B
F
30
M
N
E
D
C
A
30
L
O
K
L
M
N
O
F
G
H
I
P
Q
A
31
R
B
C
D
E

EF équivalente à un Levier de la seconde espece, comme la Ligne droite EF, dont le Point fixe seroit en F, le Poids en O, & la Puissance en E, sa Ligne de direction étant la ligne BE. Pareillement la partie IL de la même Corde tirant de bas en haut, fait que la Poulie LM est aussi équivalente à un Levier de la seconde espece, comme la ligne droite LM, dont le Point fixe seroit en M, le Poids en O, & la Puissance en L, sa Ligne de direction étant la droite IL. Ainsi l'on void que chacune des deux Poulies d'en haut BC, IK, sur lesquelles la Corde passe est un Levier de la premiere espece, & que chacune des Poulies d'en bas LM, EF, par dessous lesquelles la corde passe, est un Levier de la seconde espece. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 4. Fig. 2.

SCOLIE.

I Puisque les Poulies d'en haut sont des Leviers de la premiere espece, où le Point fixe est au milieu, il est évident que la Puissance est égale au Poids, & qu'ainsi de semblables Poulies ne contribuent point à augmenter la force, mais seulement à faciliter le Mouvement, en évitant le frottement des Cordes. Mais parce que le Diametre de chaque Poulie d'en bas est comme un Levier appuyé sur un bout, & levé de l'autre, il est aisé de connoître que par une semblable Poulie on double la force, parce que la distance de la Puissance est double de celle du Poids, comme nous dirons plus particulierement dans la suite.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Lorsqu'une Puissance soûtient un Poids par le moyen de plusieurs Poulies, toutes les parties de la Corde sont également tenduës.

Supposons qu'une Puissance appliquée en D, soûtienne le Poids H, par le moyen des quatre Poulies BC, IK, LM, EF, dont les deux premieres BC, IK, sont des Leviers de la premiere espece, & les deux autres LM, EF sont deux Leviers de la seconde espece, *par Prop.* I. & dont la premiere & plus haute BC, qui est liée avec les autres par le moyen de la Corde qui les embrasse toutes, est attachée à quelque chose de fixe par son crochet A. Cela étant, je dis que toutes les parties de la Corde sont également tenduës.

DEMONSTRATION.

Il est déja évident que les deux parties CD, BE, sont ten-

Planche 4. 39. Fig. tenduës également, parce que la Poulie BC étant un Levier de la premiere espece, dont le Point fixe est au milieu O, la Puissance en C, & le Poids en D sont égaux, ce qui fait que la partie CD de la Corde est tirée par la Puissance avec la même force que la partie BE par le Poids, & que par consequent ces deux parties sont également tenduës. Il en est de même des deux parties IL, KF, qui sont attachées aux extremitez du Levier IK, qui est aussi de la premiere espece.

Il est aussi évident que les deux parties BE, KF, qui sont appliquées aux extremitez du Levier EF, par le moyen duquel elles portent le Poids H pendant du point G, qui répond au milieu O de ce Levier, sont également tenduës, parce que si l'une, par exemple BE, qui tire de bas en haut, étoit plus tenduë que l'autre KF, qui tire de haut en bas, elle emporteroit le Poids H, & le mettroit en mouvement, ce qui est contre la supposition, parce que nous avons supposé que la Puissance soûtenoit le Poids, c'est à dire que la Puissance & le Poids étoient en Equilibre. On connoîtra par un semblable raisonnement que les deux parties IL, MN, sont également tenduës; d'où il est aisé de conclure que toutes les parties de la Corde, sont également tenduës. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

On conclud aisément de cette Proposition, que puisque toutes les parties de la Corde sont également tenduës, celles qui sont appliquées aux Poulies d'en bas, qui sont des Leviers de la seconde espece, sçavoir les quatre BE, KF, IL, MN, soûtiennent des parties égales du Poids H, qu'elles portent.

PROPOSITION III.

THEOREME.

Lors qu'une Puissance soûtient un Poids par le moyen de plusieurs Poulies, elle est telle partie du Poids, que l'unité est du nombre des parties de la Corde, appliquées aux Poulies d'en bas.

40. Fig. JE dis que si une Puissance appliquée en D, soûtient le Poids H, par le moyen des quatres Poulies BC, IK, LM, EF, dont la premiere est acrochée au point A, cette Puissance est la quatriéme partie du Poids H, parce qu'il y a quatre parties de la Corde sçavoir BE, KF, IL, MN, qui sont appliquées aux deux Poulies d'en bas, EF, LM, lesquelles sont, comme vous avez vû, des Leviers de la seconde espece.

Planche 4. 29. Fig.

DEMONSTRATION.

Puisque par le Corollaire de la Proposition precedente, toutes les parties de la Corde, appliquées aux Poulies d'en bas, soûtiennent des parties égales du Poids, il s'ensuit à cause des quatre Cordes, que chacune soûtient la quatriéme partie du Poids, & que par consequent la Corde CD, dont la force est égale à la resistance qui se fait en B, par la pesanteur du Poids, est justement chargée de la quatriéme partie du même Poids, c'est à dire que la Puissance en D, est la quatriéme partie du Poids H. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si le nombre des Cordes appliquées aux Poulies d'en bas, est donné, & aussi le Poids H, la Puissance qui le soûtient à l'aide de ces Poulies, est aussi donnée, comme ici elle est égale à la quatriéme partie du Poids, de sorte que si ce Poids est par exemple de 200 livres, la Puissance sera à peu prés de 50 livres : j'ay dit à peu prés, parce qu'elle doit être un peu plus grande, à cause du frotement de la Corde & des Pivots, de leur pesanteur, & de celle des Poulies, étant certain que toutes choses augmentent la pesanteur du Poids, & diminuent la force de la Puissance, mais cela est peu à comparaison des forces qu'on gagne par le moyen des Poulies d'en bas.

SCOLIE.

Comme les Poulies d'en haut, qui sont immobiles, étant dans une même Moûfle immobile & acrochée, au point A, & qui sont comme vous avez vû, des Leviers de la premiere espece, ne servent que pour empêcher les frotemens de la Corde, & la mouvoir plus facilement, sans autrement multiplier les forces, on pourra seulement se servir des Poulies d'en bas, qui sont mobiles, & qui sont, comme vous avez aussi vû, des Poulies de la seconde espece, comme vous voyez dans cette figure, qu'il ne faut que regarder pour la comprendre, car il est aisé de voir que toutes les Cordes qui sont attachées aux points C, D, E, F, de la Muraille AB, & qui soûtiennent les Poulies G, H, I, K, & par leur moyen le Poids L attaché à la plus basse G par le milieu, se rapportent à la Poulie immobile M fermement attachée par son crochet N, par dessus laquelle passe la Corde qui est tirée de haut en bas par la Puissance appliquée en O, laquelle dans cette disposition est la seiziéme partie du Poids, parce qu'il y a quatre Pou- 30. Fig.

Planche. 4. lies mobiles, & que dans chacune le Poids perd la moitié de sa
30. Fig. resistance, puisqu'elles sont des Leviers de la seconde espece, &c.

31. Fig. On connoîtra de la même façon, que la Puissance en A, n'est que la huitiéme partie de la quantité composée des quatre Poids égaux B, C, D, E, qu'elle soûtient par le moyen des quatres Poulies mobiles F, G, H, I, & des quatre immobiles K, L, M, N, qui sont liées avec les quatre premieres F, G, H, I, par le moyen de la Corde qui est attachée au Point fixe O.

PROPOSITION IV.

THEOREME.

Ce que la Puissance gagne en force, quand elle meut un Poids à l'aide de plusieurs Poulies, elle le perd en espace de temps & de lieu.

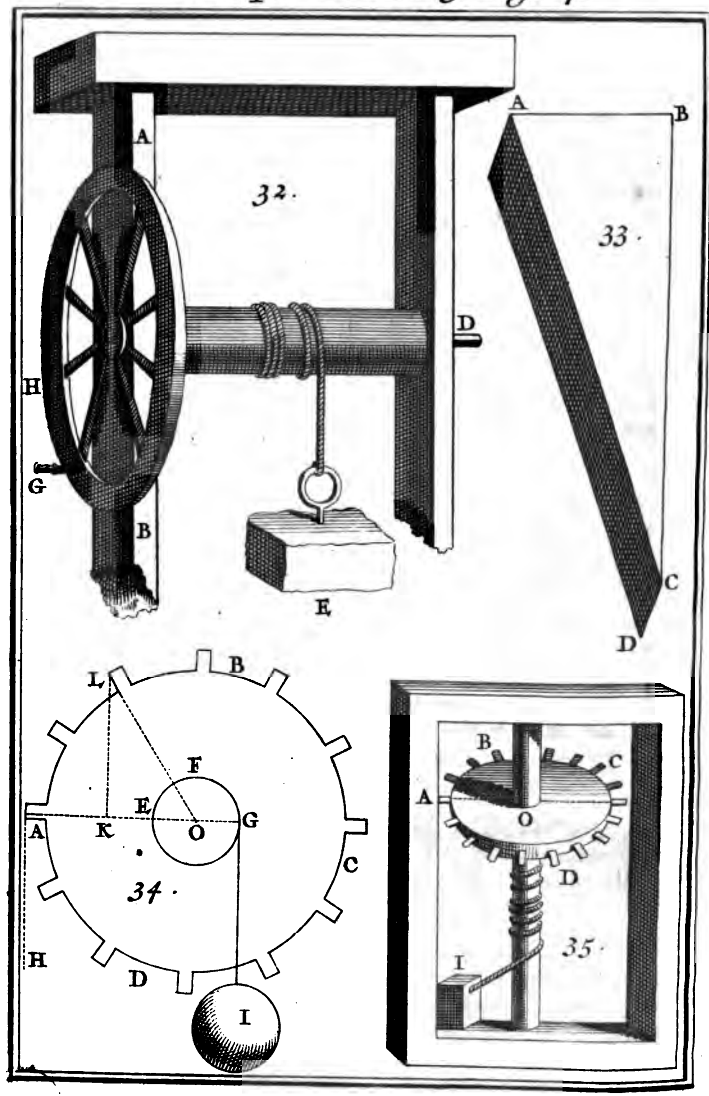
31. Fig. SUpposons qu'une Puissance appliquée en A, & tirant la Corde de haut en bas vers R, fasse mouvoir les Poids, B, C, D, E, ou la Chape PQ, à laquelle ils sont attachez de bas en haut. Cela étant, je dis que la Puissance fera beaucoup de chemin, lorsque le Poids en parcourra un petit, c'est à dire que la Puissance tirera beaucoup de Corde, pour faire monter tant soit peu le Poids, de sorte que pour faire monter le Poids par exemple d'un Pied, il faut dans cet exemple que la Puissance décende de huit pieds, parce qu'il y a huit parties de Corde appliquées aux Poulies d'en bas.

DEMONSTRATION.

Il arrive dans l'usage des Poulies comme dans le Levier, que l'espace que parcourt le Poids, est à l'espace que parcourt la Puissance, comme la Puissance est au Poids, ou comme l'unité est au double du nombre des Poulies d'en bas, parce que le Poids ne sçauroit être élevé par exemple d'un Pied, que chacune des Cordes qui sont appliquées aux Poulies d'en bas, ne soit racourcie aussi d'un Pied, & par consequent toutes ces Cordes de huit pieds, parce qu'il y en a huit, ce qui ne sçauroit arriver sans que la Puissance ne tire aussi huit pieds de Corde depuis A vers R. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

Ainsi vous voyez dans cette Machine, comme dans le Levier, que cette Loy generale de Mecanique s'observe, sçavoir


A
32.
B
H
G
D
E
A
B
33.
C
D
L
B
F
E
A
K
O
G
C
34.
H
D
I
B
C
A
O
D
35.
I

sçavoir que plus la Puissance a de mouvement, plus elle a de force à proportion, ce qui s'observe aussi dans la Rouë par son Aissieu, comme vous allez voir dans le Chapitre suivant. Planche 4. 31. Fig.

CHAPITRE IV.

De la Rouë par son Aissieu.

LA *Rouë par son Aissieu*, que les Latins appellent *Axis in Peritrochio*; c'est à dire *Aissieu dans la Rouë*, & le commun le *Tour*, est une Rouë, comme AB, qui est traversée à Angles droits par un Aissieu CD fait en Cylindre, qu'on appelle *Tympan*, ou *Tambour*, & qui est mobile autour de son Centre C, avec son Aissieu CD : qu'on appelle aussi *Treüil*, autour duquel s'entortille une Corde qui y est attachée, & qui porte le Poids E, qu'elle tire quand on fait tourner l'Aissieu par le moyen de la Rouë, laquelle pour cette fin a de petites dents, comme GF, qui servent à la faire mouvoir plus facilement, lorsque la Puissance agit sur la circonference de la Rouë. Planche 5. 32. Fig.

Il est évident que cette Machine n'est autre chose qu'un Levier perpetuel & retourné, qu'un des Rayons de la Rouë represente, comme CH. Elle prend le nom de *Tour* seulement quand son Aissieu CD, qui est appuyé sur deux pieces de bois, tourne horizontalement, & la Rouë AB verticalement, comme il arrive lorsqu'on s'en sert pour tirer les pierres des Carrieres, ou pour tirer de l'eau des Puits bien profonds : car l'Aissieu CD est quelquefois vertical, & alors la Rouë CD tourne horizontalement, comme quand on s'en sert pour tirer l'eau des lieux où l'on veut bâtir; &c. Toutes les Machines, dont on se sert pour élever hors de terre les Fardeaux par le moyen de la Rouë par son Aissieu, s'appellent *Guindas*.

PRO-

Planche. 5. 34. Fig.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Si un Poids est soûtenu par le moyen d'une Roüe mobile avec son Aissieu autour de son Centre, par une Puissance, dont la Ligne de direction touche la circonference de cette Roüe; la Puissance sera au Poids, comme le Rayon de l'Aissieu est au Rayon de la Roüe.

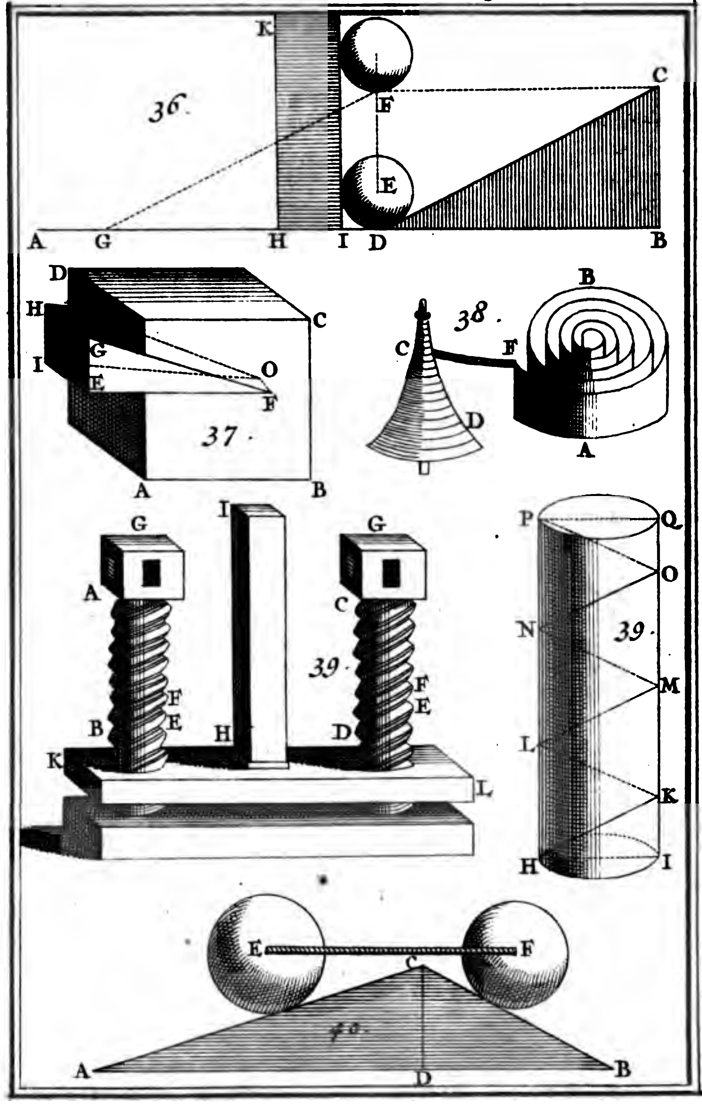
SOit la Roüe ABCD, fermement attachée autour de son Aissieu, dont le Profil est le Cercle EFG, avec lequel elle peut tourner autour de son Centre O. Que l'on applique la Puissance en tel point que l'on voudra de la circonference de cette Roüe, comme en A, en sorte que sa Ligne de direction AH touche la circonference, & que par consequent l'Angle HAO soit droit; & que tirant de haut en bas elle soûtienne le Poids I, qui pend au bout d'une Corde attachée par l'autre bout à la circonference EFG de l'Aissieu. Cela étant, je dis que la Puissance en A, ou en H, est au Poids I, comme le Rayon OG de l'Aissieu, est au Rayon AO de la Roüe.

DEMONSTRATION.

Il est évident que si l'on ôte par pensée toutes les parties de la Roüe, excepté le Rayon AO, ce Rayon AO fera le même effet que la Roüe, pourvû que la Ligne de direction AH luy demeure toûjours perpendiculaire, & alors cette ligne ou Rayon inflexible AO, ou AOG, ne differera point d'un Levier de la premiere espece, dont le Point fixe est au Centre O, la Puissance est à l'extremité A, & le Poids est à l'autre extremité G: & dans ce cas il a été démontré dans la premiere Proposition du Levier, que la Puissance en A, est au Poids I, en G, comme la distance OG du Poids, est à la distance AO, de la Puissance, c'est à dire comme le Rayon de l'Aissieu, est au Rayon de la Roüe. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

On void aisément par cette Proposition, que plus le Rayon de la Roüe est grand à comparaison du Rayon de son Aissieu, plus la Puissance a de force, en supposant toûjours que la Ligne de direction de la Puissance touche la circonference de la Roüe, parce qu'ainsi la distance de la Puissance au Point fixe O, sera toûjours la même, en quelque point de la circonference que la Puissance soit placée: car autrement il n'en sera pas de même, comme si la Puissance est appliquée en L, & que sa Ligne de direction LK soit perpendiculaire à l'Horizon, sa distance au Point fixe O, sera la droite KO qui lui est perpendiculaire, laquelle


36.
K
C
F
E
A
G
H
I
D
B
D
H
C
G
I
O
E
F
37.
A
B
38.
B
C
F
D
A
I
G
G
A
C
39.
F
E
B
E
H
D
F
E
K
L
P
Q
O
N
39.
M
L
K
H
I
E
F
C
40.
A
D
B

laquelle étant moindre que le Rayon AO, ou HO, diminuë la force de la Puissance, ou augmente la resistance du Poids. Planche 5.
On démontrera de la même façon, que lorsque la Rouë est horizontale : comme ABCD, en sorte que son Aissieu soit perpendiculaire à l'Horizon, comme il arrive lorsqu'on veut s'en servir pour tirer le Poids I, qui est sur le Plan de l'Horizon, ou bien sur un Plan incliné ; la Puissance est à ce Poids, comme le Rayon de l'Aissieu est au Rayon de la Rouë, en supposant toûjours que la Ligne de direction de la Puissance touche la circonference de cette Rouë, &c. 34. Fig. 35. Fig.

PROPOSITION I.

Theoreme.

Ce que la Puissance gagne en force, quand elle meut un Poids à l'aide d'une Rouë par son Aissieu elle le perd en espace de temps & de lieu.

On connoîtra aussi dans cette Machine, comme dans les deux precedentes, que la Nature n'est point trompée, ni surmontée ; c'est à dire qu'elle ne donne rien d'un côté qu'elle ne se recompense d'ailleurs, de sorte que l'on ne gagne rien par le moyen de la Rouë ABCD, qu'on ne le perde en espace de temps & de lieu ; parce que par la Proposition precedente, si le Poids I a par exemple dix fois plus de resistance que la Puissance, aussi la distance AO de la Puissance est dix fois plus grande que la distance OG du Poids, afin que cette Puissance le puisse soûtenir, ce qui fait que la circonference de la Rouë ABCD est dix fois plus grande que la circonference EFG de l'Aissieu, & que par consequent la Puissance a dix fois plus de mouvement que le Poids, lorsqu'elle est capable de le mouvoir, car quand elle aura fait un tour entier de la Rouë, le Poids aura aussi fait un tour entier du Cylindre, qui n'est que la dixiéme partie du chemin qu'aura fait la Puissance. 32. Fig.

Scolie.

Ainsi vous voyez que dans cette Machine la loy commune aux deux precedentes, est gardée sensiblement, sçavoir que la Puissance a plus de force à proportion qu'elle a plus de mouvement, de sorte que nous pouvons hardiment nous appuyer sur ce Principe de Mecanique comme infaillible, pour expliquer l'effet de la Vis & du Coin, qui sans ce Principe ne peut pas, à mon avis, être expliqué si clairement.

On connoît par cette Machine la raison pour laquelle dans les petites Horloges, ou Montres de poche, qui au lieu d'un Contrepoids ont un Ressort, comme AB, ont Planche 6. 38. Fig.

la Fusée CD plûtôt faite en Cone qu'en Cylindre, parce que quand le Ressort AB est tendu, auquel cas la Corde CE est à la pointe de la Fusée, il a plus de force qui se diminuë à mesure qu'il se lâche, & reciproquement la Corde CE a moins de force en C, qui s'augmente à mesure qu'elle décend vers D : & afin que la force soit par tout égale, il faut que la grande force du Ressort AB au commençement, soit diminuée par celle que la Corde a au commencement, ou à la pointe de la Fusée, & que la force du Ressort qui se diminuë sur la fin, soit recompensée par celle que la Corde acquiert quand elle est au bas de la Fusée CD, où tirant a une plus grande distance, parce que la fusée étant plus large à cet endroit; elle a necessairement plus de force, &c.

CHAPITRE V.

Du Coin.

Planche 5. 33. Fig.

LE *Coin* est la Machine la plus simple de toutes, ayant la forme d'un Triangle solide, comme ABCD, qui est quelquefois de bois, & ordinairement de fer, afin qu'étant plus glissant, on puisse plus facilement s'en servir pour fendre des Corps, parce qu'il n'agit qu'en glissant contre les parties du Corps qu'il separe.

Pour connoître la force du Coin, on considerera l'une de ses deux faces, qui sont inclinées l'une à l'autre, comme un Plan incliné, & l'autre comme un Plan horizontal, en concevant que ce Plan incliné peut servir à une Puissance pour lever un fardeau, que sans cette Machine elle ne pourroit pas seulement soûtenir.

Planche 6. 36. Fig.

Que le Triangle DBC rectangle en B, represente un Coin, dont le taillant ou la pointe soit en D, & la tête soit BC, & pour une plus grande facilité, supposons que la longueur DB de ce Coin soit double de sa hauteur BC, & que la Base BD soit parfaitement polie, en sorte qu'étant appliquée sur la Surface horizontale AB, que je suppose aussi entierement polie, le Coin DBC puisse glisser sur ce Plan horizontal AB sans aucune difficulté. Supposons encore que le Poids E, soit empêché d'aller vers A, par le Plan HIK perpendiculaire à l'Horizon, sans que neanmoins ce Plan empêche que le Coin ne glisse sur le Plan horizontal AB, lorsqu'il sera tiré ou poussé de B vers A, par une Puissance, dont la Ligne de direction soit paralleleà l'Horizon.

Si donc la Puissance pousse le Coin DBC regulierement de B vers A, en le faisant glisser sur le Plan horizontal

tal AB, elle fera monter le Poids E, par un mouvement si regulier, que son Centre de pesanteur E n'abandonnera jamais la ligne EF perpendiculaire à l'Horizon : de sorte que quand le Point B sera parvenu en D, le point C en F, & le point D en G, c'est à dire lorsque le Coin DBC aura pris la situation GDF, le Poids E, par la resistance du Plan HIK, aura été contraint de monter par le Plan incliné CD, ou FG, qui l'aura poussé en haut jusqu'en F, de sorte qu'il sera monté de toute la ligne DF, lorsque la Puissance se sera mûë de toute la ligne BD, ou DG, qui a été supposée double de DF. Planche 6. 36. Fig.

Puisque donc dans cette supposition, la Puissance a deux fois plus de mouvement que le Poids, elle doit avoir deux fois plus de force que ce Poids, c'est à dire qu'elle ne doit être que la moitié de la pesanteur relative de ce Poids sur le Plan incliné CD, pour l'y pouvoir soûtenir, selon cette Loy generale des Mecaniques, que nous avons remarquée dans les Machines precedentes, sçavoir que la force de la Puissance croît à proportion qu'elle a plus de mouvement. D'où il est aisé de conclure, que *quand une Puissance, dont la Ligne de direction est parallele à l'Horizon, soûtient un Poids à l'aide d'un Coin, dont la Base est aussi parallele à l'Horizon, cette Puissance est au Poids qu'elle soûtient comme la Hauteur du Coin est à sa Base.*

Corollaire.

Il suit de ce qui vient d'être dit & démontré, que plus le Coin sera aigu, plus son effet sera considerable, parce que le mouvement GD de la Puissance sera plus grand à comparaison du mouvement DF du Poids : & que quand ce Coin sera appliqué pour fendre un Corps, comme ABCD, les Plans EFOI, GFOH, qui composent ce Coin, étant plus inclinez l'un à l'autre, les parties E, G, peuvent glisser plus facilement ; où vous remarquerez que le Plan EFOI étant pris pour un Plan horizontal, & l'autre Plan GFOH pour un Plan incliné, comme il est effectivement à l'égard du premier Plan, la resistance que la partie superieure du Corps ABCD oppose à sa desunion d'avec l'inferieure, peut passer pour un Poids, dont la Ligne de direction est perpendiculaire à la partie inferieure, ou horizontale. 37. Fig.

Scolie.

Dans tout ce que nous avons dit touchant la Theorie du Coin l'on en doit rabatre la force qu'il faut pour vaincre la rudesse & l'inégalité du Plan horizontal, sur lequel on fait rouler tout le Plan incliné, & aussi la force qu'il faut pour vaincre la rudesse du Plan incliné sur lequel on fait monter le

far-

Planche 6. 37. Fig. fardeau, & encore la rudesse du même fardeau, quand il n'est pas Spherique.

Ce frottement est peu de chose dans les autres Machines, mais dans le Coin il est fort considerable, l'experience faisant connoître qu'un Coin chargé d'un fardeau d'une pesanteur énorme, n'a presque aucun effet, parce que les Surfaces tant du Coin que des parties du Corps que l'on veut fendre, sont toûjours raboteuses, & si serrées que leur frottement apporte necessairement un grand obstacle au mouvement, que l'on tâche de vaincre par la percussion, qui fait ici des merveilles, car on a experimenté qu'en frapant sur la tête d'un Coin, on le fait entrer facilement dans un Corps dur, ce qui vient, comme je crois, de ce que la percussion imprime un mouvement à toutes les parties du Coin, qui les fait trembler & desunir, & en cette sorte diminuë le frottement, & facilite le mouvement du Coin. Où l'on peut remarquer que l'effet de la percussion sera d'autant plus grand, que le poids qui la produit sera plus grand, & qu'il sera mû avec plus de vîtesse.

CHAPITRE VI.

De la Vis.

Planche 6. 39. Fig. LA *Vis*, que les Grecs & les Latins appellent *Cochlea*, est un Cylindre taillé en plusieurs Surfaces concaves, continuellement inclinées en forme de Spirale, ou c'est un Plan Spiral incliné & entortillé autour d'un *Arbre*, ou Aissieu, comme AB, ou CD, dont chaque tour, ou arête s'appelle *Pas de Vis*, ou *Helice*, dont on en void ici la moitié, comme BE, ou DE. On s'en sert tres-utilement pour arrêter, pour faire mouvoir, & pour presser avec une tres-grande force.

36. Fig. Pour connoître cette force, on considerera que si une Puissance poussoit le Poids E, pour le faire monter sur le Plan incliné CD, dont la base DB est parallele à l'Horizon, depuis D jusqu'en C, par une Ligne de direction parallele à la longueur BC, le mouvement de la Puissance seroit representé par la ligne DC, & le mouvement du Poids par la ligne BC perpendiculaire à l'Horizon, puisque ce Poids seroit monté au dessus de la base DB, de toute la hauteur BC du Plan incliné CD, & dans ce cas on connoîtra par le Principe general des Mecaniques, que la Puissance auroit une force proportionnée à son mouvement, & qu'elle seroit au Poids qu'elle soûtiendroit sur le Plan incliné CD, en le poussant ou en le tirant par une Ligne de direction parallele à la longueur CD, ou ce qui est la même chose, la Pesanteur relative du Poids, seroit à

sa Pesanteur absoluë, comme la hauteur BC, est à la longueur CD. Planche 6. 36. Fig.

Au lieu d'imaginer que la Puissance tire le Poids E, pour le faire monter, c'est la même chose que si elle poussoit le Triangle solide BCD selon sa longueur CD, car ainsi le Poids E se trouvant soûtenu par le Plan perpendiculaire HIK, comme nous avons supposé en parlant du Coin, contraindroit par sa pesanteur le Triangle solide BCD, de décendre au dessous de ce Poids, ou bien ce qui est équivalent, le Poids E seroit contraint de monter sur le Plan incliné CD, & de s'élever au dessus de la base BD, qui represente l'Horizon, en parcourant la longueur CD, sans s'éloigner de la perpendiculaire DF, qui est sa Ligne de direction, cette longueur CD étant l'espace que parcourt la Puissance, en poussant le Triangle solide BCD sous le Poids E, jusqu'à ce que le point B soit venu en D.

D'où il suit que la nature de la Vis n'est autre chose que le Triangle BCD, lequel étant poussé en avant selon sa longueur CD, glisse sur le Plan horizontal AB, & enleve le Poids: de sorte que la longueur du Plan incliné represente la moitié BE, ou DE d'une Helice, la hauteur represente la hauteur EF de la même Helice, la Base du même Plan incliné represente le Plan horizontal, ou la Base de l'Arbre de la Vis, & le Poids tient lieu de l'*Ecrouë*, ou *Ecrou*, qui est un trou fait au *Colet* G de la Vis avec un Tareau, en forme de Spire, dans lequel tourne la Vis. On appelle aussi *Ecrouë* le Colet mobile G de la Vis, sur lequel s'appuye le fardeau qu'on veut lever par le moyen de cette Vis, en la faisant tourner, ce qui fait monter l'Ecrou, & en même temps le fardeau qu'il soûtient, avec une facilité surprenante. 39. Fig.

C'est donc par le moyen du Triangle, ou Plan incliné, que la Vis a été inventée, & qu'on s'est avisé d'environner le Cylindre ou Arbre HIPQ, du même Triangle, afin de le reduire dans une Machine beaucoup moindre & plus commode. Pour cette fin l'on a donné la hauteur du Triangle à la hauteur IK du Cylindre, & l'inclinaison de l'hypotenuse du même Triangle à l'Helice HK, & à toutes les autres qui suivent de bas en haut tout autour de l'Arbre de la Vis, & qui font le Plan Spiral continuel HKLMNOP, qu'on appelle ordinairement *Trait de la Vis*.

Ainsi l'on void, que *si une Puissance soûtient un Poids à l'aide d'une Vis, elle sera à ce Poids, comme la hauteur de la Vis, est au Trait de la même Vis*, c'est à dire à la Ligne qui naît du dévelopement de ses Pas, ou Helices. D'où il est aisé de conclure, que dans la Vis la Puissance est d'autant plus forte, que les Helices sont plus serrées, & plus couchées & inclinées à l'Horizon, le reste étant égal, parce que la longueur des hypotenuses des Triangles sur lesquels elles

sont

Planche 6. 39. Fig. sont formées, ont une plus grande Raison à leur hauteur.

Neanmoins pour juger de la force d'une Vis proposée, il n'est pas necessaire de mesurer la longueur de tout le Trait de la Vis, ni la hauteur entiere de l'Arbre, car il suffit de sçavoir combien de fois la ligne égale au circuit d'une Helice, contient sa hauteur, par exemple combien de fois la hauteur HL est contenuë dans le contour de l'Helice HKL, parce que la hauteur entiere HP du Cylindre est contenuë autant de fois dans tout le Trait de la Vis HKLMNOP, comme il est aisé à démontrer.

SCOLIE.

Sans qu'il soit besoin de recourir au Plan incliné, pour connoître la force de la Vis, il suffit de considerer que la Puissance qui aura fait un tour entier pour faire mouvoir un Poids depuis E par exemple en F, à la hauteur d'une Helice, elle aura parcouru un espace fort grand à comparaison de l'espace EF parcouru par le Poids, ce qui fait connoître par le Principe general des Mecaniques, qu'elle doit avoir une grande force par le moyen de cette Machine, de sorte que si l'espace qu'elle a parcouru pour faire monter le Poids à la hauteur EF, est par exemple dix fois plus grand que cet espace, la dixiéme partie de la pesanteur du Poids sera à peu prés capable de le soûtenir par le moyen de cette Machine, &c.

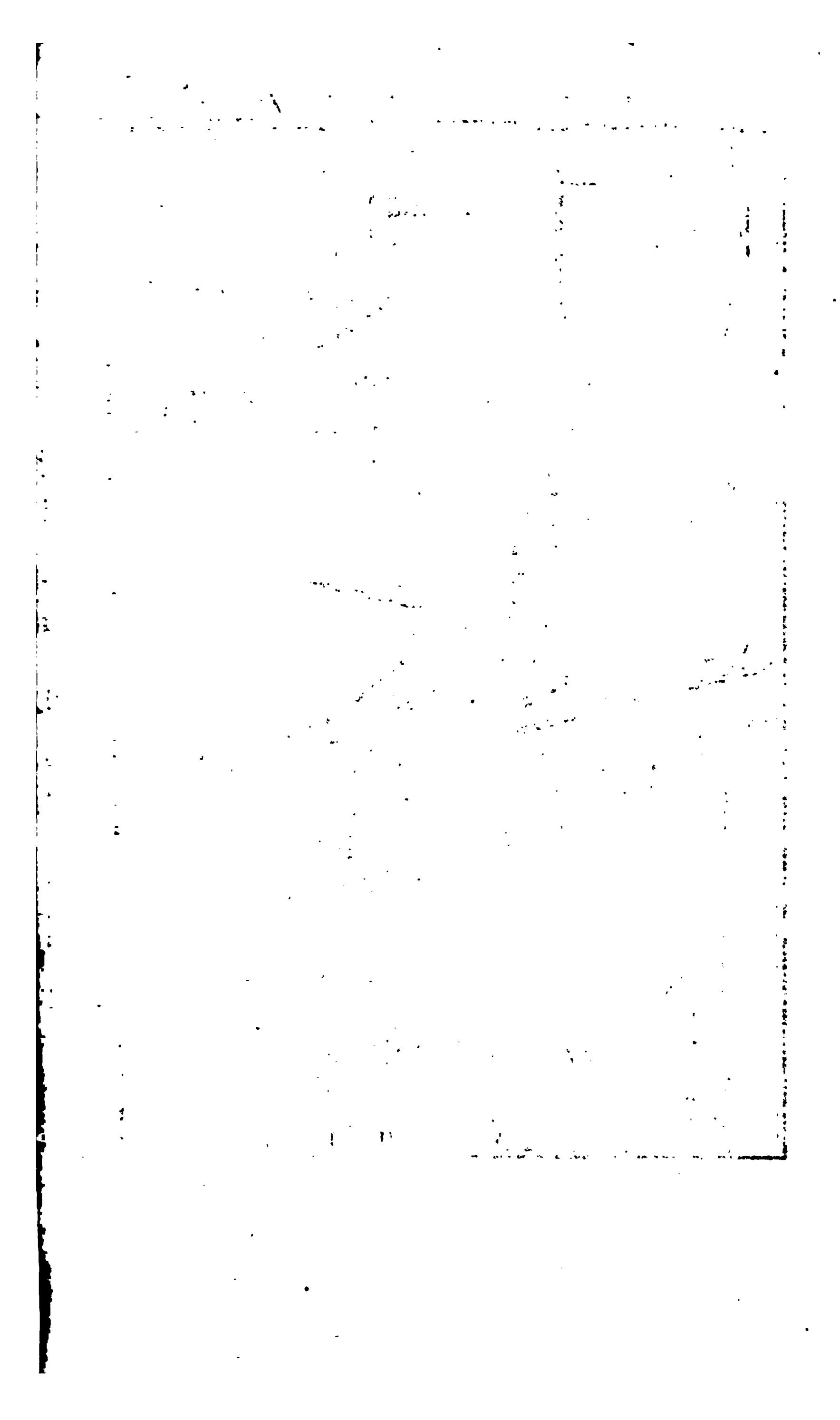
CHAPITRE VII.

Des Machines composées.

ON appelle *Machine composée*, celle qui est composée de plusieurs Machines simples, lesquelles on peut employer en une infinité de manieres differentes, selon l'occasion & la necessité, ce qui fait qu'on ne sçauroit faire un juste dénombrement des Machines composées : c'est pourquoy nous parlerons seulement de celles qui sont les plus faciles, & le plus en usage.

De la Balance.

Planche 7. 41. Fig. QUoique la Balance soit une Machine tres-simple, il semble neanmoins qu'on la peut mettre au nombre des Machines composées, lorsqu'on s'en sert pour souffler, ce que l'on fera avec d'autant plus de facilité que plus la Puissance en A, qui tire de haut en bas par la Ligne de direction AB, sera éloi-

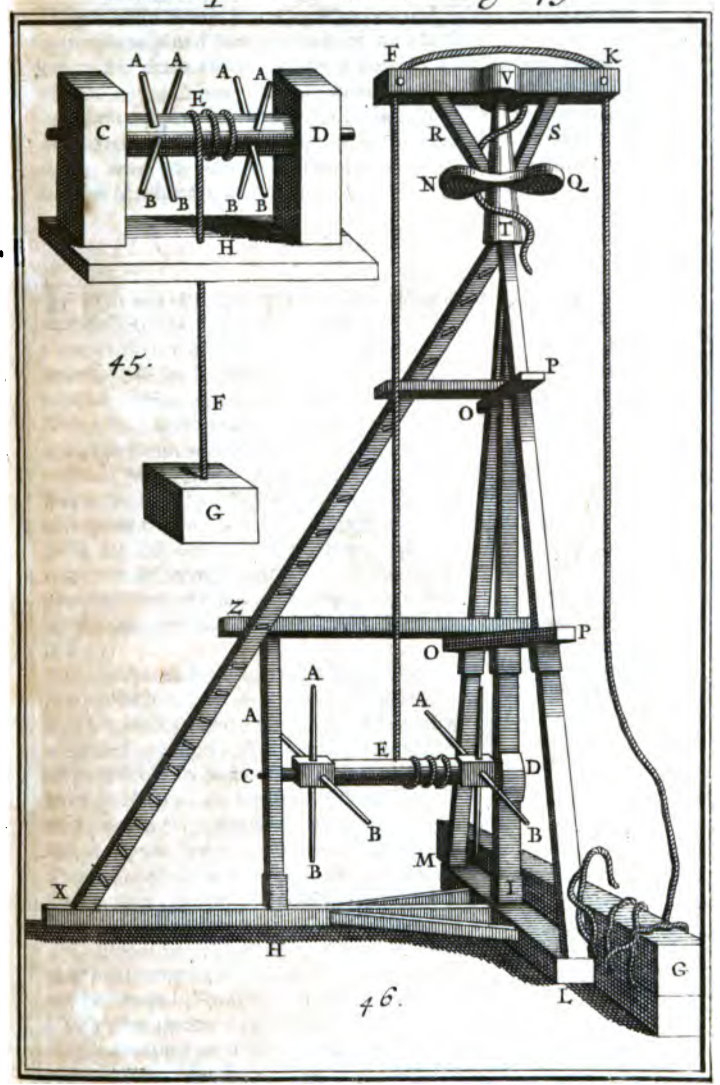


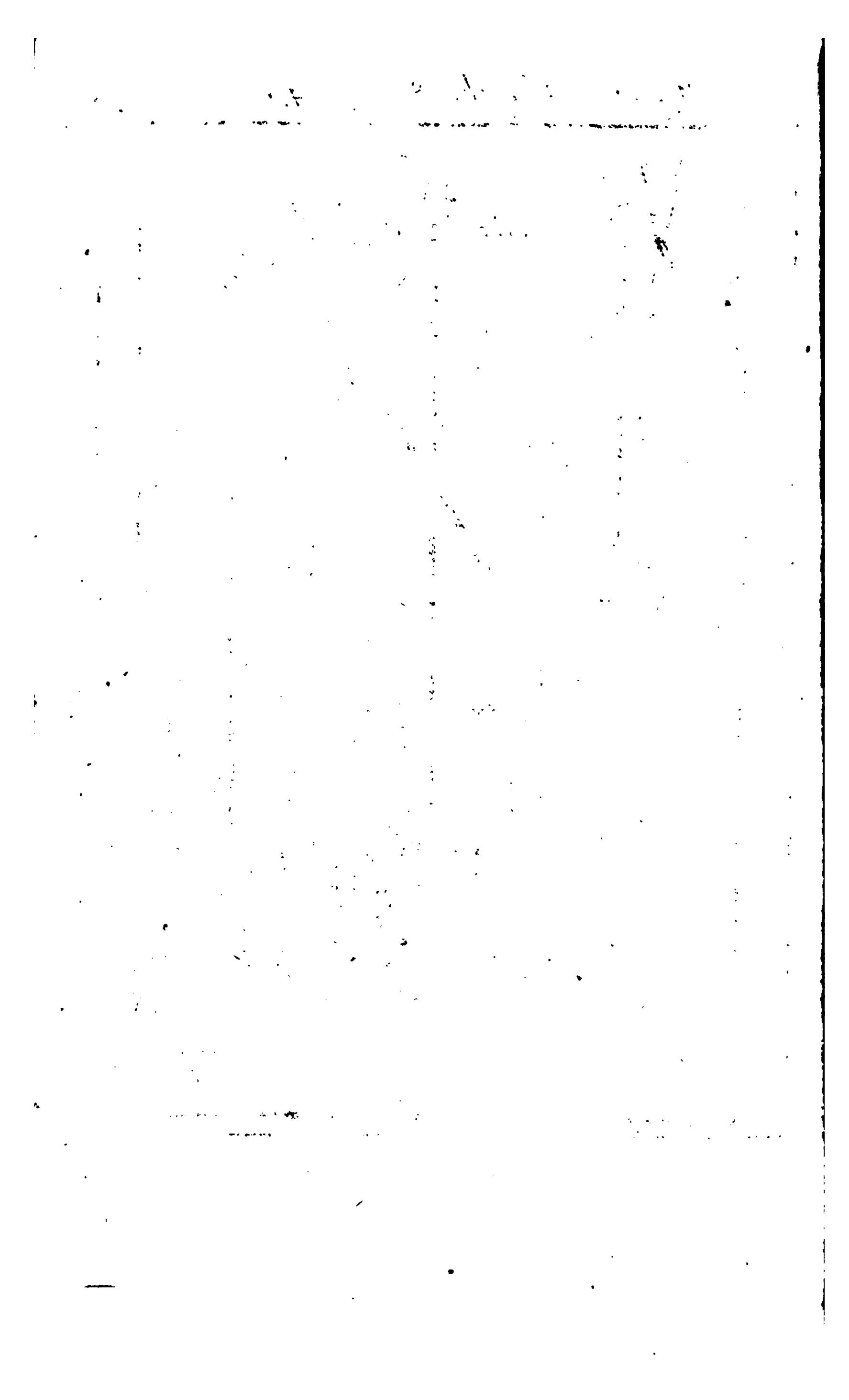
42.

42.

43.

44.


A
A
A
A
E
C
D
B
B
B
B
H
45.
F
G
F
K
V
R
S
N
Q
T
P
O
Z
P
O
A
A
A
E
C
D
B
B
B
M
I
X
H
G
L
46.



éloignée du Point fixe C, & que cette Ligne de direction AB approchera plus d'être perpendiculaire à la Verge BD, dont l'extremité D étant élevée, ouvre le soufflet EF, dont le Point F est comme le Centre de mouvement d'un Levier, qui se mouvra d'autant plus facilement que sa longueur EF sera plus grande : ce qui fait que cette Machine étant composée de deux Leviers, ou d'une Balance & d'un Levier peut être mise au nombre des Machines composées. Planche 7. 41. Fig.

Du Levier.

LE Levier AB appliqué horizontalement au Treüil, ou Aissieu CD, perpendiculaire à l'Horizon, autour duquel s'entortille la Corde EF, qui est attachée par un bout au Fardeau G posé sur la terre, sert merveilleusement bien en faisant tourner horizontalement l'Aissieu CD à force de bras, par plusieurs Puissances appliquées aux extremitez des Leviers AB, pour faire mouvoir le Fardeau G, & le tirer vers H. Planche 7.

Cette Machine qu'on appelle communément *Vindas*, & que les Latins appellent *Ergata*, & les Mariniers *Cabestan*, est tres-utile pour tirer les pierres des Bateaux, & celles qui sont sur le bord des Rivieres, & les Bateaux mêmes. Elle a ordinairement une forme semblable à celle de la *Fig.* 43. & l'on s'en sert tres commodément dans les Vaisseaux, pour tirer les Ancres, où il faut une grande force pour les déraciner de la terre. 43. Fig.

On se sert aussi du Cabestan dans les Vaisseaux pour lever les Mats de Hunes, & les grandes Vergues, & quand il se peut transporter d'un lieu à un autre, on le nomme *Cabestan volant* : mais on l'appelle *Cabestan simple*, ou *Petit Cabestan*, quand il est posé sur le second Pont, & qu'il ne sert que pour lever les Mats de Hunes, les Vergues, & les autres choses qui ne demandent pas une si grande force que pour lever les Ancres : car celuy qui sert pour lever les Ancres, s'appelle *Cabestan double*, ou *Grand Cabestan*, qui est posé sur le premier Pont, & sert à deux Etages, parce qu'il peut s'élever de quatre à cinq pieds au dessus du second Pont.

Quelquefois les Leviers AB sont appliquez verticalement, pour faire tourner horizontalement le Treüil CD, & lever en même temps le Poids G attaché au bout de la Corde EF, qui s'entortille autour du Cylindre CD, à mesure que plusieurs Puissances appliquées aux extremitez A, B, des Leviers le font tourner autour des deux points immobiles C, D. Planche 8. 45. Fig.

Un semblable Aissieu sans aucune Roüe est appellé *Moulinet*, & les Latins le nomment *Succula*, & les Mariniers qui s'en servent pour lever leurs Ancres, le nomment *Guindau*, & *Vireveau*: & lorsque cet Aissieu est employé pour enlever un Fardeau bien haut,

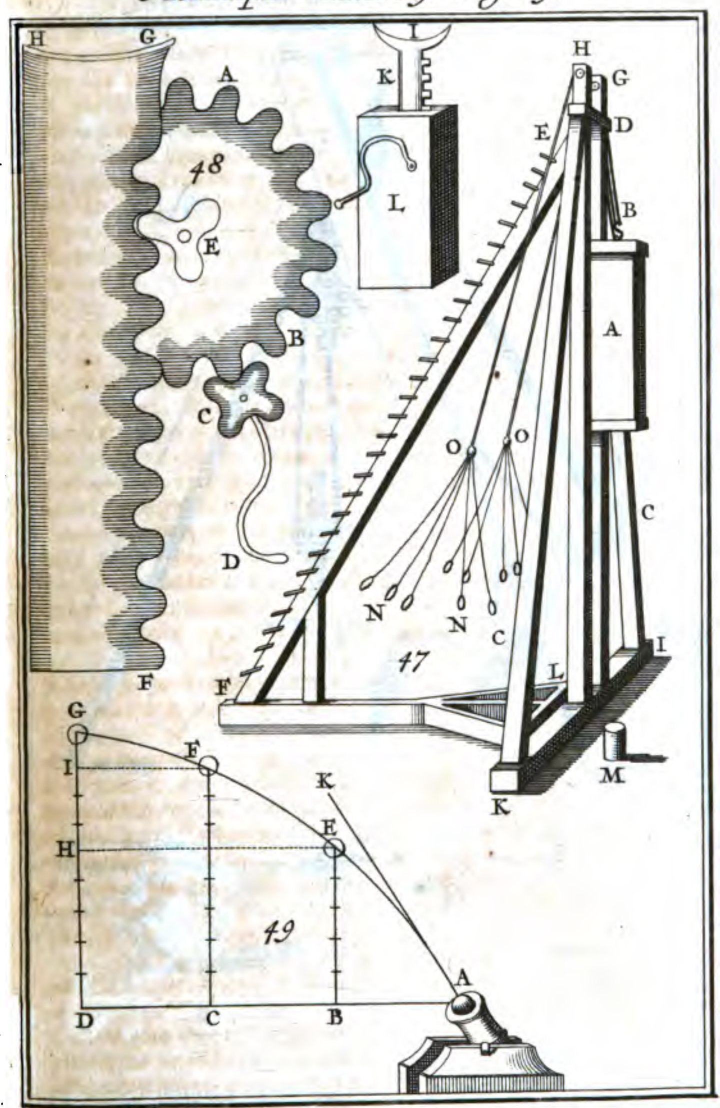
Planche 8. 46. Fig. haut, en faisant passer la Corde par dessus deux Poulies élevées, pour faciliter son mouvement, une telle Machine s'appelle *Engin*, qui est fort en usage dans les Bâtimens, pour enlever des pierres.

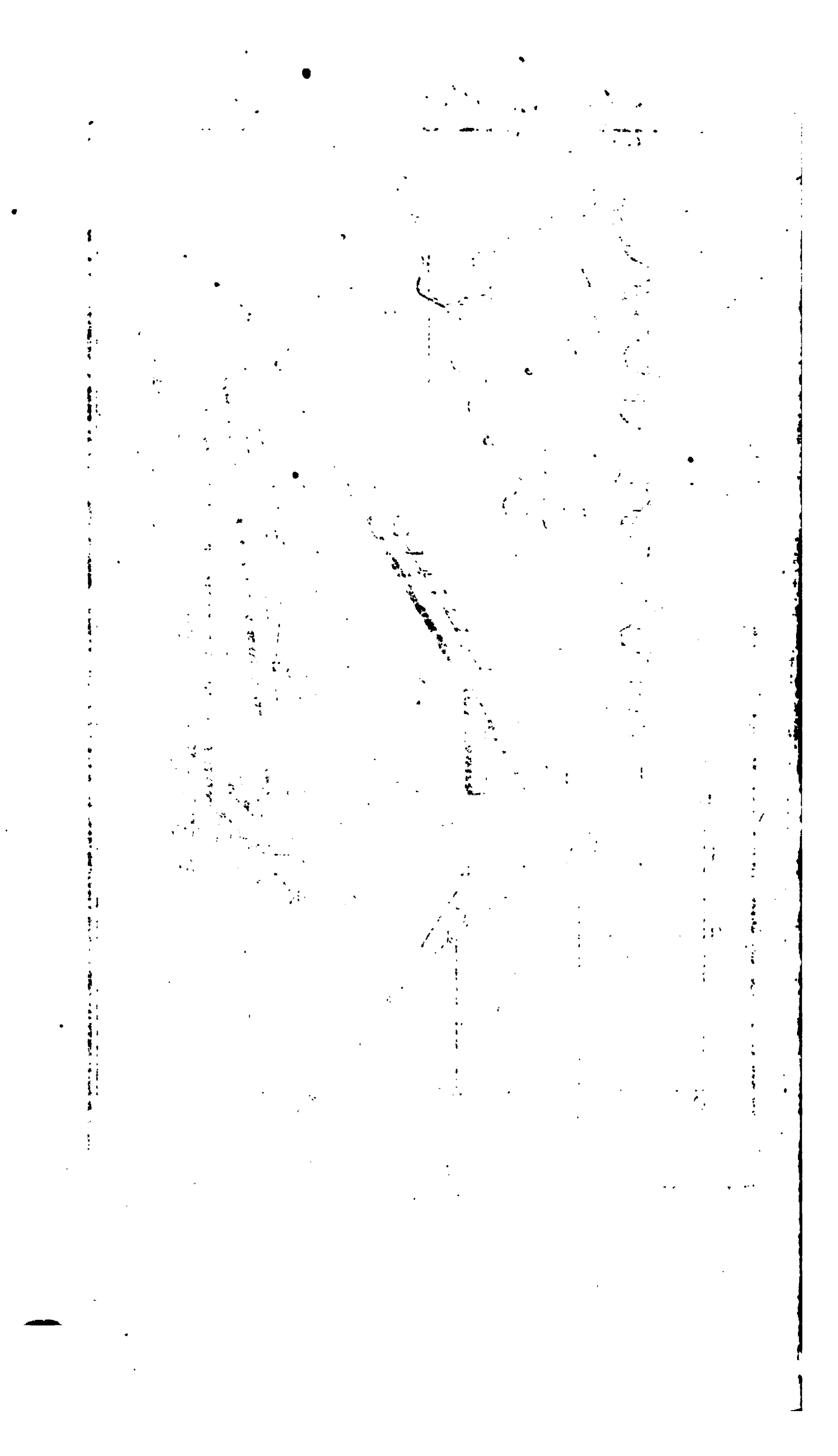
La piece de bois FK, contenant les deux Poulies qui sont ordinairement de cuivre, s'appelle *Fauconneau*, & *Etourneau*, où l'on va pour y mettre la Corde, en montant par la piece de bois XT, qu'on appelle *Rancher* & *Echelier*, parce qu'il est garni de petites Chevilles de bois, appellées *Ranches*, & *Echellons*. Ce Rancher sert d'appuy à l'Engin, & il est chevillé dans une mortaise faite en X sur la *Fourchette* XI, & par une autre mortaise faite en T sur le Poinçon ITV, au dessous de la *Sellette* NQ, sur laquelle s'appuyent les *Liens* R, S, qui soûtiennent le Fauconneau, ou Etourneau FK.

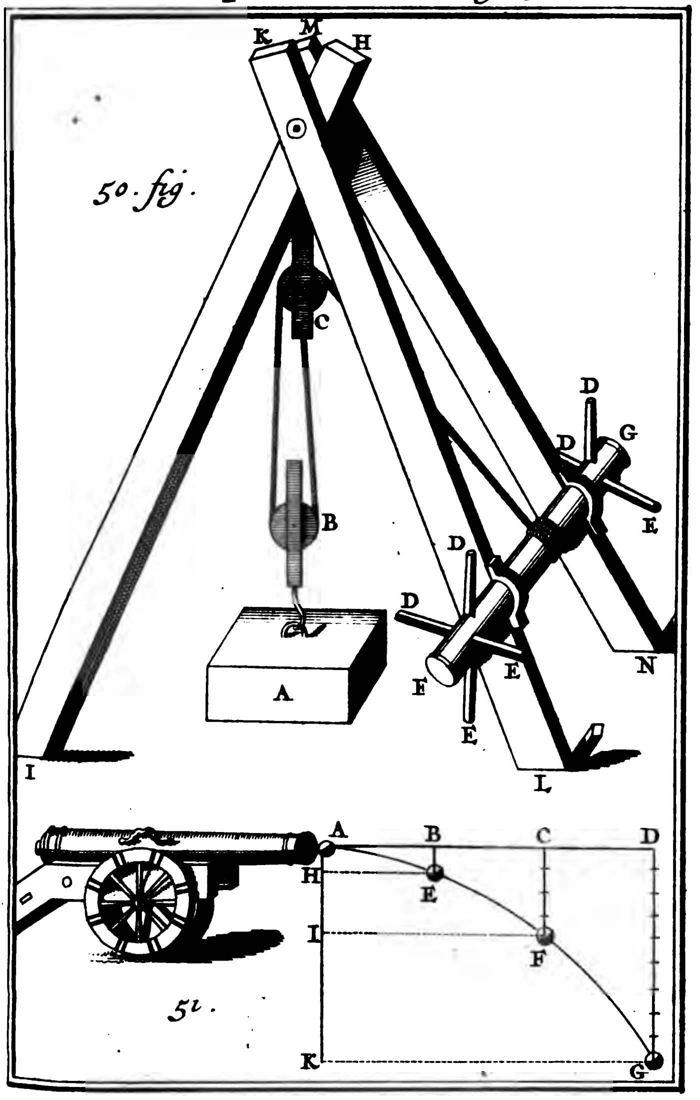
Le Poinçon IV est non-seulement appuyé par le Rancher XT, mais encore par les deux *Bras*, TL, TM, qu'on appelle aussi *Liens en Contre-fiche*, qui s'appuyent par en bas sur les deux extremitez de la *Sole* LM, qui est perpendiculaire à la Fourchette XI, & par en haut dans un *Bossage*, ou avance de bois T : & qui sont embrassez avec le Poinçon IV, pour le mieux tenir en état, par des *Moises* OP, qui sont des pieces de bois assemblées avec Tenons & Mortaises, sur lesquelles il y a des pieces de bois paralleles à la Fourchette XI, qui est attachée à la Sole LM par des Liens. Ces pieces de bois paralleles servent à tenir & affermir le Rancher, & la piece ZH, qui leur est perpendiculaire, sert à soûtenir le Treüil CD.

On appelle *Tenon*, le bout d'une piece de bois, qui entre dans une Mortaise : & *Mortaise* une ouverture ordinairement faite dans le bois en quarré, pour y assembler les Tenons qui sont aussi ordinairement coupez en quarré. Les Bras & le Rancher sont liez & arrêtez au Poinçon par des Moises assemblées avec Tenons & Mortaises, & des *Chevilles Coulisses*, qui sont des Chevilles de bois ou de fer, qui se mettent & s'ôtent quand on veut, pour pouvoir démonter l'Engin, lorsqu'on le veut transporter d'un lieu à un autre. La premiere & plus basse des deux Moises OP, qui embrassent le Poinçon & ses deux Bras, s'appelle *Grande Moise* : & la piece de bois ZH, qui sert à soûtenir le Treüil CD, se nomme *Jambette*.

Lorsque le même Aissieu ou Moulinet est appuyé sur deux pieces de bois mises en croix de saint André, une semblable Machine s'appelle *Singe*, dont on se sert aussi dans les Bâtimens pour tirer de l'eau, ou pour lever & décendre des pierres, ou de grosses pieces de bois, & encore dans les Batteaux pour décharger les Marchandises. On se sert aussi pour enlever les pierres & les pieces de Charpenterie d'une espece d'Engin, qu'on appelle *Gruau*, & *Escoperche*, dont le Fauconneau est fort long, & posé de bas en haut.


H
G
A
48
E
B
C
D
F
I
K
L
H
G
D
E
B
A
O
O
C
N
N
C
47
F
L
I
M
K
G
F
I
K
E
H
49
A
D
C
B




K
M
H
50. fig.
C
B
A
D
G
D
E
D
D
E
F
E
N
I
L
A
B
C
D
H
E
I
F
51.
K
G

Plan-che 10. 50. Fig. a, & quand il n'y en a point, on les soûtient par une troisiéme piece HI, qu'on appelle *Bicoc*, & *Pied de Chevre*.

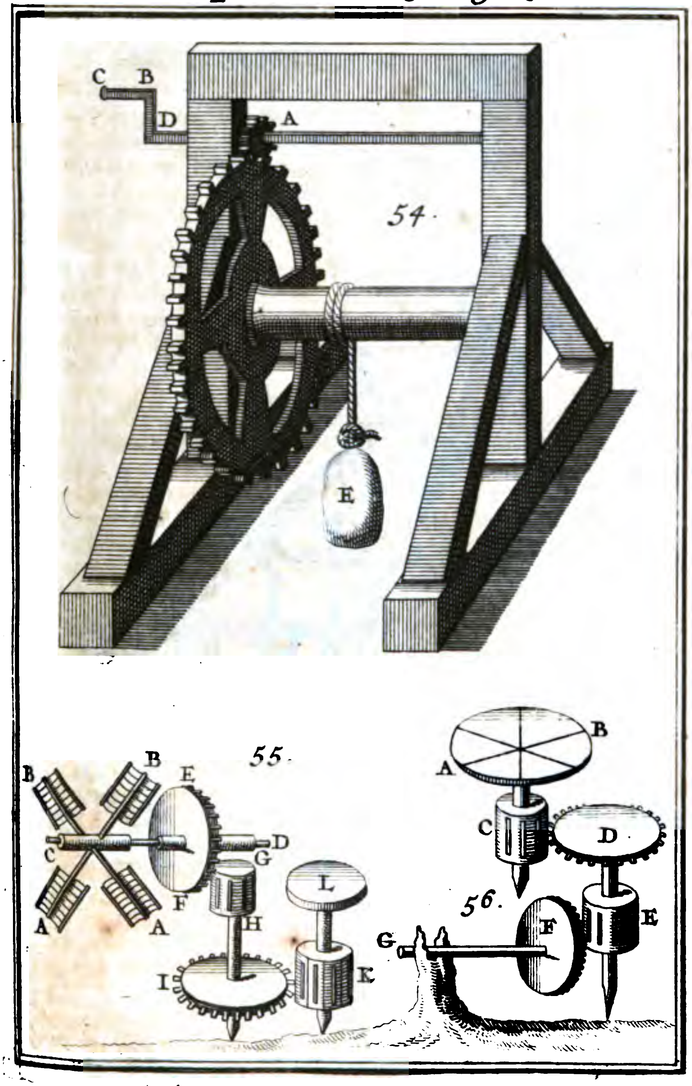
De l'Aissieu dans la Roüe.

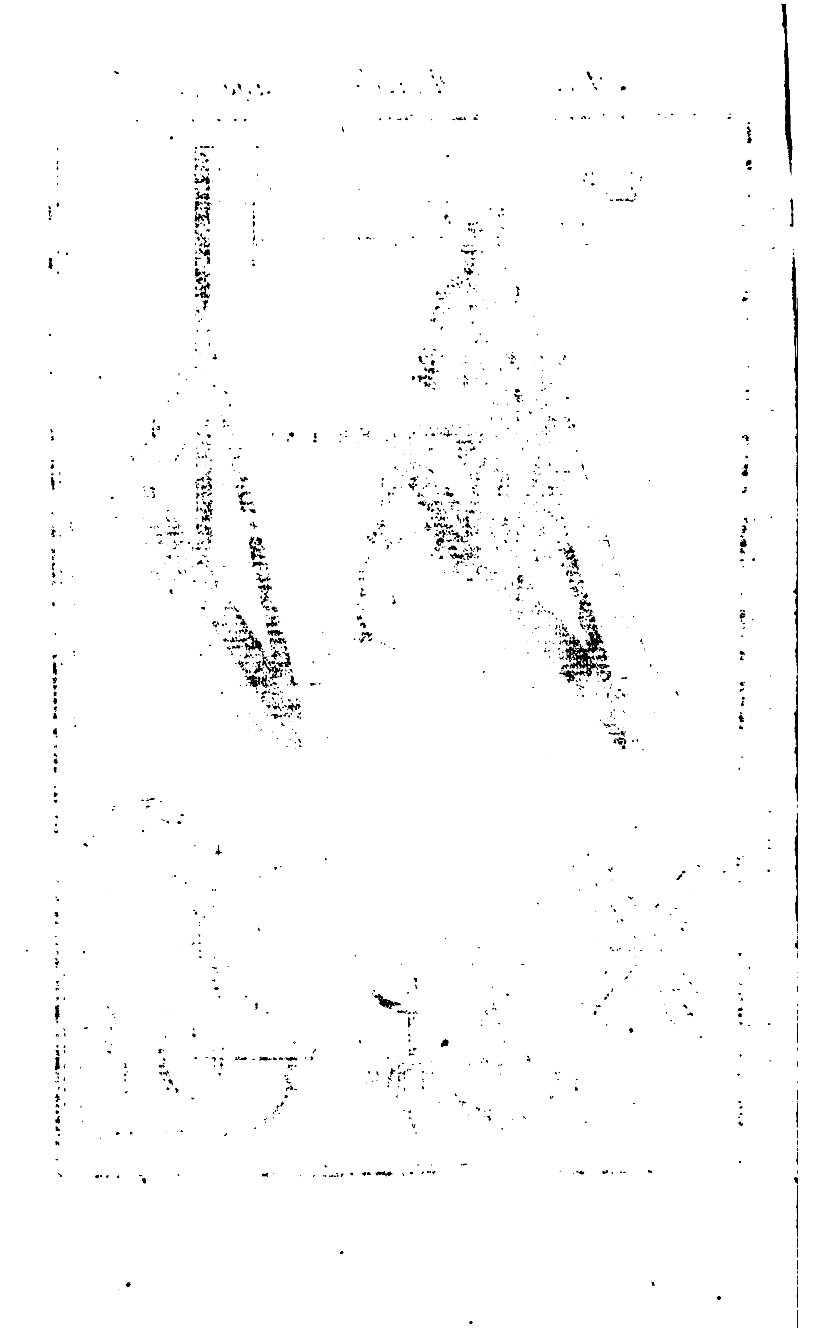
Plan-che 11. 52. Fig. QUoique la *Grüe* soit tres-simple, n'ayant qu'une Roüe, qu'on appelle *Tympan*, comme A, que l'on fait tourner avec son Aissieu ou Treüil BC, en la tirant par le dehors, ou en marchant par le dedans, & mouvoir en même temps la Corde D E, qui luy est attachée, & qui passant par dessus les Poulies F, M, N, leve le Poids H; neanmoins comme cette Machine est des plus considerables, & tres-utile dans les Bâtimens pour lever de grosses pierres, & les transporter là où l'on veut, & qu'elle est composée de plusieurs grandes pieces de bois, elle merite bien d'être mise au nombre des Machines composées.

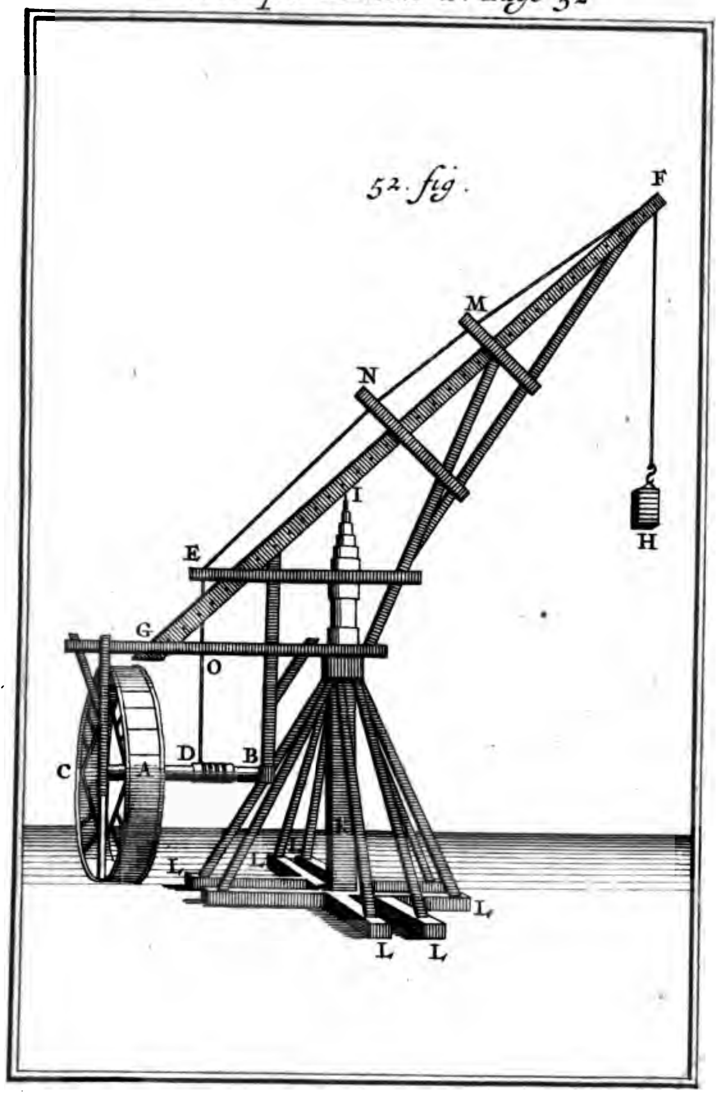
Cette Machine est si commune, qu'elle est presque connuë de tout le monde, & il ne faut qu'en regarder la figure pour la comprendre. C'est pourquoy nous dirons seulement, que l'extremité C du Treüil BC, s'appelle *Lumiere*, & l'autre extremité B *Mammelon*. La piece K qui soûtient le Rancher FG, qui tourne avec la Roüe A, autour de l'extremité I du Poinçon, où il y a un pivot de fer, se nomme *Arbre de la Grüe*, qui sert de Poinçon par en haut, & qui est posé à Angles droits sur huit pieces de bois L mises en croix, qu'on appelle *Embrassures*, *Empatemens*, & *Racineaux*. La piece de bois O, qui sert à soûtenir le Rancher FG, & le Tympan A, s'appelle *Soupente*, &c.

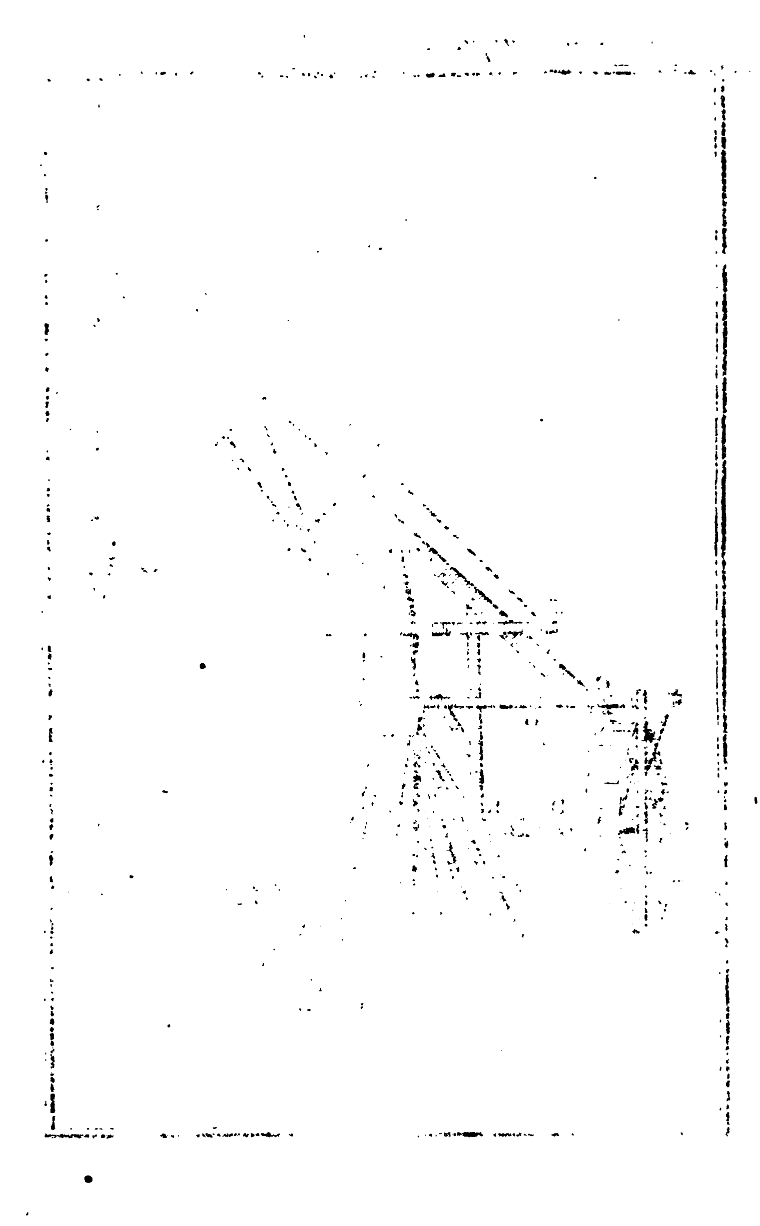
Plan-che 13. 54. Fig. Par le moyen des Roües à dents, on peut augmenter la force de la Puissance autant que l'on voudra, car si l'on n'a qu'une seule Roüe, dont le Rayon soit par exemple dix fois plus grand que celuy de son Aissieu, la Puissance appliquée à la circonference de cette Roüe, aura dix fois plus de force: & si l'on ajoûte une seconde Roüe, comme A, qu'on appelle *Pignon*, quand elle est petite, dont les dents engrainent avec celles de la plus grande, la force de la Puissance s'augmentera encore dans la même proportion que le Rayon de ce Pignon sera plus grand que celuy de son Aissieu, comme si le Rayon est six fois plus grand que celuy de son Aissieu, la Puissance sera soixante fois plus grande à l'aide de ce Pignon, & elle deviendra encore plus grande, si elle se sert de la *Manivelle* DBC, qui luy donnera d'autant plus de force que la ligne BD sera plus grande; de sorte que si le Poids E est par exemple de soixante livres, la Puissance appliquée en C, avec la force d'une Livre sera capable de l'enlever.

Plan-che 12. 53. Fig. Si l'on multiplie le nombre des Roües & le nombre des Pignons, comme dans la *Fig.* 53. on multipliera prodigieu-


C
B
D
A
54.
E
55.
B
B
E
C
D
G
F
A
A
H
L
I
K
B
A
C
D
56.
E
F
G




52. fig.
F
M
N
I
H
E
G
O
D
B
C
A
L
L
L
L
L

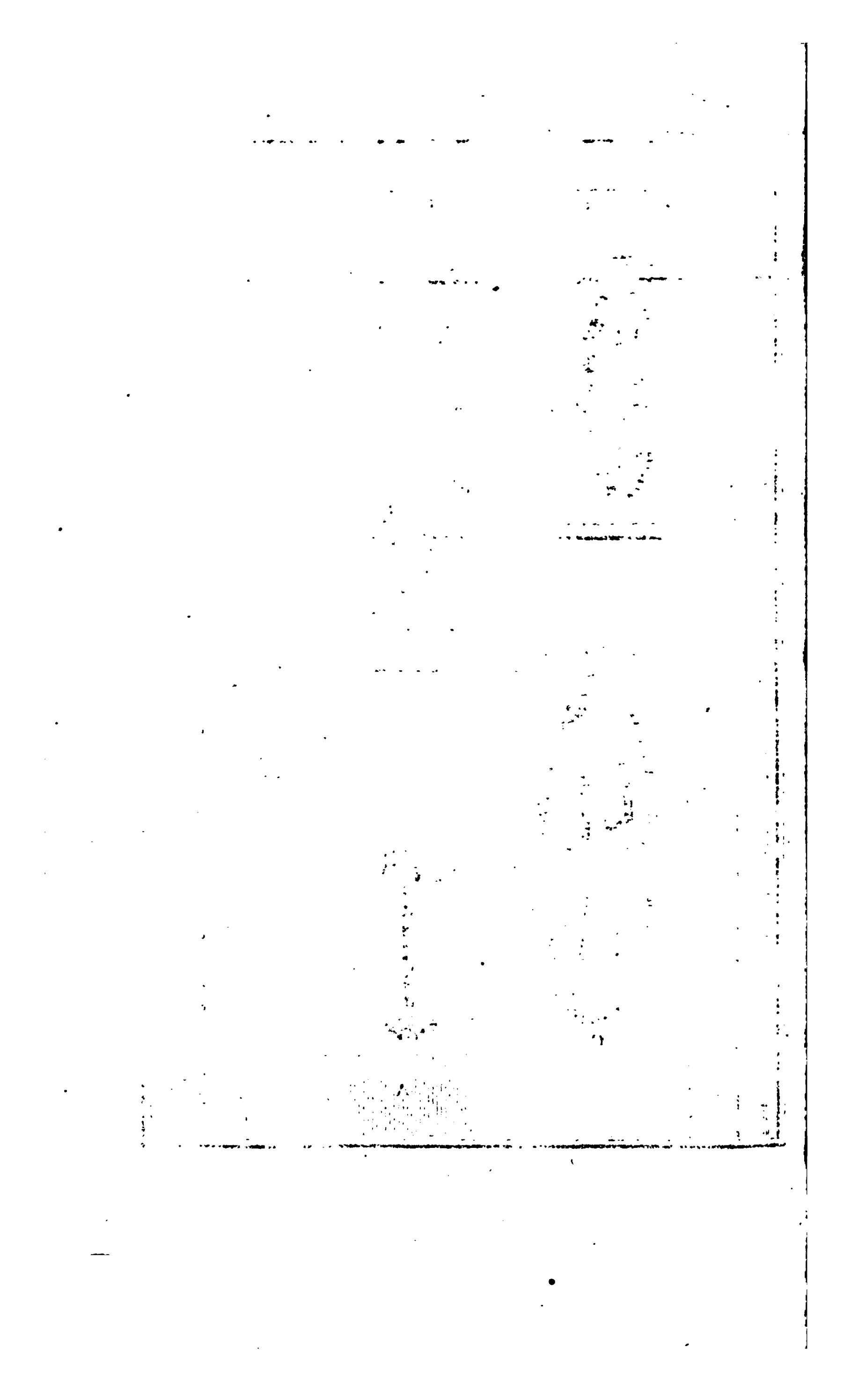


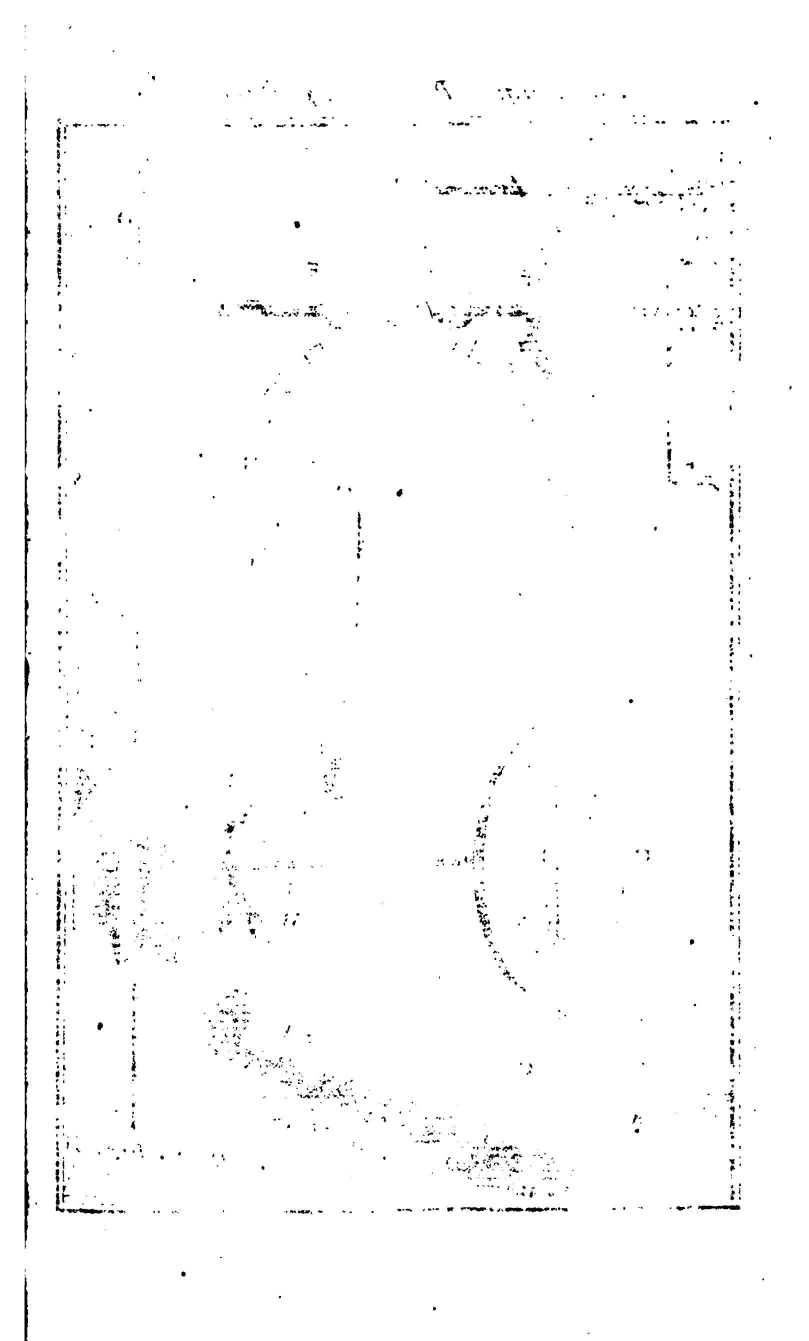
53. fig.

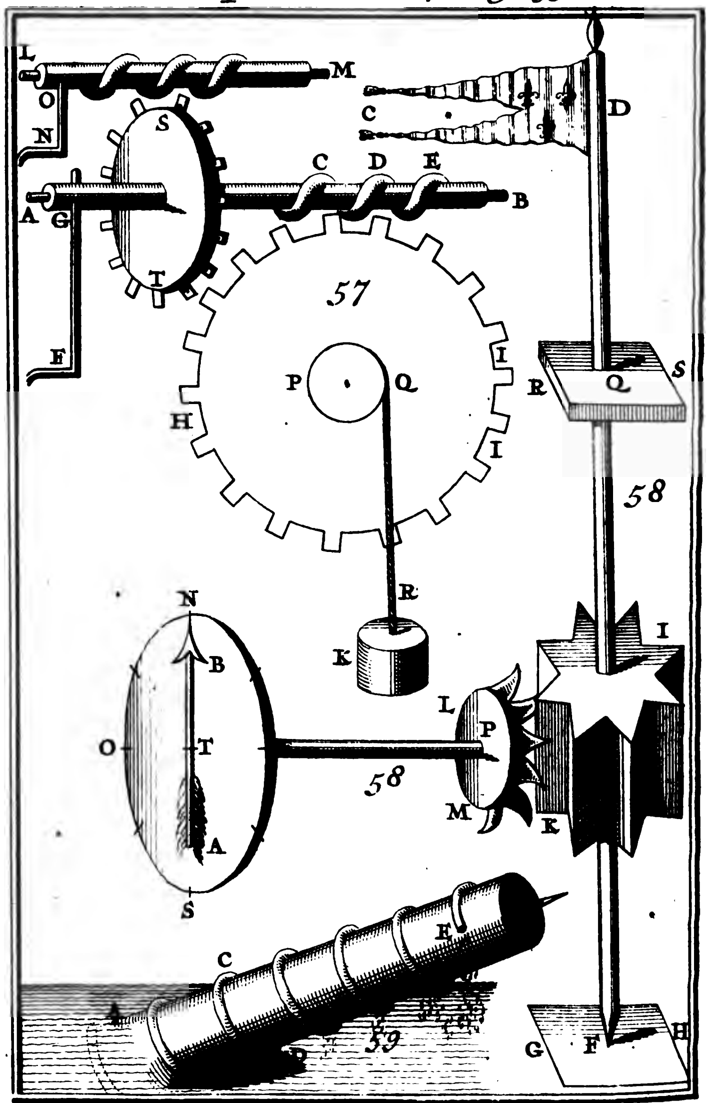
B

C

A







L
M
O
N
S
C
D
E
C
D
A
G
B
T
57
P
Q
H
I
I
R
S
F
58
N
R
B
K
I
L
P
O
T
58
M
K
A
S
C
E
59
D
G
F
H

gieusement la force de la Puissance, ce qui a fait que les Grecs & les Latins ont appellé cette Machine *Pancratium*, parce que par son moyen il n'y a point de fardeau si pesant qu'on ne puisse lever, & ce n'est pas sans raison qu'Archimede ne demandoit qu'un point pour appuyer sa Machine, afin de pouvoir enlever toute la terre. *Da mihi punctum, & Terram movebo.* Mais si l'on multiplie les Rouës & les Pignons tant que l'on veut, pour augmenter en cette façon la force de la Puissance, ainsi on est plus long-temps à lever le Poids A, attaché à la Rouë BC, qui tourne plus lentement. Planche 12. 53. Fig.

On augmente aussi extrémement la force de la Puissance par le moyen du *Cric*, dont on se sert ordinairement pour relever les Carosses & les Charettes versées, par le moyen d'une Rouë dentelée AB, & d'une Manivelle CD, qui fait tourner le Pignon C, dont les dents s'engrainant à celles de la Rouë AB, fait aussi tourner cette Rouë, & son Pignon à trois dents E, lesquelles s'engrainant aussi avec les *Crans*, ou dents du Cric FG, le font lever avec le fardeau qui est appuyé sur la Fourchette GH. La Figure IKL fait voir la forme exterieure du Cric; que l'on peut rendre si fort en multipliant les Rouës, qu'il pourra lever une maison toute entiere, mais son effet sera plus lent. Planche 9. 48. Fig.

Il y a des Machines composées, où le Vent sert de Puissance, comme dans le *Moulin à Vent*, où le Vent frappant contre les *Volans* AB, lorsque leur toile est tenduë, & que les Volans qui servent de Leviers, sont tournez à côté du Vent, fait mouvoir ces Leviers, & tourner horizontalement l'Aissieu CD, & verticalement la Rouë EF, dont les dents engrainant avec les Fuseaux de la Lanterne GH, la font tourner, & en même temps la Rouë I, dont les dents engrainant pareillement avec les Fuseaux de la Lanterne K, la font tourner, & avec elle la Meule L, qui sert à moudre le Grain. Planche 13. 55. Fig.

On appelle *Lanterne* une espece de Pignon, qui est composé de plusieurs *Fuseaux*, ou petites pieces de bois longues & fortes, qui acrochent ou sont acrochées par les dents des autres Rouës, que dans ce cas on appelle *Herissons*, & *Rouëts*. Le Corps du Moulin, qui est garni de Planches & de Poteaux, se nomme *Cage*, que l'on fait tourner comme l'on veut avec ses Volans, pour leur faire prendre le Vent. Elle tourne avec l'Arbre du Moulin sur une espece de gros Rouleau de fer au bout de cet Arbre, que les Meuniers appellent *Tourillon*: & ils appellent *Lates* les Echelons qui sont aux Volans, sur lesquels on tend les Voiles.

On se sert encore tres-commodément de la force du Vent pour animer une Machine qu'on appelle *Anemoscope*, où l'on void le Vent qui souffle par le moyen de l'Aiguille Planche 14. 58. Fig.

Planche 14. 58. Fig.

AB, avec son Cadran NOSE, sur la circonference duquel sont marquez les noms des Vents, comme dans les Boussoles ordinaires, & de la Giroüette CD, qui est attachée par l'extremité D d'en haut du long Aissieu DF, qui est perpendiculaire à l'Horizon, & qui s'appuye par son autre extremité F d'en bas sur le Plan GH, laquelle se fait pointuë, afin qu'au moindre Vent il se puisse mouvoir plus facilement, & faire tourner en même temps le Pignon IK, qu'il traverse, lequel a huit Aîles ou Canelures égales, pour les huit Vents premiers.

Ces Canelures sont acrochées par les huit dents égales du Roüet LM perpendiculaires à l'Horizon, & le font tourner avec son Aissieu, PE, & l'Aiguille AB, qui est attachée à l'extremité de cet Aissieu, & montre par sa pointe B, sur le bord du Cadran le Vent qui souffle. Le grand Aissieu DF passe par un trou fait en Q, sur le Plan horizontal RS, afin qu'il puisse demeurer toûjours droit, ou perpendiculaire à l'Horizon : & l'Aissieu PE du Roüet LM traverse une Muraille, & passe par le Centre T du Cadran, comme l'on void à Paris à la Biblioteque du Roy, & aussi sur le Pont-neuf à l'Horloge de la Samaritaine.

Planche 13. 56. Fig.

Au lieu du Vent, on se sert quelquefois de la force de la fumée, pour faire tourner une Broche chargée de Viande avec une grande facilité, parce que bien que la fumée ait d'elle-même peu de force, neanmoins sa force s'augmente beaucoup par le moyen des Rouës C, D, E, F, dont les dents engrainent les unes avec les autres : car la fumée en montant pousse la Rouë AB, & la fait tourner avec sa Lanterne C, dont les Fuseaux engrainant avec les Dents de la Rouë D, la font tourner avec sa Lanterne E, dont les Fuseaux engrainant pareillement avec les Dents de la Rouë F, la font aussi tourner avec son Aissieu, ou Broche FG.

On se sert aussi trés-utilement de la force de l'Eau courante pour faire des Moulins à Eau, & d'autres Machines tres propres pour élever les Eaux, & dessécher un lieu rempli d'eau, où l'on veut bâtir: car l'Eau courante en poussant par sa rapidité les Aîles d'une grande Rouë, qui entrent en partie dans l'Eau, a assez de force pour faire tourner la Rouë avec son Aissieu, & tout le reste de la Machine.

Comme ces Machines sont trés-communes, nous n'en parlerons pas davantage. On peut voir à Paris la Machine de la Samaritaine sur le Pont-neuf, qui est assez belle: mais la plus belle de toutes les Machines que l'on puisse voir en Europe, est celle de Marly proche de Paris, qui sert d'admiration à tous les Etrangers, & qui fera connoître à la posterité la grandeur & la magnificence de LOÜIS LE GRAND.

Du

Du Coin.

LE Coin n'a aucune force de soy-même, comme vous avez vû, étant certain qu'il doit être poussé par quelque Puissance, dont la plus efficace est la percussion, principalement celle qui se fait par la chute de quelque Poids.

On rapporte à cette Machine qui est la plus simple de toutes, tous les Instrumens qui se terminent en pointe, & en taillant, qui servent à couper, à fendre, à tailler, à trancher, à piquer, à percer, à troüer, &c. comme sont les Coûteaux, les Haches, les Cizeaux, les Epées, les Poinçons, &c.

De la Vis.

LA force de la Vis sera d'autant plus grande, qu'elle sera aidée d'un Levier plus long appliqué à son Colet G, pour la faire tourner. On en fait des *Verins*, dont on se sert ordinairement pour charger de grosses pierres dans des Charettes, ou à relever quelque Logis avec un *Pointal*, qui est une piece de bois comme HI, que l'on met debout sur la piece d'en bas KL, dans laquelle il y a deux Ecrous, par où passent deux Vis, que l'on fait tourner par des Leviers attachez au Colet G de chaque Vis, ce qui donne une grande force à la Puissance, principalement si les filets de la Vis sont bien serrez. Planche 6. 39. Fig.

Le Levier appliqué à une seule Vis, sert aussi à la construction de la *Presse*, dont on se sert dans les Imprimeries, pour imprimer ce que l'on veut sur une feüille, & aussi dans les Monnoyes, pour imprimer l'effigie du Prince sur du Metal. On la fait aussi avec deux Vis, ayant une forme à peu prés semblable à celle que vous voyez dans la *Fig.* 39. dont on se sert pour presser du Linge & des Livres. On en fait une grande, qu'on appelle *Pressoir*, pour pressurer le Vin.

On fait aussi une Vis qui engraine dans une Roüe à Dents, & c'est ce qu'on appelle *Vis sans fin*, parce qu'étant tournée avec une Manivelle, elle fait tourner continuellement la Roüe, & avec elle son Aissieu, & le Poids qui luy est attaché avec une Corde qui se devide autour de l'Aissieu: & cela a une tres-grande force, que l'on peut augmenter en multipliant le nombre des Vis & des Roües. Planche 14. 57. Fig.

Comme dans cette figure, si l'on fait mouvoir l'Aissieu AB, qui contient les Vis C, D, E, avec la Manivelle ou Levier FG, les Vis engrainant avec la grande Roüe HI, la feront tourner, & avec elle son Aissieu PQ, qui levera le Poids K attaché à la Corde QR. Mais si l'on ajoûte un second Aissieu

Planche 14. 57. Fig. LM avec ses Vis qui engrainent avec les Dents de la seconde Rouë ST, en faisant tourner cet Aissieu LM avec le Levier NO, la Rouë ST tournera en même temps avec son Aissieu AB, & la force redoublera, &c.

59. Fig. Nous parlerons icy par occasion de la *Vis d'Archimede*, qu'on appelle *Limace*, dont l'effet est d'autant plus admirable que la cause semble plus éloignée de la raison, parce que par le moyen de cette Machine on fait monter l'Eau en décendant. C'est un Canal appliqué en forme de Vis autour d'un Cylindre, qu'on appelle *Noyau*, dont on se sert pour faire monter l'Eau en plaçant l'une de ses deux extremitez, comme A, dans l'Eau que l'on veut élever, car ainsi l'Eau entrant par l'ouverture A de ce Canal, trouvant de la pente, décendra vers B qui est plus bas, & la Machine tournant, qui doit être inclinée, la partie B montera vers C, & la partie C décendra vers D, ce qui fera couler l'Eau de B en C, & de C en D, & ainsi ensuite jusqu'à l'autre ouverture E d'en haut, par où l'Eau sortira. On dit qu'Archimede donna autrefois l'invention de cette Machine aux Egyptiens, pour dessécher leurs Marais causez par l'inondation du Nil.

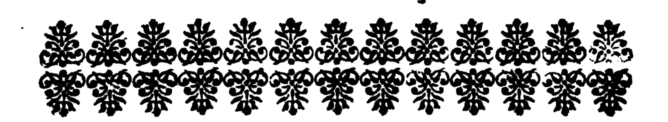
Quoiqu'avec cette Machine l'on puisse puiser beaucoup d'eau, on ne peut pas la faire monter bien haut, à cause de la pente qu'on donne à cette Limace, pour attirer par son moyen l'eau plus facilement : mais on la peut élever aussi haut que l'on veut par le moyen d'une autre Machine qui est assez commune, & qu'on appelle *Chapelet*, parce qu'elle est faite comme un Chapelet, car elle est composée de plusieurs *Godets*, ou petits Vases plus larges par le haut que par le fonds, qu'on attache à une Chaîne de fer, qui se meut sur un Aissieu, que l'on fait tourner à l'aide d'une Rouë, que des hommes meuvent à force de bras, ou bien des Chevaux attachez à des Leviers, ou bien encore elle reçoit son mouvement par le coulant de l'eau, quand il y a une Riviere tout proche, ce qui fait monter ou décendre les Godets, dont ceux d'en bas puisent l'eau, & l'élevent en haut, pour la décharger là où l'on veut.

60. Fig. On se sert quelquefois de Chapelets plus petits, que trois ou quatre hommes font tourner par le moyen d'une Manivelle, comme AB, qui est attachée au Cylindre CD, qu'on appelle *Tambour*, ce qui fait rouler ce Cylindre, & rouler en même temps la Chaîne DG, qui passe par dessus, & qu'on appelle *Chaîne sans fin*, parce qu'elle se meut continuellement dans le Tuyau EF, qui est dans l'eau, & par dessous lequel passe la Chaîne avec des pieces de cuir faites en demi-Globes, qu'on met à la place des Godets pour élever l'eau par dessus le Tambour CD : & pour empêcher que l'eau ne tombe en montant, on fait tourner le Chapelet un peu vîte.

Une semblable Machine, & toutes les autres qui servent

à

à lever l'eau par l'eau même, ou par quelqu'autre force mouvante, se nomme *Machine Hydraulique*, & l'on appelle *Machine Pneumatique*, celle qui par l'impulsion de l'Air, imite le son des Instrumens que l'on touche, comme l'Orgue, ou bien la voix humaine, ou celle des Animaux, comme l'Horloge qui est en l'Eglise de saint Jean à Lyon, où l'on entend chanter un Cocq avant que de sonner les heures.



LIVRE SECOND.

DE LA STATIQUE.

COMME la Mecanique ne considere proprement que les Forces mouvantes, en tant qu'elles sont appliquées à des Machines, ce n'est pas sans raison que nous l'avons separée de la Statique, qui s'applique à la connoissance des Poids, des Centres de gravité, & de la décente des Corps pesans. Cette partie comprend plusieurs Questions Physiques qui ne sont point d'un Mathematicien, & que par consequent nous negligerons ici, pour ne nous point éloigner du dessein que nous nous sommes proposé, qui est de parler aux Gens de Guerre, qui aiment la Pratique, & qui sont ennemis de la dispute.

CHAPITRE I.

De la Décente libre des Corps pesans.

NOus entendons ici pour la Décente libre d'un Corps pesant, la chute de ce Corps dans l'air, lorsqu'il ne rencontre point d'autre Corps qui s'oppose à son mouvement. Nous avons remarqué au commencement du Livre precedent, que le Corps qui se meut dans l'air en tombant librement, acquiert en chacun des momens égaux de sa chute des degrez égaux de Vitesse, & que les espaces parcourus par le Mobile croissent à cha-

chaque moment, selon la suite des premiers nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, &c. qui sont les differences des quarrez 1, 4, 9, 16, 25, &c. des nombres arithmetiquement proportionnels 1, 2, 3, 4, 5, &c. & que par consequent les espaces que les Corps pesans parcourent en tombant de haut en bas, depuis le commencement de leur chute sont en raison doublée, ou comme les quarrez des temps ou momens : & nous n'avons que la seule experience pour rendre Raison de cette proportion qui nous servira de fondement pour une bonne partie de ce que nous avons à dire dans la suite.

PROPOSITION I.

PROBLEME.

Etant connu l'espace qu'un Corps pesant parcourt en un temps déterminé, trouver l'espace qu'il parcourra dans un temps donné.

SUpposons qu'en une Minute de temps un Mobile ait parcouru en décendant l'espace de 24 pieds, pour trouver l'espace que le même Mobile doit parcourir dans le même Milieu, par exemple dans trois Minutes de temps, cherchez à ces trois nombres 1, 9, 24, dont les deux premiers 1, 9, sont les quarrez des temps donnez 1, 3, & le troisiéme 24 est l'espace parcouru dans le premier temps, un quatriéme proportionnel, qui donnera 216 pieds, pour l'espace que le Mobile parcourra dans le second temps, c'est à dire dans trois Minutes.

DEMONSTRATION.

Parce que les espaces parcourus sont comme les quarrez des temps, & que dans cet exemple les temps sont 1, 3, & leurs quarrez 1, 9, il est évident que puisqu'il y a même Raison du premier quarré 1, au second 9, que de l'espace 24 parcouru au premier temps, à l'espace qui doit être parcouru dans le second temps, cet espace se doit trouver en cherchant aux trois nombres 1, 9, 24, un quatriéme proportionnel, comme il a été fait.

PRO-

PROPOSITION II.

PROBLEME.

Etant connu le temps qu'un Corps pesant employe pour décendre d'un espace déterminé, trouver le temps qu'il doit employer pour décendre d'un autre espace donné.

SUpposons qu'un Corps pesant ait employé une Minute de temps pour décendre de 24 pieds; Pour trouver le temps qu'il doit employer pour décendre dans le même Milieu, par exemple de 216 pieds, cherchez à ces trois nombres 24, 216, 1. dont les deux premiers 24, 216, sont le premier & le second espace donné, & le troisiéme 1, est le quarré du temps donné, un quatriéme proportionnel, qui donnera 9 minutes quarrées, pour le quarré du temps qu'on cherche, lequel par conséquent sera de 3 minutes, comme l'on connoît en tirant la Racine quarrée du quatriéme nombre trouvé 9.

DEMONSTRATION.

Parce que les espaces parcourus sont comme les quarrez des temps, & que dans cet exemple les espaces sont 24, 216, il est évident que puisqu'il y a même raison du premier temps 24, au second 216, que du quarré 1 du premier temps qui répond au premier espace 24, au quarré du second temps qui répond au second espace 216, le quarré de ce second temps se doit trouver en cherchant aux trois nombres 24, 216, 1, un quatriéme proportionnel, comme il a été fait.

PROPOSITION III.

THEOREME.

La force qui porte un Corps perpendiculairement en haut, se diminuë également.

JE dis que si l'on pousse perpendiculairement un Corps pesant en haut, en luy imprimant une force perpendiculaire qui soit continuë, ce mouvement se diminuëra peu à peu.

DEMONSTRATION.

Parce que la pesanteur du Corps jetté en haut, le porte en bas, son mouvement doit diminuer continuellement, & il doit entierement se détruire, lorsque la force de l'impression qui le porte en haut, causée par la Puissance qui l'a jetté, est égale à celle qu'il a par sa gravité, de se porter en bas, c'est à dire que le Corps jetté en haut doit cesser de monter au moment que les deux impressions sont égales, aprés quoy il doit immediatement décendre, parce qu'alors celle de la pesanteur commence à prevaloir à celle de la projection. Puisque donc la pesanteur empêche que le mouvement imprimé de bas en haut, n'ait autant de vîtesse, & que par cet effet contraire elle détruit la force du mouvement de bas en haut, autant que seroit celuy qu'elle produiroit de haut en bas, qui croît également, la force qui pousse en haut, doit aussi décroître également. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

On void aisément, que comme un Corps tombant acquiert en temps égaux des degrez égaux de vîtesse, & qu'au contraire en montant il perd en temps égaux des degrez égaux de vîtesse, c'est à dire que les vîtesses diminuent en montant en la même proportion inverse qu'elles augmentent en décendant; ce Corps passe par les mêmes espaces dans des temps égaux en montant & en décendant. D'où il suit que les espaces parcourus par le mobile jetté vers le haut sont les mêmes dans un ordre renversé que ceux qui sont parcourus dans le même temps par le mobile tombant: de sorte que si le Corps employe cinq Secondes de temps à monter à la hauteur de 25 pieds, & que l'espace qu'il parcourt à la premiere Seconde, soit par exemple de neuf pieds, celuy de la deuxiéme Seconde sera de sept, celuy de la troisiéme de cinq, celuy de la quatriéme de trois, & celuy de la cinquiéme & derniere d'un pied; jusqu'au moment où il se trouve en équilibre sans monter ni décendre; aprés quoy il commencera d'abord à décendre en parcourant dans la même proportion inverse les mêmes espaces dans le même temps; de sorte qu'à la premiere Seconde de temps il décendra d'un pied, à la deuxiéme de trois, à la troisiéme de cinq, à la quatriéme de sept, & à la cinquiéme & derniere de neuf, mettant en cette façon cinq Secondes de temps à decendre de 25 pieds, comme il en a demeuré à monter aussi de 25 pieds.

PRO-

PROPOSITION IV.

PROBLEME.

Etant connu le temps qu'un Corps pesant demeure à décendre d'une hauteur connuë, trouver de combien il décendra à chaque partie de ce temps.

SUpposons qu'un Corps pesant ait demeuré cinq Secondes de temps pour décendre de 125 toises; Pour trouver de combien de toises il décendra à chaque Seconde de temps, mettez x pour le nombre des toises qu'il doit parcourir à la premiere Seconde, & alors parce que les espaces que le Mobile parcourt en temps égaux, croissent selon la progression des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, &c. l'espace parcouru en la deuxiéme Seconde sera 3x, l'espace parcouru en la troisiéme Seconde sera 5x, l'espace parcouru en la quatriéme Seconde sera 7x, & l'espace parcouru en la cinquiéme & derniere Seconde sera 9x: & comme tous ces espaces font ensemble 25x, & qu'on les suppose égaux à 125, on aura cette Equation 25x ∽ 125, laquelle étant divisée par 25, on aura x ∽ 5, ce qui fait connoître qu'à la premiere Seconde le Mobile sera décendu de 5 toises, & que par consequent il aura parcouru en décendant 15 toises pendant la deuxiéme Seconde, à cause de 3x, & 25 toises pendant la troisiéme Seconde, à cause de 5x, & 35 toises pendant la quatriéme Seconde, à cause de 7x, & enfin 45 toises pendant la derniere & cinquiéme Seconde, à cause de 9x. *Ce qu'il falloit faire.*

SCOLIE.

Ce Problême est si facile, qu'il n'est pas besoin d'Algebre pour le resoudre: car il est évident que pour le resoudre, il n'y a qu'à partager le nombre donné 125 en cinq autres qui soient proportionnels à ces cinq 1, 3, 5, 7, 9, ce qui se peut aisément faire par la regle de Compagnie. Mais pour venir à la pratique, multipliez chacun de ces nombres 1, 3, 5, 7, 9, par le nombre donné 125, & divisez chacun des produits 125, 375, 625, 875, 1125, par la somme 25 des mêmes nombres 1, 3, 5, 7, 9, & les quotiens 5, 15, 25, 35, 45, seront les espaces parcourus par le Mobile dans la premiere, la seconde, la troisiéme, la quatriéme, & la cinquiéme & derniere Seconde de temps.

PRO-

LEMME.

Dans une Progression arithmetique, toutes les sommes de deux termes également éloignez des deux extrémes sont égales chacune à la somme des deux extrémes.

PRoposons une Progression arithmetique composée de ces sept termes, a; $a+b$, $a+2b$, $a+3b$, $a+4b$, $a+5b$, $a+6b$. On void que la somme $2a+6b$ des deux termes $a+b$, $a+5b$ ou des deux $a+2b$, $a+4b$, également éloignez des deux extrémes, a; $a+6b$ est égale à la somme des deux mêmes extremes, & que par conséquent toutes ces sommes sont égales entre elles. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit de cette Proposition, que quand le nombre des termes est impair, comme ici, la même somme $2a+6b$ est double du terme moyen $a+3b$.

PROPOSITION V.

THEOREME.

La force qui pousse de bas en haut un Corps pesant à une hauteur, la porteroit dans le même temps à une hauteur double, si elle ne se diminuoit point.

SUpposons qu'avec une certaine force on pousse un Corps pesant à la hauteur par exemple de sept toises dans une Minute de temps; je dis que si cette force demeuroit la même sans se diminuer, elle porteroit son Mobile à une hauteur double, c'est à dire à quatorze toises dans la même Minute de temps.

DEMONSTRATION.

Si l'on divise le temps par exemple en sept Momens, & pareillement la force en sept degrez, on connoîtra aisément, que puisque *par Prop.* 3. cette force décroît également & que l'on suppose qu'au commencement du premier Moment elle avoit sept degrez de vîtesse, à la fin de ce premier Moment elle n'aura que six degrez de vîtesse, à la fin du second elle en aura cinq, à la fin du troisiéme elle en aura quatre, à la fin du quatriéme elle en aura trois, à la fin du cinquiéme elle en aura deux, à la fin du sixiéme elle en aura un, à la fin du septiéme & dernier Moment, elle n'aura plus aucun degré

degré de vitesse. Ainsi nous avons une Progression arithmetique composée de ces huit termes, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, où la somme des deux extrémes, & aussi celle de deux quelconques également éloignez de ces extrémes, est *par Lem. prec.* par tout la même, sçavoir 7; ce qui fait en tout quatre fois 7, ou 28. Or si la force ne se fût point diminuée, elle auroit produit en chaque Moment sept degrez de mouvement, & comme elle doit faire parcourir au Mobile un espace proportionné à ses forces, & qu'il y auroit en tout huit fois 7 degrez, ou 56 degrez de vitesse, qui sont le double de 28, elle auroit aussi porté son Mobile à une hauteur double. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION VI.

Theoreme.

Deux Puissances poussent un même Corps pesant de bas en haut, à des hauteurs, qui sont entre elles comme les quarrez des deux nombres qui expriment la Raison de ces deux Puissances.

Je dis que si par exemple une Puissance est triple d'une autre Puissance, en sorte que ces deux Puissances soient dans la Raison de ces deux nombres 3, 1, elle élevera en poussant selon sa force triple un Corps pesant à une hauteur qui sera noncuple de celle à laquelle la petite Puissance peut élever avec sa force le même Corps pesant, de sorte que ces deux hauteurs seront comme ces deux nombres 1, 9, qui sont les quarrez des deux 1, 3, qui expriment la Raison des deux Puissances.

Demonstration.

Parce que c'est le même Corps, ou la même pesanteur qui fait diminuer la force dans ces deux Puissances, elle se doit diminuer dans chacune par des degrez égaux, & celle qui est triple de l'autre, doit par consequent employer le triple du temps à décroître; si donc elle employe par exemple trois Minutes de temps, & la moindre une Minute, la plus grande doit faire parcourir à son Mobile dans la derniere & troisiéme Minute, un espace égal à celuy que la petite a fait parcourir au même Mobile dans la premiere Minute, & dans la seconde Minute elle doit faire parcourir au Mobile un espace trois fois plus grand, & un espace cinq fois plus grand dans la premiere Minute, parce que ces espaces décroissent en montant, ou croissent en décendant selon la proportion des nombres impairs, comme nous avons remarqué dans la *Prop.* 3. De sorte

que

que si dans la premiere Minute la plus petite Puissance pousse le Mobile à la hauteur par exemple d'une toise, la plus grande Puissance qui est triple, aura fait parcourir au même Mobile, dans la troisiéme Minute, aussi l'espace d'une toise, & de trois toises dans la seconde Minute, & enfin de cinq toises dans la premiere Minute, ce qui fait en tout neuf toises. Ainsi l'on void que quand la plus petite Puissance a poussé son Mobile à la hauteur d'une toise, la Puissance triple la fait monter à la hauteur de neuf toises, & que par consequent ces hauteurs sont entre elles comme 1 à 9, qui sont les quarrez de ces deux nombres 1, 3, qui expriment la Raison des deux Puissances. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

On conclut évidemment de cette Proposition, que si la force qui pousse droit en haut, est double, l'espace sera quadruple, & que par consequent un Arc double en force d'un autre Arc, doit pousser une fleche quatre fois plus haut.

PROPOSITION VII.

THEOREME.

La force qu'un Corps pesant acquiert en tombant, le fait remonter à la même hauteur.

CEtte Proposition est évidente premierement par l'experience, secondement parce que le Corps pesant en tombant acquiert une vîtesse, qui l'oblige à remonter en le poussant de bas en haut, lorsqu'il a trouvé le lieu le plus bas, où il a pû décendre, & que rien ne l'empêche de tomber : & si cette force ou vîtesse acquise demeuroit la même, elle pousseroit le Corps à une hauteur double, *par Prop.* 5. mais comme la pesanteur du Corps la fait continuellement diminuer par les mêmes degrez qu'elle étoit crûë, elle ne peut porter ce Corps & le faire remonter qu'à la même hauteur, de laquelle il a décendu. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

Dans tout ce que nous avons dit, il faut faire abstraction de la pesanteur & de la resistance de l'Air qui est la cause que toutes les Propositions precedentes ne s'accordent pas exactement avec l'experience, sur tout celle-cy, car nous voyons que les Pendules ne retournent pas tout-à-fait à la même hauteur, de

laquelle

laquelle ils étoient décendus, autrement ils auroient un mouvement perpetuel, & cependant nous voyons qu'ils s'arrêtent en peu de temps.

De la pesanteur & de la resistance de l'air, on tire plusieurs consequences qui se confirment par l'experience. La premiere est, que le *mouvement d'un Corps pesant ne s'accelere pas toûjours, mais à une certaine hauteur il devient égal & uniforme dedans l'air*, parce que la resistance de l'air croissant comme les espaces, & par consequent en raison doublée des vîtesses ou des temps, cette resistance peut devenir si grande qu'elle détruira autant de la vîtesse qu'il s'en devroit produire, & par ce moyen le mouvement n'augmentera plus en vîtesse.

La seconde est, que *Divers Corps dans le même milieu n'ont pas un mouvement acceleré de la même façon*, à cause de la difference de leurs volumes, contre lesquels l'air fait plus ou moins de resistance au mouvement, parce que ceux qui ont un plus grand volume, chassent plus d'air en haut que ceux qui en ont un plus petit.

La troisiéme est, que *le mouvement des Corps pesans s'accelere diversement dans des Milieux differens, & dans le Milieu le plus épais, il arrive plûtôt à l'égalité*, parce que ce Milieu plus épais fait ses circulations avec plus de difficulté, & resiste par consequent plus facilement au mouvement.

La quatriéme est, que *les Corps les plus petits de même matiere homogéne tombent avec moins de vitesse, & arrivent plûtôt à l'égalité*, parce que le Corps qui a plus de Surface trouve plus de resistance que celuy qui en a moins, & que les plus petits Corps ont plus de Surface que les grands à proportion de leur solidité ou pesanteur, car la Geometrie nous enseigne qu'un Cube qui a par exemple un pied de Surface, un Cube huit fois plus pesant n'aura que quatre pieds de Surface. C'est par ce principe que les grains de poussiere élevez en l'air tombent fort lentement, & que les Oiseaux étendent leurs aîles pour se soûtenir dans l'air, & qu'enfin une Pique jettée en l'air, ou dans l'eau, tombe sur sa pointe, &c.

La cinquiéme est, *qu'il y a une hauteur qui produit dans un Corps pesant la plus grande vîtesse qu'il puisse acquerir en tombant*, de sorte que quand il tomberoit de plus haut, il n'auroit pas plus de vîtesse, ce qui est évident par la premiere consequence, où nous avons reconnu que le mouvement du Corps pesant ne s'accelere pas continuellement, & qu'à une certaine hauteur il devient égal.

La sixiéme est, *qu'il y a une hauteur la plus grande de toutes, à laquelle la force acquise par la chute d'un Corps pesant le peut faire remonter*, parce que par la consequence precedente, il y a une hauteur qui produit la plus grande vîtesse que le corps puisse acquerir en tombant, & que cette

vîtesse ne le peut faire remonter qu'environ à la même hauteur.

La septiéme est, qu'*un Corps pesant poussé en haut par une force qui surpasse la plus grande qu'il peut acquerir en tombant, doit employer plus de temps à décendre qu'à monter*, parce que la vîtesse du Corps jetté à quelque hauteur que ce soit, diminuë continuellement, au lieu que la vîtesse du même Corps en tombant n'augmente qu'à une certaine hauteur, étant certain que si elle augmentoit continuellement, le Mobile demeureroit autant de temps à décendre qu'à monter.

La huitiéme est que *si un Corps pesant est poussé en bas par une force qui surpasse la plus grande qu'il peut acquerir en tombant, a un mouvement retardé*, parce que par la premiere consequence le Corps qui tombe par la plus grande vîtesse qu'il peut avoir en tombant, l'air luy fait une resistance égale à la force de sa pesanteur, & que quand il est poussé par une plus grande force, l'air luy fait une resistance qui surpasse la force de sa pesanteur, ce qui doit détruire une partie du mouvement, lequel en cette façon sera ralenti & retardé.

Par cette derniere consequence on void la raison, par laquelle un Boulet de Canon tiré de haut en bas retarde son mouvement; car ce Boulet est poussé par l'effort de la Poudre, qui luy donne une plus grande vîtesse que celle qu'il auroit acquise en tombant librement par sa pesanteur absoluë : & par la septiéme consequence on void aussi la raison de cette experience, que le P. Mersenne rapporte dans sa *Balistique*, ou l'art de jetter les Corps pesans, *Prop.*. 13.

Cet Auteur dit qu'il a experimenté plusieurs fois, qu'une fléche qui avoit employé trois secondes de temps à monter, en a demeuré cinq à décendre : & quoy qu'il ajoûte qu'il a experimenté qu'un Boulet de fer pesant trois livres, ayant été poussé perpendiculairement en haut par un Mortier long d'un Pied, a demeuré autant de temps à décendre qu'à monter, sçavoir six Secondes de temps; il ne faut pas croire pour cela que la chose doive toûjours arriver ainsi, la difference n'étant pas si considerable dans le Boulet d'un Mortier que dans une fléche, dont le mouvement arrive plûtôt à l'égalité, à cause de sa legereté.

PRO-

PROPOSITION VIII.

THEOREME.

Si une Puissance pousse horizontalement un Corps pesant de bas en haut, elle luy fera parcourir en montant & en décendant, une Ligne Parabolique.

LA projection perpendiculaire de bas en haut, ou bien de haut en bas, dont nous avons parlé dans les Propositions precedentes, se fait toûjours à nôtre égard par une ligne droite perpendiculaire à l'Horizon, de laquelle la direction n'est point alterée par la pesanteur du Mobile, qui racourcit seulement la ligne droite vers le haut, & l'alonge vers le bas.

Il n'en est pas de même du mouvement des Corps jettez horizontalement, ou bien à côté, dont la Ligne de direction se trouve alterée par la pesanteur, qui empéche que cette Ligne ne demeure droite à cause du mouvement horizontal, ou oblique qui se mêle avec la perpendiculaire, ce qui fait changer de route au Corps jetté horizontalement, ou à côté, & luy fait parcourir une ligne courbe, qui est la circonference d'une Parabole, comme nous allons premierement démontrer dans la Projection horizontale, en supposant que l'air ne fait aucune resistance au mouvement, & que les Lignes de direction des Corps pesans sont paralleles entre elles.

DEMONSTRATION.

Supposons donc par exemple, que le Boulet A de matiere uniforme, tres-dure, & parfaitement ronde, soit poussé par quelque cause externe, comme seroit la force de la Poudre, avec un certain degré de vîtesse, qui le dirige vers D, selon la ligne horizontale AD, dont il parcourroit les espaces égaux AB, BC, CD, en des temps égaux, s'il n'avoit aucune pesanteur, où s'il étoit poussé sur le Plan horizontal AD, mais en ôtant ce Plan horizontal; & en laissant le Boulet A dans une entiere liberté de se mouvoir selon la force qui luy a été imprimée par l'effort de la Poudre, elle continueroit son mouvement vers D, sans une nouvelle impression qu'elle reçoit par sa propre gravité, qui l'obligera de se détourner de sa droiture AD, & de parcourir dans son passage la ligne courbe AEFG, formée par deux mouvemens, dont l'un est égal & uniforme qui luy vient de l'impression de la Poudre, & l'autre est uniformement acceleré qui luy est communiqué par sa Planche 10. Fig. 51.

 propre

Planche 10. 51. Fig.

propre pesanteur. De sorte que si dans le premier Moment le Boulet A a parcouru selon sa Ligne de direction AD, l'espace AB par le mouvement égal de l'impulsion, & l'espace BE par le mouvement acceleré de sa pesanteur, dans le second Moment l'espace BC égal au premier AB, par le mouvement égal, & l'espace CF quadruple du premier BE, ou AH, par le mouvement acceleré, & au troisiéme Moment l'espace CD égal au premier AB, par le mouvement égal, & l'espace DG noncuple de BE, par le mouvement acceleré, & ainsi ensuite selon les quarrez des temps lesquels temps sont representez par les lignes AB, AC, AD, ou leurs égales HE, IF, KG, paralleles à l'Horizon, & terminées par la ligne AK perpendiculaire à l'Horizon, comme les lignes BE, CF, DG, ou leurs égales AH, AI, AK, representent les chutes du Boulet A, à chaque temps: & comme ces lignes sont comme les quarrez 1, 4, 9, des lignes HE, IF, KG, il est aisé de conclure par la Définition de la Parabole, que la courbe AEFG, est une ligne Parabolique, dont l'Axe est AK, & les ordonnées sont HE, IF, KG. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION IX.

THEOREME.

Les lignes des projections obliques sont aussi Paraboliques.

Planche 9. 49. Fig.

JE dis que la Ligne courbe AEFG, que le Boulet A a parcouru étant poussé obliquement, c'est à dire suivant la direction entre l'horizontale & la verticale, est aussi la circonference d'une Parabole.

DEMONSTRATION.

Parce que comme nous avons remarqué dans la *Prop.* 5. un Corps étant poussé de bas en haut, les vîtesses diminuent en montant dans la même proportion qu'elles augmentent en décendant, les temps égaux étant representez comme auparavant, par les trois parties égales AB, BC, CD, de la ligne horizontale AD, qui represente le temps que le Boulet A a employé pour parvenir au point G le plus élevé, si dans le premier Moment AB, ce Boulet a monté en E par exemple de cinq pieds, au second Moment BC il sera monté en F de trois pieds de plus qu'au premier, & au troisiéme & dernier Moment CD, il sera monté en G d'un pied de plus qu'au second, de sorte qu'il aura monté en tout de neuf pieds.

pieds. Ainsi la perpendiculaire DG sera 9, lorsque la ligne AD est 3, Racine quarrée de 9, la ligne GH sera 4, lorsque la ligne EH égale à BD sera 2, Racine quarrée de 4, & la ligne GI sera 1, lorsque la ligne FI égale à CD sera 1, Racine quarrée de 1; où l'on void que les quarrez des ordonnées AD, EH, FI, à l'Axe GD, sont comme les parties correspondantes GD, GH, GI, & que par consequent la courbe AEFG est Parabolique. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 9. Fig. 49.

SCOLIE.

Il est évident que la Ligne de direction AK, par laquelle le Boulet A, est poussé en haut par la force de la Poudre, touche la Parabole au point A, parce qu'au moment que la force Pousse le Boulet A, selon cette ligne de direction AK, sa pesanteur le fait tant soit peu décendre, en le détournant de la ligne droite AK, & en luy faisant parcourir la courbe Parabolique AEFG. L'angle DAK, que fait la Ligne de direction AK, avec l'horizontale AD, s'appelle *Angle d'inclination*, & la largeur de la Parabole, qui se termine sur la ligne horizontale AD prolongée, se nomme *Amplitude de la Parabole*, dont AD en est ici la moitié.

CHAPITRE II.

De la Décente des Corps pesans sur les Plans inclinez.

QUand un Corps pesant roule sur un Plan incliné, pour aller dans le lieu le plus bas, où il peut, il y va avec moins de vîtesse que s'il tomboit librement dans l'air, parce que sa pesanteur relative est moindre que sa pesanteur absoluë, à cause de l'obstacle que le Plan incliné fait à sa décente perpendiculaire, & qu'il le soûtient en partie. D'où il est aisé de conclure, que cette pesanteur relative est d'autant plus petite, que moins le Plan est incliné, de sorte qu'elle se reduit à rien, lorsque le Plan n'est point incliné, & qu'il est horizontal. Il y a plusieurs remarques curieuses & utiles à faire touchant la pesanteur relative, dont nous allons parler dans les Propositions suivantes.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Si une Puissance soûtient un Poids spherique, qui tend à rouler sur un Plan incliné, dont la Base est parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui passant par le Centre de gravité du Poids soit parallele à l'hypotenuse du Triangle rectangle, qui determine l'inclinaison du Plan; cette Puissance sera à la partie du Poids, qui presse le Plan, comme la hauteur du Triangle rectangle, est à l'hypotenuse.

Planche 15. 61. Fig.

JE dis que si une Puissance, dont la Ligne de direction ED passe par le Centre de pesanteur D du Poids Spherique FGH, qui tend à rouler sur le Plan incliné BC, & est parallele à l'hypotenuse BC du Triangle rectangle ABC, dont la Base AB est parallele à l'Horizon, soûtient le Poids FGH, il y aura même Raison de la Puissance au Poids, ou de ce que la Puissance porte à ce que porte le Plan, que de la hauteur AC, à l'hypotenuse BC.

PREPARATION.

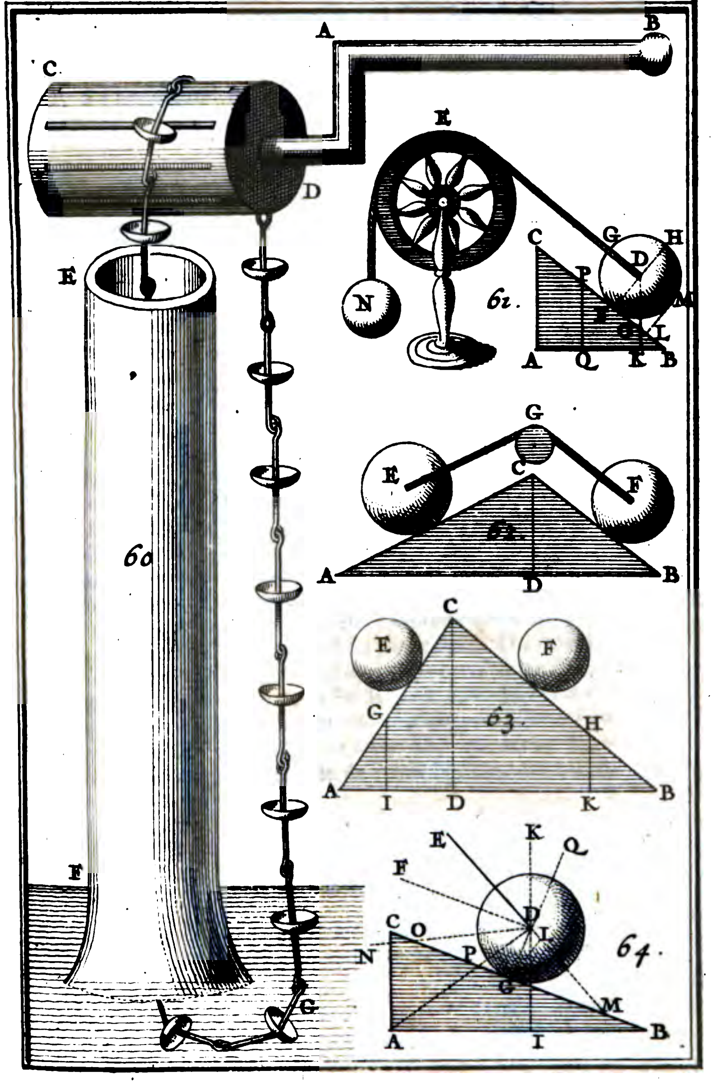
Tirez du point F, où le Corps Spherique FGH touche le Plan BC, par son centre D, le Diametre FH, qui *par* 18. 3. sera perpendiculaire à l'hypotenuse BC, & par consequent à sa parallele ED. Tirez encore du centre D, la ligne DK perpendiculaire à l'Horizon, & par consequent à la Base AB, qui sera la Ligne de direction du Poids FGH. Enfin tirez du point F, la ligne FI parallele à l'Horizon ou à la Base AB, qui sera perpendiculaire à la ligne DK, de sorte que le Triangle rectangle DFO sera *par* 8. 6. divisé en deux Triangles rectangles FID, FIO, semblables entre eux, & au Triangle OKB, ou à son semblable ABC.

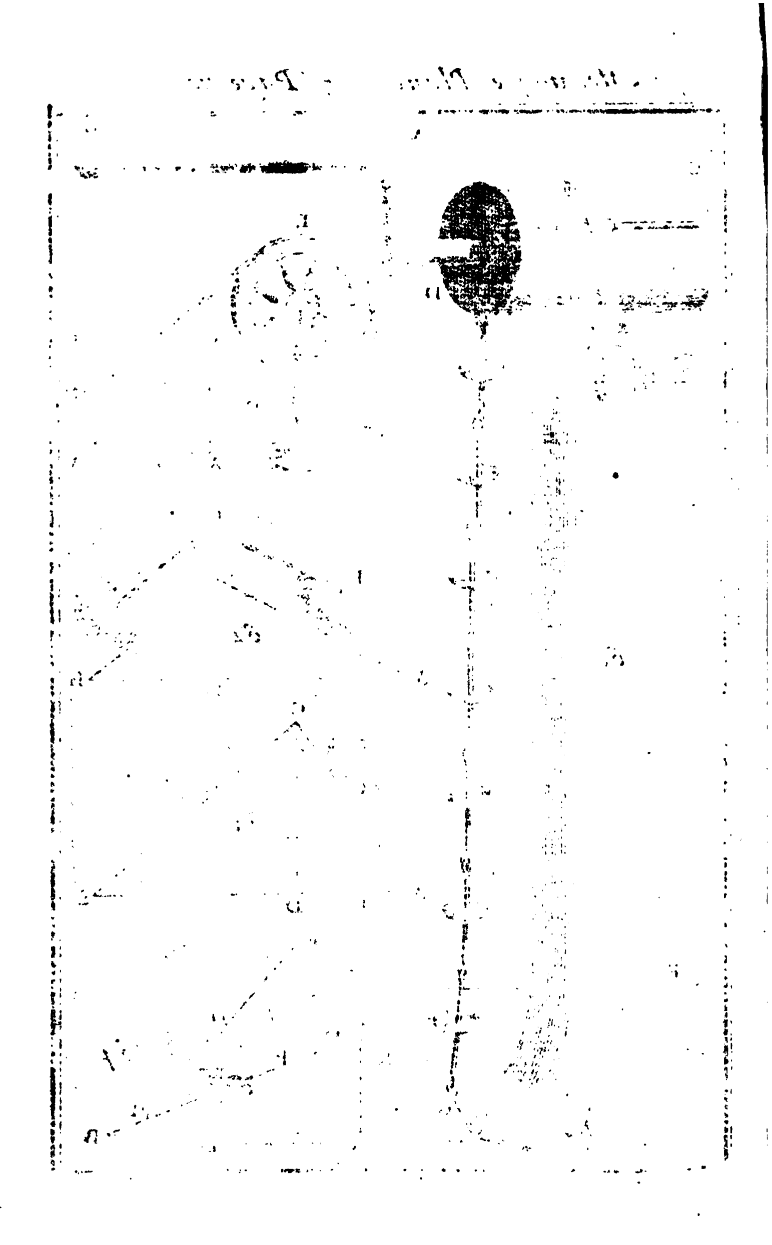
DEMONSTRATION.

Cette preparation étant faite, on connoîtra aisément, que la ligne ED étant la Ligne de direction de la Puissance, & DK la Ligne de direction du Poids, c'est comme si la Puissance étoit appliquée en D, & que le Poids fût suspendu au point I, & qu'ainsi DFI peut être consideré comme un Levier recourbé, dont le Point fixe est F, la distance de la Puissance est FD, & la distance du Poids est FI, & dans ce cas il a été démontré ailleurs, que la Puissance est au Poids, comme la distance FI du Poids, à la distance FD de la Puissance: c'est pour-

quoy

Mecanique Planche 15. Page 70





quoy si à la place des deux derniers termes FI, FD, on met les deux AC, BC, qui sont en même Raison, à cause des Triangles semblables FDI, ABC, on connoîtra que la Puissance est à la partie du Poids qui pese sur le Plan, comme la hauteur AC, à l'hypotenuse BC. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 15. 61. Fig.

SCOLIE.

On void aisément par cette Proposition, que si au lieu d'imaginer que la Puissance soûtient le Poids FGH, par le moyen de la Corde ED attachée à son centre D, & parallele au Plan BC, on l'arrête par le Plan LM perpendiculaire au Plan BC, la Pesanteur relative, dont le Poids pressera le Plan LM, est à celle, par laquelle il presse le Plan BC, comme la hauteur AC, à l'hypotenuse BC.

On void aussi, que si au lieu de la Puissance appliquée en E, on avoit un Poids N attaché à une Corde, qui passant par dessus une Poulie tellement disposée, que la partie ED de cette Corde fût parallele à l'hypotenuse BC, & que ce Poids N tinst le Poids D en Equilibre, ce même Poids N seroit au Poids D, comme la hauteur AC, à l'hypotenuse BC: & reciproquement si la hauteur AC, étoit à l'hypotenuse BC, comme le Poids N est au Poids D; ces deux Poids N, D, seroient en équilibre.

Enfin l'on void aisément, que la Puissance ainsi appliquée est toûjours moindre que la partie du Poids qui pese sur le Plan, parce que la ligne AC est essentiellement moindre que l'hypotenuse BC. On entend ici par le Poids D, non pas sa Pesanteur absoluë, mais la partie qu'en porte le Plan BC, & par la Puissance qui est égale au Poids N, le reste du Poids D, qui porte en l'air, & que le Plan BC ne porte pas. Que si l'on considere la Pesanteur absoluë du Poids D, on démontrera dans la *Prop.* 5. qu'elle est à celle du Poids N, comme AC est à BC.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Si une Puissance soûtient un Poids Spherique qui tend à rouler sur un Plan incliné, dont la Base est parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui étant parallele à cette Base, passe par le Centre de gravité du même Poids, la Puissance sera au Poids, comme la hauteur du Plan incliné à la longueur de sa Base.

Je dis que si une Puissance, dont la Ligne de direction DL passe par le Centre de pesanteur D du Poids Spherique EFG, Planche 7. 44. Fig.

Planche 7. Fig. 44. EFG, qui tend à rouler sur le Plan incliné BC, & est parallele à la Base AB, que je suppose parallele à l'Horizon, soûtient ce Poids EFG, il y aura même Raison de la Puissance au Poids, que de la hauteur AC, à la longueur AB.

PREPARATION.

Tirez du point E, où le Corps Spherique EFG touche le Plan BC, par son Centre D, le Rayon DE, qui *par* 18. 3. sera perpendiculaire à l'hypotenuse BC du Triangle rectangle ABC. Tirez encore du Centre D, la ligne DH perpendiculaire à l'Horizon, & par consequent à la Base AB, qui sera la Ligne de direction du Poids EFG. Enfin tirez du point d'attouchement E la ligne EI perpendiculaire à la Ligne de direction DH du Poids, à laquelle la Ligne de direction de la Puissance est aussi perpendiculaire : de sorte que le Triangle rectangle DEO sera divisé *par* 8. 6. en deux Triangles rectangles EID, EIO, semblables entre eux, & au Triangle OHB, ou à son semblable ABC.

DEMONSTRATION.

Cette Preparation étant faite, on connoîtra *par Ax.* 9. que la Puissance étant appliquée en L, c'est comme si elle étoit appliquée en M, où sa Ligne de direction DE se trouve coupée à angles droits par la droite EM parallele à la Ligne de direction DH du Poids, & comme si le Poids étoit suspendu du point I, où sa Ligne de direction DH se trouve coupée à angles droits par la ligne EI parallele à la Ligne de direction DL de la Puissance, & qu'ainsi MEI peut être consideré comme un Levier recourbé, dont le point fixe est E, la distance de la Puissance est EM, & la distance du Poids est EI, & dans ce cas, il a été démontré ailleurs, que la Puissance est au Poids, comme EI est à EM, ou DI son égale : c'est pourquoy si à la place des deux derniers termes EI, DI, on met les deux AC, AB, qui sont en même Raison, à cause des Triangles semblables ABC, EDI, on connoîtra que la Puissance est au Poids, comme AC, est à AB. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

Il est évident par ce qui vient d'être démontré, que lorsque l'Angle d'inclination B sera demi-droit, auquel cas l'Angle C sera aussi demi-droit, la Puissance sera égale au Poids, parce que dans cette supposition, les lignes AB, AC, seront égales entre elles : & que lorsque l'Angle d'inclination B sera moindre qu'un demi droit, auquel cas l'Angle C sera plus grand

grand qu'un demi-droit, la Puissance sera moindre que le Poids, parce que dans ce cas le côté AB sera plus grand que le côté AC : & enfin que lorsque l'Angle d'inclination B sera plus grand qu'un demi-droit, auquel cas l'Angle C sera moindre qu'un demi-droit, la Puissance sera plus grande que le Poids, parce que dans cette supposition le côté AB sera plus petit que le côté AC. Planche. 7. 44. Fig.

Il est aussi évident que si au lieu d'appliquer la Puissance en L, pour soûtenir le Poids EFG, par le moyen de la Corde DL attachée à son Centre D, & parallele à l'Horizon, ou à la Base AB, on faisoit passer cette Corde par dessus la Poulie N, pour y pendre un Poids K, qui tinst le Poids D en équilibre, ce Poids K, qui dans ce cas tiendroit lieu de Puissance, seroit au Poids D, comme AC est à AB, & reciproquement si le Poids K étoit au Poids D, comme AC est à AB, ces deux Poids K, D, seroient en équilibre, puisque le Poids K produit le même effet que la Puissance.

Enfin il est évident, que si au lieu de la Puissance en L, ou d'un Poids en K, on appliquoit la Surface PG perpendiculaire à l'Horizon, ou à la Base AB, qui touchant le Poids EFG au point G, l'empêcheroit de tomber, la Pesanteur relative du Poids EFG, par laquelle il pousseroit la Surface PG, seroit à celle, par laquelle il presseroit le Plan BC, comme AC est à AB.

PROPOSITION III.

Theoreme.

Si deux Poids Spheriques attachez avec une Corde parallele à l'Horizon, par leurs Centres de gravité, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre sur deux Plans inclinez, ayant une même hauteur, & leurs bases posées sur un même Plan parallele à l'Horizon, ils seront entre eux comme les longueurs de ces Bases.

Le Triangle ABC, dont la perpendiculaire est CD, est le Profil de deux Plans inclinez AC, BC, dont la hauteur commune est CD, & dont les Bases AD, BD, sont situées sur un même Plan AB parallele à l'Horizon : & il y a sur ces deux Plans inclinez AC, BC, les deux Poids E, F, qui s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre par le moyen de la Corde EF, qui passant par leurs Centres de gravité est parallele à l'Horizon, ou au Plan AB. Cela étant je dis que le Poids E est au Poids F, comme AD est à BD. Planche 6. 40. Fig.

Planche 6. 60. Fig.

DEMONSTRATION.

Puisque les deux Poids E, F, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre, de sorteque chacun ne tire pas sa Corde plus d'un côté que d'autre, la même Puissance qui pourroit soûtenir le Poids E sur le Plan incliné AC, par la Ligne de direction EF, pourroit aussi soûtenir le poids F sur le Plan incliné BC, par la même Ligne de direction EF: & comme *par Prop.* 2. la Puissance qui soûtiendroit le Poids E sur le Plan incliné AC, seroit à ce Poids E, comme CD est à AD, & que la même Puissance qui soûtiendroit le Poids F, sur le Plan incliné BC, seroit à ce Poids F, comme CD est à BD, on conclurra *par Egalité*, que le Poids E est au Poids F, comme AD est à BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

Il faut bien ici remarquer, que quand on parle d'un Poids posé sur un Plan incliné, comme du Poids E, pour le comparer à un autre Poids, ou à quelque Puissance qui le pourroit soûtenir, on n'entend pas parler de sa Pesanteur absoluë, par laquelle il tend au Centre de la terre, mais de celle par laquelle il presse le Plan AC, qui est necessairement moindre que la premiere, parce qu'il n'y a qu'une partie de ce Corps pesant qui pese sur le Plan, à cause qu'il tend à rouler sur ce Plan.

PROPOSITION IV.

THEOREME.

Si deux Poids Spheriques attachez par leurs Centres de gravité avec une Corde, qui passant par dessus une Poulie se replie de telle sorte que ses deux parties soient paralleles à deux Plans inclinez, ayant une même hauteur, & leurs Bases posées sur un même Plan parallele à l'Horizon, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre sur les deux Plans inclinez, ils seront entre eux comme les longueurs de ces Plans inclinez.

Planche 15. 62. Fig.

LE Triangle ABC, dont la perpendiculaire est CD, est le Profil de deux Plans inclinez AC, BC, dont la hauteur commune est CD, & dont les Bases AD, BD, sont situées sur un même Plan AB parallele à l'Horizon, & il y a sur ces deux Plans inclinez AC, BC, les deux Poids E, F, qui s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre par le moyen de la Corde EGF, qui passant au dessus de la Poulie G, & par leurs Centres de

de gravité, se plie tellement que la partie EG est parallele au Plan incliné AC, & la partie FG parallele au Plan incliné BC. Cela étant, je dis que le poids E, est au Poids F, comme AC est à BC. Planche 15. 62. Fig.

DEMONSTRATION.

Puisque les deux Poids E, F, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre, de sorte que chacun fait un égal effort pour décendre sur son Plan incliné, tirant également sa Corde, la même Puissance qui pourroit soûtenir le Poids E, sur le Plan incliné AC, par la Ligne de direction EG, pourroit aussi soûtenir le Poids F sur le Plan incliné BC, par la Ligne de direction FG: & comme *par Prop*. 1. la Puissance qui soûtiendroit le Poids E sur le Plan incliné AC, seroit à ce Poids E, comme CD est à AC, & que la même Puissance qui soûtiendroit le Poids F, sur le Plan incliné BC, seroit à ce Poids F, comme CD est à BC, on conclurra *par Egalité*, que le Poids E, est au Poids F, comme AC est à BC. *Ce qu'il falloit démontrer*.

SCOLIE.

La Proposition inverse est aussi veritable, sçavoir que si les deux Poids E, F, sont entre eux comme les longueurs AC, BC, ils seront en Equilibre, ce qui est aussi vray des Prismes qui seront placez perpendiculairement sur les Plans inclinez, & attachez par leurs Centres de gravité.

PROPOSITION V.

THEOREME.

Si la Pesanteur absoluë d'un Poids posé sur un Plan incliné, est à celle d'un autre Corps pesant qui tombe perpendiculairement, comme la hauteur du Plan incliné est à sa longueur, ces deux Poids seront en Equilibre.

Je dis que si la Pesanteur absoluë du Poids D posé sur le Plan incliné BC, est à celle du Poids N, qui tombe perpendiculairement, comme la hauteur AC est à la longueur BC, ces deux Poids N, D, seront en Equilibre, c'est à dire que chacun tendra à décendre avec une égale force, de sorte que si on les joint par une Corde, comme dans la *Prop*. 1. afin que l'un se meuve autant que l'autre, chacun tirera également sa partie de la Corde qui passe par dessus la Poulie E. 61. Fig.

Planche 15. 61. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend sur la longueur BC, la partie BP égale à la hauteur AC, & que du Point P on tire la ligne PQ perpendiculaire à AB, en plaçant le Poids N en C, & le Poids D en B, & en faisant ensuite décendre le Poids N de C en A, le Poids D montera d'autant sur le Plan incliné BC, depuis B en P, parce que l'on a fait BP égale à AC, de sorte qu'il se sera élevé à la hauteur PQ, comme le Poids N s'est abaissé de la hauteur AC. Ainsi la ligne AC, qui est le mouvement du Poids N, sera à la ligne PQ, qui est le mouvement du Poids D, reciproquement comme le Poids D est au Poids N, par cette Regle generale de Mecanique, que nous avons rémarquée dans le Levier, & dans les autres Machines, sçavoir que les Poids sont reciproquement proportionnels à leurs mouvemens. C'est pourquoy si à la place des deux premiers termes AC, PQ, on met les deux BC, AC, qui sont en même Raison, *par* 4. 6. à cause des Triangles semblables ABC, QBP, il sera vray de dire que BC est à AC, comme le Poids N, est au Poids D, quand ces deux Poids sont en Equilibre, & que par consequent, si le Poids D, est au Poids N, comme la hauteur AC, à la longueur BC, ces deux Poids N, D, sont en Equilibre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION VI.

THEOREME.

Si de deux Poids égaux l'un décend perpendiculairement, & l'autre sur un Plan incliné, leurs Pesanteurs relatives seront reciproquement proportionnelles à la longueur du Plan, & à sa hauteur.

JE dis que si le Poids D, qui est sur le Plan incliné BC, est égal au Poids N, qui décend perpendiculairement, la force avec laquelle le Poids D tend à décendre sur le Plan incliné BC, est à la force par laquelle le Poids N tend à décendre perpendiculairement, comme la hauteur AC, est à la longueur BC.

DEMONSTRATION.

Si l'on fait une construction semblable à la precedente, & que l'on fasse décendre le Poids N, de C en A, le Poids D parviendra de B en P, & il sera seulement monté à la hauteur PQ moindre que la hauteur AC, ce qui fait que le Poids

N ayant

N ayant plus de mouvement que le Poids D, il aura aussi à proportion plus de force pour décendre que le Poids D, par la Regle generale de Mecanique, c'est à dire que la Pesanteur relative du Poids D, sera à celle du Poids N, comme la hauteur PQ, à la hauteur AC, ou comme AC est à BC. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 15. 61. Fig.

Corollaire I.

Il suit évidemment de cette Proposition, que la force qu'un Corps pesant a par sa propre pesanteur de tomber en bas, c'est à dire sa Pesanteur absoluë, se diminuë sur un Plan incliné, dans la Proportion de la longueur de ce Plan à sa hauteur, ou du Sinus Total au Sinus de l'Angle d'inclination: de sorte que si la longueur BC étoit par exemple double de la hauteur AC, ce qui arrivera lorsque l'Angle d'inclination B sera precisément de 30 degrez, la Pesanteur absoluë du Poids N, sera double de sa Pesanteur relative sur le Plan incliné BC.

D'où il suit, que si un cheval tire une charette chargée sur un Plan incliné, comme sur une Montagne, outre la peine qu'il a de tirer cette charette dans la Plaine, il ressent la Pesanteur relative du fardeau qu'il tire sur le Plan incliné, qui est telle partie de la Pesanteur absoluë du fardeau, que la hauteur du Plan incliné est de sa longueur. Comme si la longueur de la Montagne est double de sa hauteur, & que le fardeau pese 2000 livres, le cheval en ressentira 1000. De sorte que si le cheval ne pouvoit tirer que 1000 livres, sur le penchant de cette Montagne, il faudra deux chevaux pour tirer 2000 livres sur le penchant de la même Montagne.

Corollaire II.

Il s'ensuit aussi, que la vîtesse du Mobile D sur le Plan incliné BC, se diminuë aussi à proportion que la longueur BC de ce Plan est plus grande que sa hauteur AC, c'est à dire que la vîtesse de ce Mobile D sur le Plan incliné BC, est à celle qu'il a quand il se meut perpendiculairement, comme la hauteur AC du Plan est à sa longueur BC, parce que les vîtesses d'un même Corps doivent avoir la même Raison que leurs Pesanteurs relatives, étant certain que le Mobile qui a des forces doubles par exemple, doit avoir aussi une double vîtesse, &c.

PROPOSITION VII.

Théorème.

Si de deux Poids égaux l'un décend sur un Plan incliné, & l'autre sur un autre Plan incliné de même hauteur, leurs Pesanteurs relatives seront reciproquement proportionnelles aux longueurs de ces deux Plans.

Planche 15. 63. Fig. Je dis que si le Poids E, qui est sur le Plan incliné AC, est égal au Poids F, qui est sur le Plan incliné BC de même hauteur, la force que le Poids E a de décendre sur son Plan incliné AC, est à la force que le Poids F a de décendre sur son Plan incliné BC, reciproquement comme la longueur BC de ce Plan, est à la longueur AC du premier Plan.

Démonstration.

Si l'on imagine un troisiéme Poids égal au Poids E, ou au Poids F, qui tombe perpendiculairement le long de la hauteur commune CD, la force de ce Poids sera à celle du Poids E, comme AC est à CD, & à celle du Poids F, comme BC est à CD, *par Prop.* 6. c'est pourquoy *par Egalité*, la force du Poids E sera à celle du Poids F, comme BC est à AC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION VIII.

Théorème.

Les Pesanteurs relatives de deux Poids égaux posez sur deux Plans inclinez de même hauteur, sont entre elles comme les hauteurs qui répondent à des parties égales de leurs Plans inclinez.

63. Fig. Je dis que si le Poids E posé sur le Plan incliné AC, est égal au Poids F posé sur le Plan incliné BC, & qu'ayant pris à volonté sur les longueurs AC, BC, les deux parties égales AG, BH, & tiré des deux points G, H, les droites GI, HK, perpendiculaires aux Bases AD, BD, ou paralleles à la hauteur commune CD; la force que le Poids E a de décendre sur son Plan incliné AC, est à celle que le Poids F a de décendre sur son Plan incliné BC, comme la hauteur GI, est à la hauteur HK.

DEMONSTRATION.

Planche 15. 63. Fig.

Si l'on imagine un troisiéme Poids égal au Poids E, ou au Poids F, qui tombe perpendiculairement des hauteurs GI, HK, la Pesanteur relative de ce Poids sera à celle du Poids E, comme AG est à GI, & à la Pesanteur relative du Poids F, comme BH ou AG est à HK, *par Prop. 6.* C'est pourquoy *par Egalité*, la Pesanteur relative du Poids E, sera à celle du Poids F, comme la hauteur GI, est à la hauteur HK. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que les Pesanteurs relatives de deux Poids égaux posez sur deux Plans inclinez de même hauteur, sont proportionnelles aux Sinus des Angles d'inclination de ces deux Plans, parce que la perpendiculaire GI est le Sinus de l'Angle A, à l'égard du Sinus Total AG, ou BH, & que la perpendiculaire HK est le Sinus de l'Angle B, à l'égard du même Sinus Total BH.

PROPOSITION IX.

THEOREME.

Si une Puissance soûtient un Poids Spherique qui tend à rouler sur un Plan incliné, dont la Base est parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui passant par le Centre de gravité du Poids, rencontre en un point l'hypotenuse du Triangle rectangle, qui détermine l'inclinaison du Plan; cette Puissance sera au Poids, comme le Sinus de l'Angle d'inclination, au Sinus du Complement de l'Angle de traction.

JE dis que si une Puissance dont la Ligne de direction DE passe par le Centre de pesanteur du Poids Spherique D, qui tend à rouler sur le Plan incliné BC, & étant prolongée rencontre en M l'hypotenuse BC du Triangle rectangle ABC, dont la Base AB est parallele à l'Horizon, soûtient ce Poids D, il y aura même Raison de la Puissance au Poids, que du Sinus de l'Angle GDH, égal à l'*Angle d'inclination* B, au Sinus du Complement de l'Angle CME, qu'on appelle *Angle de traction.* 64. Fig.

PREPARATION.

Tirez par le point G, où le Poids D touche le Plan BC, au Centre D, le Rayon DG, qui *par* 18. 3. sera perpendiculaire à l'hy-

Planche 15. Fig. 64. à l'hypotenuse BC : & à la Ligne de direction EM la perpendiculaire GL, & l'Angle DGL sera *par* 8. 6. égal à l'Angle de traction CME, dont le Sinus sera DL, & le Sinus de son Complement sera GL, à l'égard du Sinus Total DG, comme à l'égard du même Sinus Total DG, la Ligne GH est le Sinus de l'Angle GDH égal à l'Angle d'inclination B. Tirez du Centre D, la ligne DI perpendiculaire à la Base AB, qui sera la Ligne de direction du Poids D, & la Ligne DF parallele à l'hypotenuse BC, que vous prendrez pour la Ligne de direction d'une autre Puissance tellement appliquée en F, ou en D, qu'elle soûtienne aussi le Poids D sur le Plan incliné BC. Tirez encore du point G, la ligne GH parallele à l'Horizon, ou perpendiculaire à la Ligne de direction DI du Poids, & le Triangle DGH sera semblable au Triangle ABC, comme nous avons reconnu dans la *Prop.* 1.

DEMONSTRATION.

Cette Preparation étant faite, on connoîtra comme dans la *Prop.* 1. que DE, DF, étant les Lignes de direction de deux Puissances qui soûtiennent separement le Poids D, dont la Ligne de direction est DI, c'est comme si ces deux Puissances étoient appliquées à l'extremité D du Levier recourbé DGH, dont le Point fixe est G, & comme si la Pesanteur relative du Poids D, par laquelle il presse le Plan BC, étoit reduite au point H, & qu'ainsi GH est la distance du Poids, GL la distance de la Puissance en E, & GD la distance de la Puissance en F, parce qu'elle est perpendiculaire à la Ligne de direction DE, comme DE est perpendiculaire à la Ligne de direction DP, & DH perpendiculaire à la Ligne de direction DN.

Cela étant supposé, on considerera que puisque la Puissance en E soûtient le Poids D par la Ligne de direction DE, par le moyen du Levier recourbé DGH, où G est le Point fixe GH la distance du Poids, & GL la distance de la Puissance, cette Puissance sera au Poids, comme la distance GH du Poids, est à la distance GL de la Puissance : & pareillement puisque la Puissance en F soûtient le même Poids D, par la Ligne de direction DF, par le moyen du même Levier recourbé DGH, où G est le Point fixe, GH la distance, & GD la distance de la Puissance, cette Puissance sera au Poids, comme la distance GH du Poids est à la distance GD de la Puissance. C'est pourquoy *par Egalité* la Puissance en E, sera à la Puissance en F, comme GD est à GL, & parce que GD est à GH, comme BC est à AC, à cause des Triangles semblables DGH, ABC, ou *par Prop.* 1. comme le Poids D, est à la Puissance en F, on conclurra *par Egalité*, que la Puissance en E est au Poids D, comme GH est à GL, ou comme le Sinus de l'Angle d'inclina-

clination, est au Sinus du Complement de l'Angle de traction. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 15. 64. Fig.

Corollaire I.

Il suit évidemment de cette Proposition, que la Puissance en F, dont la Ligne de direction est parallele au Plan incliné BC, est la moindre de toutes, c'est à dire qu'il faut moins de force pour soûtenir le Poids D sur le Plan incliné BC, en tirant ce Poids par une Ligne parallele au Plan incliné, telle qu'est DF, que par quelqu'autre Ligne, comme seroit DE; de sorte que la Puissance en E est plus grande que la Puissance en F, & elle sera toûjours plus grande à mesure que l'Angle de traction deviendra plus grand, parce qu'il a été démontré, que la Puissance en E, est à la Puissance en F, comme GD est à GL, ou comme le Sinus Total est au Sinus du Complement de l'Angle de traction, ce Sinus du Complement GL devenant toûjours plus petit à mesure que l'Angle de traction devient plus grand.

D'où il est aisé de conclure, que la Puissance est la plus grande, qu'elle puisse être, & qu'elle est égale precisément au Poids, lorsque l'Angle de traction est égal au Complement de l'Angle d'inclination, ce qui arrivera lorsque la Ligne de direction DE sera perpendiculaire à l'Horizon, comme DK, parce que dans ce cas les lignes GH, GL, seront égales entre elles, ce qui égale la Puissance au Poids, puisque cette Puissance est au Poids, comme GH, est à GL. Ainsi l'on connoît que la Puissance est la moindre de toutes, lorsqu'elle tire par une Ligne de direction parallele au Plan incliné, & qu'elle est la plus grande de toutes, lorsqu'elle tire par une Ligne de direction perpendiculaire à l'Horizon; où l'on void que si un cheval tire un fardeau par le moyen d'une charette, ou de quelqu'autre Machine roulante, il aura d'autant moins de peine à tirer, que la ligne de direction par laquelle il tirera ce fardeau, approchera plus d'être parallele au penchant de cette Montagne.

Corollaire II.

Il s'ensuit aussi que si la Ligne de direction, comme DN, fait avec DF parallele à BC, un Angle FDN égal à l'Angle EDF, la Puissance appliquée en N, sera égale à la Puissance appliquée en E, parce que dans ce cas les Angles de traction DMO, DOM, seront égaux, puisque *par* 29. 1. l'Angle de traction DMO est égal à son externe opposé EDF, que l'on suppose égal à l'Angle FDN, & par consequent à son alterne DOM, &c.

D'où il suit que si la Ligne de direction, comme DP, fait

Planche 15. 64. Fig. avec la ligne DG perpendiculaire à la ligne BC, un Angle GDP égal à l'Angle d'inclination B, la Puissance appliquée en P sera égale au Poids, *par Coroll.* 1. parce que dans ce cas l'Angle de traction DPM est égal au Complement de l'Angle d'inclination B.

COROLLAIRE.

Enfin il s'ensuit, que si la Ligne de direction, comme DQ, est perpendiculaire au Plan incliné BC, en sorte que l'Angle de traction QGB soit droit, la Puissance appliquée en Q, ou en tel autre point que l'on voudra, de sa Ligne de direction DQ, pour soûtenir le Poids D, doit être infinie; c'est à dire qu'une Puissance qui tireroit ce Poids D, par la Ligne de direction DQ, ne seroit pas capable de le soûtenir, quelque force qu'elle pût avoir, parce que le Sinus du Complement de l'Angle de traction se reduit à rien, étant infiniment petit, ce qui rend infiniment grande la Puissance appliquée en Q, puisque cette Puissance est au Poids, comme le Sinus de l'Angle d'inclination, est au Sinus du Complement de l'Angle de traction.

PROPOSITION X.

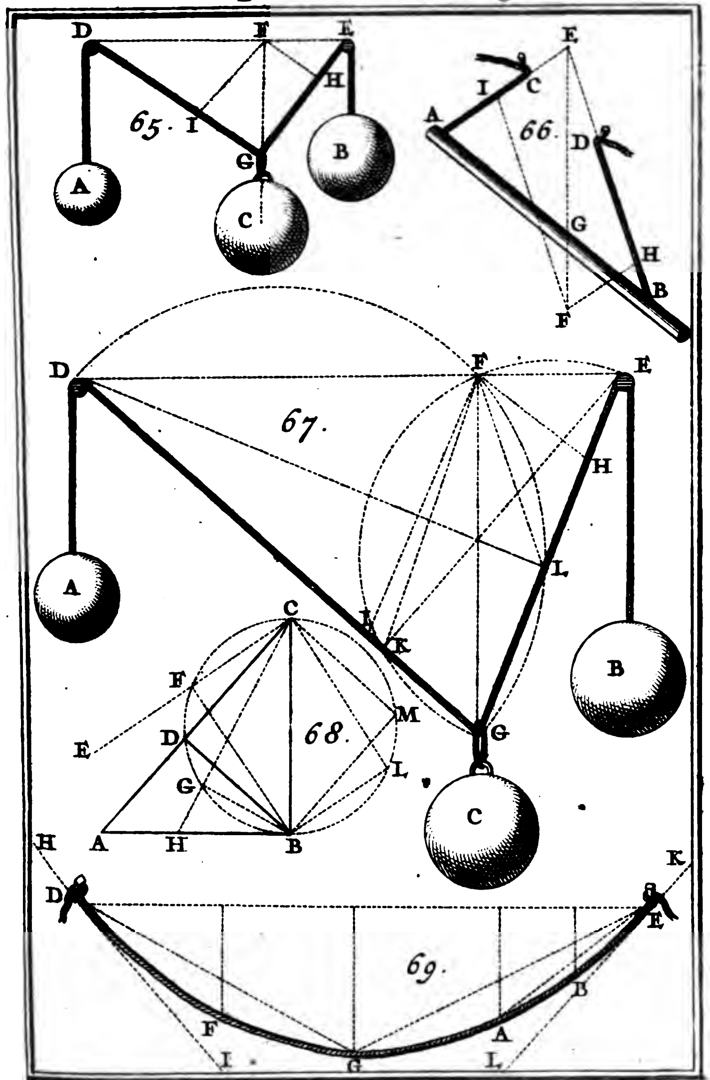
THEOREME.

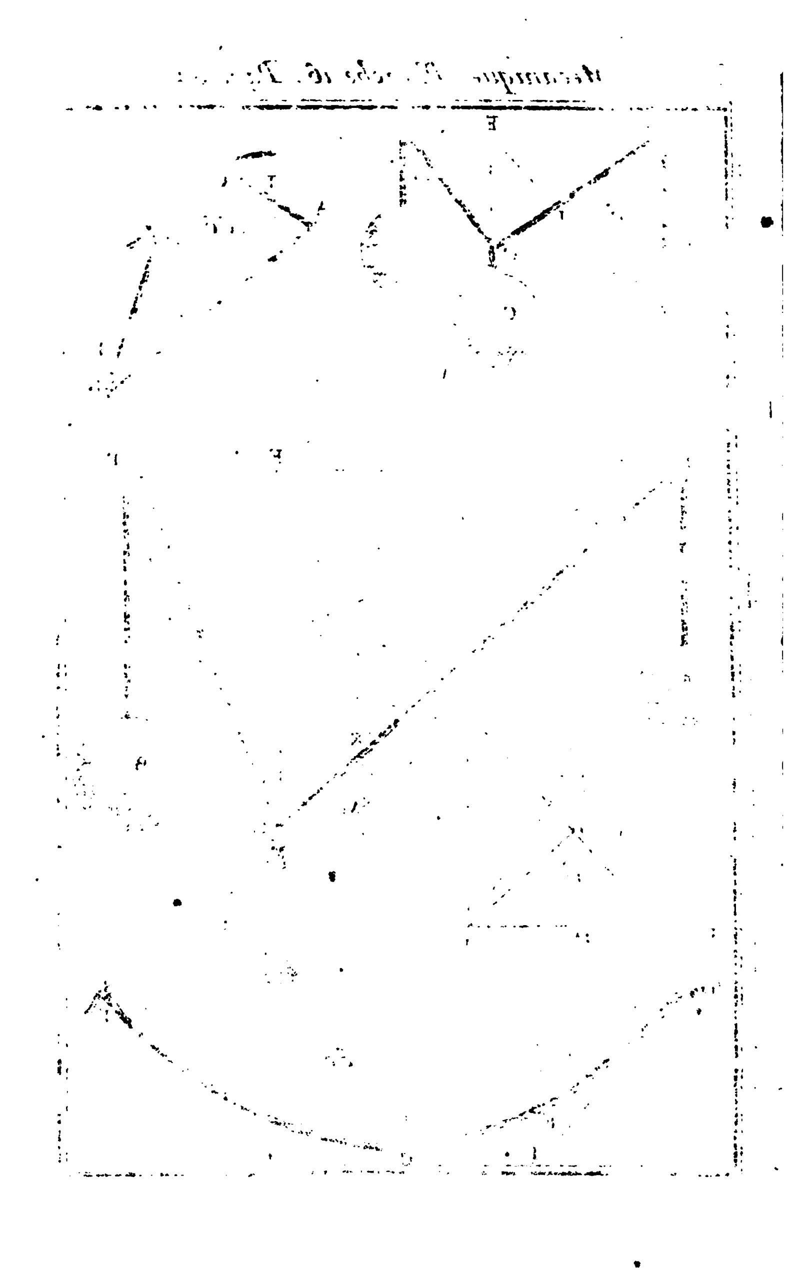
Si deux Puissances soûtiennent un Poids par le moyen d'une Corde, qui se repliant par la pesanteur de ce Poids placé entre les deux Puissances fasse un angle droit, elles seront reciproquement proportionnelles aux parties de la Corde.

Planche 16 65. Fig. JE dis que si les deux Puissances A, B, soûtiennent le Poids C, par le moyen de la Corde DGE, qui se repliant au point G, où le Poids C est suspendu, y fasse un Angle droit, la Puissance A est à la Puissance B, comme la partie EG, est à la partie DG.

PREPARATION.

Tirez à la Ligne de direction GC du Poids C, les deux perpendiculaires DF, EF, & alors le Poids C, qui est suspendu du point G, peut être consideré comme suspendu du point F, la Puissance A, qui tire par la Ligne de direction DG, comme appliquée en G, aussi bien que la Puissance B, qui tire par la Ligne de direction EG: de sorte que GEF peut être consideré comme un Levier recourbé, où le Point fixe est E, la distance du Poids C est EF, & la distance de la Puissance A est EG: & pareillement GDF peut être consideré comme un Levier


65.
D
F
E
H
I
G
A
B
C
66.
E
C
I
A
D
G
H
B
F
67.
D
F
E
H
L
A
B
K
G
C
68.
C
F
M
E
D
L
G
H
A
H
B
69.
D
K
E
B
F
A
I
G
L



Levier recourbé, où le Point fixe est D, la distance du Poids C est DF, & la distance de la Puissance B est DG. Planche 16. 64. Fig.

Demonstration.

Parce que dans le Levier recourbé GEF, la Puissance A est au Poids C, comme la distance EF du Poids, est à la distance EG de la Puissance, ou comme EG est à DE, à cause des Triangles semblables DGE, FGE, *par* 8. 6. & que pareillement dans le Levier recourbé GDF, la Puissance B est au Poids C, comme la distance DF du Poids, est à la distance DG de la Puissance ou comme DG est à DE, à cause des Triangles semblables DGE, DGF, *par* 8. 6. on connoîtra *par Egalité*, que la Puissance A, est à la Puissance B, comme EG, est à DG. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Scolie.

On void par cette Proposition, que si les trois Poids A, B, C, se tiennent en Equilibre par le moyen de la Corde DGE, en sorte que comme nous avons supposé dans la Démonstration precedente; la ligne CE soit parallele à l'Horizon; ces Poids sont proportionnels aux Sinus des Angles desquels ils sont suspendus, c'est à dire que le Poids A sera au Sinus de l'Angle EDG, comme le Poids C est au Sinus de l'Angle DGE, & comme le Poids B est au Sinus de l'Angle DEG: car il a été démontré que la Puissance A qui tient lieu de Poids, est au Poids C, comme EG est à DE, ou comme le Sinus de l'Angle EDG, au Sinus de l'Angle DGE: & il a été aussi démontré, que la Puissance B, qui tient lieu de Poids, est au Poids C, comme DG est à DE, ou comme le Sinus de l'Angle DEG, au Sinus de l'Angle DGE: & enfin que le Poids A est au Poids B, comme EG est à DG, ou comme le Sinus de l'Angle EDG, au Sinus de l'Angle DEG.

Si du point F, l'on tire aux deux côtez DG, EG, les paralleles FH, FI, on connoîtra que la Puissance A, est à la Puissance B, comme FH est à FI, parce que ces deux lignes FH, FI, ou GH, sont proportionnelles aux deux EG, DG, ausquelles les deux Puissances A & B sont proportionnelles, à cause des Triangles semblables GFH, DGE, cela est encore vray lorsque l'Angle G est oblique; mais il le faut démontrer. Planche 16. 67. Fig.

Preparation.

Tirez du point D, à la Corde EG, la perpendiculaire DL, qui sera la distance de la Puissance B, à l'égard du Point fixe D du Levier recourbé GDF: & du point E, à la Corde DG,

Planche 16. Fig. 67.

la perpendiculaire EK, qui sera la distance de la Puissance A à l'égard du Point fixe E du Levier recourbé GEF. Menez encore les droites FK, FL, & alors le Triangle FEK sera équiangle au Triangle FGI, comme l'on connoîtra en décrivant autour de EG, le Demi-cercle EFKG, qui *par* 31. 3. passera par les deux points F, K : car on connoîtra *par* 21. 3. que l'Angle FGI, qui s'appuye sur l'arc FK est égal à l'Angle FEK, qui s'appuye sur le même arc FK : & pareillement que l'Angle FKE, qui s'appuye sur l'arc EF, est égal à l'Angle FGE, qui s'appuye sur le même arc EF, & *par* 29. 1. à son alterne GFI; c'est pourquoy *par* 32. 1. le troisiéme Angle EFK sera égal au troisiéme FIG. Le Triangle DLF est aussi équiangle au Triangle GFH, comme l'on connoîtra en décrivant autour de GD le Demi-cercle DFLG, qui *par* 31. 3. passera par les deux points F, L; car on connoîtra *par* 21. 3. que l'Angle FDL qui s'appuye sur l'arc FL, est égal à l'Angle FGH, qui s'appuye sur le même arc FL ; & que pareillement l'Angle DLF, qui s'appuye sur l'arc DF, est égal à l'Angle DGF, qui s'appuye sur le même arc DF, ou *par* 29. 1. à son alterne GFH ; c'est pourquoy *par* 32. 1. le troisiéme Angle FHG est égal au troisiéme DFL.

DEMONSTRATION.

Parce que dans le Levier recourbé GEF, la Puissance A, est au Poids C, comme la distance EF du Poids, est à la distance EK de la Puissance, ou comme GI est à GF, à cause des Triangles semblables FEK, FGI : & que dans le Levier recourbé GDF, la Puissance B est au Poids C, comme la distance DF du Poids, est à la distance DL de la Puissance, ou comme GH est à GF, à cause des Triangles semblables DLF, GFH; on conclura *par Egalité*, que la Puissance A est à la Puissance B, comme GI est à GH, ou comme FH est à FI. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Il suit de la démonstration precedente, que les trois Poids A, C, B, sont proportionnels aux trois lignes GI, GF, GH, parce qu'il a été démontré que A est à C, comme GH est à GF, & que C est à B, comme GF est à GH. D'où il est aisé de conclure, que les trois Poids A, C, B, sont proportionnels aux Sinus des trois Angles du Triangle FGI, ou du Triangle FGH, sçavoir des trois Angles GFI, GIF, FGI, parce que la ligne GI est le Sinus de l'Angle GFI, la ligne GF le Sinus de l'Angle I, & la ligne GH, ou FI, le Sinus de l'Angle FGI: ou bien des trois Angles qui se forment au point G, sçavoir de l'Angle FGE égal à l'Angle GFI de l'Angle DGE, qui a un même Sinus que l'Angle GIF, & de l'Angle FGI.

COROL-

Planche 16. Fig. 67.

COROLLAIRE II.

Il s'ensuit aussi que le Poids A est au Poids C, comme EF est au Sinus de l'Angle EDG, à l'égard du Sinus Total ED, & que le Poids B est au Poids C comme DF est au Sinus de l'Angle DEG, à l'égard du même Sinus Total ED, parce qu'il a été démontré que le Poids A est au Poids C, comme EF est à EK, qui est le Sinus de son Angle opposé EDG, à l'égard du Sinus Total ED: & que le Poids B est au Poids C, comme DF est à DL, qui est le Sinus de l'Angle opposé DEG, à l'égard du même Sinus Total ED. D'où il suit que connoissant les trois Poids A, B, C, & les lignes DF, EF, & par consequent toute la ligne DE, on pourra connoître par la Trigonometrie les trois Angles du Triangle DGE.

COROLLAIRE III.

Enfin il s'ensuit, que puisque le Poids C, pour petit qu'il soit, fait replier la Corde, où il est suspendu, quelques prodigieuses que soient les Puissances A, B, qui la tirent, une Corde ne sçauroit jamais être parfaitement tenduë, quand elle seroit tirée par la plus grande force que l'on pût imaginer, parce que cette force, quelque grande qu'elle puisse être, se peut toûjours representer par les grands Poids A, B, qui ne pourront pas empêcher que la Corde ne se recourbe, quand même le Poids C, n'y seroit pas, la seule pesanteur de la Corde étant suffisante pour la faire tant soit peu recourber, & pour élever un peu les Poids A, B.

L'Angle G des deux Cordes EG, DG, est icy aigu, & il peut être obtus, auquel cas les perpendiculaires DL, EK, tomberont au dehors du Triangle DGE, mais cela n'ôtera rien à la démonstration qui vient d'être faite. il peut aussi arriver que les deux points D, E, ne seront pas d'une même hauteur, c'est à dire que les deux lignes EF, DF, qui ont été tirées perpendiculaires à la Ligne de direction FG du Poids C, ne feront pas une même ligne droite, mais cela n'ôtera rien à la verité du Theorême, étant libre de tirer les deux paralleles FH, FI, de celuy qu'on voudra des deux points, où la Ligne de direction FG du Poids C, se trouvera coupée par l'une de ses deux perpendiculaires EF, DF, &c.

Planche 16. 69. Fig.

PROPOSITION XI.

THEOREME.

Si une Corde lâche est attachée par deux bouts, elle se playera en ligne courbe.

VOus avez vû au Theorême precedent qu'une Corde chargée d'un Poids, se replie par deux lignes droites qui font un Angle : mais il ne faut pas croire que la Corde se ploye en Angle, lorsqu'elle n'est chargée que de sa propre pesanteur, & qu'elle est un peu lâche, car dans ce cas étant attachée par ses deux bouts, la pesanteur de chacune de ses parties la fera décendre, & ployer en ligne courbe, ce qui arrive à tous les Corps longs & flexibles ; comme si les deux bouts sont D, E, la pesanteur fera baisser le point G du milieu au dessous de la ligne droite DE, & pareillement le point A s'abaissera au dessous de la ligne droite GE, le point B au dessous de la ligne droite AE, le point F au dessous de la ligne droite GD, ainsi de tous les autres points, qui en se baissant feront la ligne courbe DFGABE.

SCOLIE.

Il est évident que cette Corde ainsi recourbée demeurera dans la même situation, si au lieu d'être attachée par les deux bouts D, E, elle est suspenduë des points H, K, des deux lignes inflexibles HI, KL, qui touchent la Corde aux deux points D, E, pourvû que l'on n'attribuë aucune pesanteur a ces deux touchantes HI, KL. Mais la situation de cette Corde ainsi suspenduë, sera telle que son Centre de gravité G se rencontrera dans la ligne droite tirée du Centre de la terre par le point où ces deux touchantes HI, KL, étant continuées se rencontreront, comme il est évident par ce que nous alons dire dans la

PRO-

PROPOSITION XII.

Planche 16. 66. Fig.

Theoreme.

Si un Corps pesant est suspendu par deux Cordes qui étant prolongées se rencontrent, son Centre de gravité se mettra dans la ligne droite tirée du centre de la Terre par le point où ces deux Cordes se rencontreront.

JE dis que si le Corps est suspendu par les deux Cordes CA, DB, qui étant continuées se rencontrent au point E par lequel soit tirée la ligne à plomb EF, ce Corps AB prendra une telle situation, que son Centre de gravité G se rencontrera dans cette ligne EF; parce que comme nous avons remarqué ailleurs, le Centre de gravité décend autant qu'il peut, & qu'il monteroit, s'il étoit tant soit peu hors de la ligne EF, laquelle par consequent sera la Ligne de direction du Corps AB.

Scolie.

Si du point F pris à discretion sur la Ligne de direction EF du Corps AB, l'on tire la droite FH parallele à la Corde AE, & la droite FI parallele à la Corde BE, on connoîtra *par Prop.* 10. que la force du Poids AB étant exprimée par la ligne EF, la ligne EH exprimera la force dont la Corde BD est tirée, & la ligne EI celle de la Corde AC.

Il est évident que bien que le Corps AB soit suspendu par les deux Cordes attachées aux points C, D, c'est comme s'il étoit suspendu par deux Cordes attachées au seul point E: & comme ces deux Cordes s'inclinent toûjours en telle sorte, qu'étant continuées elles se croisent dans la Ligne de direction EF, ou ce qui est la même chose, le Centre de gravité se place dans la ligne droite EF, tirée à plomb du point E, où les Cordes se coupent, cela nous fournit une Methode aisée pour trouver le Centre de pesanteur d'un Plan regulier ou irregulier, sçavoir en suspendant cette Figure de deux points differens, c'est à dire en deux manieres differentes, car si de chacun de ces deux points on tire à plomb sur cette figure une ligne droite, le point où ces deux lignes droites se couperont, sera le Centre de gravité qu'on cherche.

PROPOSITION XIII.

PROBLEME.

Connoissant la Pesanteur absoluë d'un Corps Spherique posé sur un Plan incliné, dont on connoît la longueur & la hauteur, trouver la partie de ce Poids, qui pese sur ce Plan.

Planche 15. 61. Fig. SUpposons que la pesanteur absoluë du Poids Spherique D posé sur le Plan incliné BC, soit de 1000 livres, & que la longueur du Plan incliné BC soit de 6 pieds, & sa hauteur AC de 4; pour trouver la partie du Poids D, dont le Plan BC est chargé, cherchez à ces trois nombres 10, 6, 1000, qui sont BC+AC, BC, D, un quatriéme proportionnel qui donnera 600 livres pour la partie du Poids, qui porte sur le Plan BC.

DEMONSTRATION.

Puisque *par Prop.* 1. il y a même Raison de AC à BC, que de la partie du même Poids D, qui porte en l'air à la partie du même Poids D, que porte le Plan, on connoîtra *en composant*; que AC+BC est à BC, comme la Pesanteur entiere du Poids D, est à la partie de ce Poids qui presse le Plan BC, & qu'ainsi pour trouver cette partie, on doit trouver à ces trois quantitez AC+BC, BC, D, une quatriéme proportionnelle, comme il a été fait.

PROPOSITION XIV.

PROBLEME.

Un Poids Spherique, dont la pesanteur est connuë, étant posé sur un Plan incliné, dont la longueur & la hauteur sont connuës, trouver la quantité de la Puissance qui le peut soûtenir, en le tirant par une Ligne de direction, qui étant parallele au Plan incliné, passe par le Centre de cette Sphere.

61. Fig. POur trouver le degré de la Puissance N, qui peut soûtenir la Sphere D, en la tirant par la Ligne de direction ED, qui passant par le Centre D, soit parallele au Plan incliné BC, nous supposerons que la Pesanteur de la Sphere D est de 1000 livres, que la longueur BC du Plan inclné est de 6 pieds, & sa hauteur AC de 4, aprés quoy il n'y aura qu'à chercher à ces trois nombres 10, 4, 1000, qui sont AC+BC

AC,

AC, D, un quatriéme proportionnel, qui donnera 400 livres pour la quantité de la Puissance ou du Poids N, qui peut soûtenir la Sphere D sur le Plan incliné BC. Planche 15. 61. Fig.

Demonstration.

Puisque *par Prop.* 1. il y a même Raison de BC à AC, que de la partie du Poids D, que porte le Plan incliné BC, à la partie du même Poids D, qui porte en l'air, ou à la Puissance, on connoîtra *en composant*, que AC+BC, est à AC, comme la pesanteur entiere du Poids D, est à la partie de ce Poids qui porte en l'air, & qu'ainsi pour trouver cette Puissance, ou la Puissance qui peut soûtenir le Poids D sur le Plan incliné BC, on doit trouver à ces trois quantitez AC+BC, AC, D, une quatriéme proportionnelle, comme il a été fait.

Proposition XV.

Theoreme.

Les Vitesses d'un même Mobile sur deux Plans diversement inclinez, sont entre elles comme les Pesanteurs relatives sur les mêmes Plans: & reciproquement comme les longueurs de ces Plans, quand ils ont une même hauteur.

La premiere partie de cette Proposition est évidente, *par Coroll. 2. Prop. 6.* sçavoir que la vîtesse du Mobile dans le Plan incliné AC, est à celle du même Mobile dans l'autre Plan incliné BC, comme la force avec laquelle le Mobile tend à rouler sur le Plan incliné AC, est à celle par laquelle le même Mobile tend à rouler sur l'autre Plan incliné BC; parce que la force que le Mobile a de décendre sur le Plan incliné AC, étant à celle qu'il a de décendre sur le Plan perpendiculaire CD, comme la vîtesse dans le Plan incliné AC, est à la vîtesse dans le Plan perpendiculaire CD: & pareillement la force que le même Mobile a de rouler sur le Plan incliné BC, étant à celle qu'il a de décendre sur le Plan perpendiculaire CD, comme la vîtesse dans le Plan incliné BC, est à la vîtesse dans le Plan perpendiculaire CD; il s'ensuit *par Egalité*, que la vîtesse du Mobile dans le Plan incliné AC, est à la vîtesse du même Mobile sur l'autre Plan incliné BC, comme la force qu'il a de décendre sur le Plan incliné AC, à celle qu'il a de rouler sur l'autre Plan incliné BC. *Ce qu'il falloit démontrer.* 63. Fig.

La seconde partie est aussi évidente, sçavoir que la vîtesse du Mobile sur le Plan incliné AC, est à celle du même Mobile sur l'autre Plan incliné BC, reciproquement comme la lon-

Planche 15. 63. Fig. longueur de ce Plan BC, est à la longueur du premier Plan AC de même hauteur; parce que *par Prop.* 7. ces longueurs sont reciproquement proportionnelles aux Pesanteurs relatives, ou à la force que le Mobile a de rouler sur chaque Plan, & que *par Coroll.* 2. *Prop.* 6. ces Pesanteurs relatives sont proportionnelles aux longueurs des Plans inclinez.

PROPOSITION XVI.

PROBLEME.

Trouver l'espace qu'un Corps pesant doit parcourir sur un Plan incliné dans le même temps qu'il employeroit à parcourir une espace déterminé sur un Plan vertical.

Planche 16. 68. Fig. POur déterminer l'espace qu'un Corps pesant doit parcourir sur le Plan incliné AC, dont la Base AB est toûjours supposée parallele à l'Horizon, en autant de temps qu'il luy faudroit à parcourir l'espace déterminé BC, en tombant perpendiculairement depuis C en B; Tirez de l'Angle droit B, la ligne BD perpendiculaire à l'Hypotenuse AC du Triangle rectangle ABC, & l'espace CD sera celuy qu'on cherche, c'est à dire que le Mobile étant en C, demeurera autant de temps à parcourir l'espace CD en roulant sur le Plan incliné AC, qu'à parcourir l'espace BC, en tombant perpendiculairement.

DEMONSTRATION.

Il est certain que l'espace que le Mobile parcourt sur le Plan incliné AC, est à celuy qu'il parcourt en temps égal sur le Plan perpendiculaire BC, comme sa vîtesse en AC, est à sa vîtesse en BC, ou *par Coroll.* 2. *Prop.* 6. comme la hauteur BC du Plan incliné, est à sa longueur AC: c'est pourquoy si à la place des deux derniers termes BC, AC, on met les deux lignes CD, BC, qui sont en même Raison, *par* 4. 6. à cause des Triangles semblables ABC, BDC, *par* 8. 6. on connoîtra que l'espace parcouru par le Mobile sur le Plan incliné AC, est à celuy que le même Mobile parcourt sur le Plan perpendiculaire BC, en temps égal, comme CD est à BC. Puisque donc ces deux espaces en AC, & en BC, sont proportionnels aux deux lignes CD, BC, il est aisé de conclure, que si le Mobile parcourt l'espace BC en tombant perpendiculairement en un certain temps, il doit employer autant de temps à parcourir l'espace CD sur le Plan incliné AC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Planche. 16. 68. Fig.

Scolie.

Nous avons supposé dans la démonstration, que les espaces parcourus par le Mobile sur divers Plans inclinez sont en temps égal proportionnels aux vîtesses qu'il a dans ces Plans, en commençant depuis le point de repos, parce que le mouvement d'un Corps pesant s'accelere sur un Plan incliné, non pas également, mais à même proportion que quand il tombe perpendiculairement, comme l'experience le fait connoître, & que selon que sa vîtesse est plus grande ou plus petite, il doit parcourir en temps égaux des espaces à proportion plus grands ou plus petits, en considerant ces vîtesses dans le même état, c'est à dire celles que la Pesanteur du Corps produit au commencement de son mouvement.

On démontrera de la même façon, que si l'on a un autre Plan incliné, comme CE, & qu'on luy tire de l'Angle droit B, la perpendiculaire BF, l'espace CF sera parcouru par le Mobile sur ce Plan CE, dans le même temps que l'espace perpendiculaire BC: & que pareillement s'il y a un troisiéme Plan, comme CH, en luy tirant du même point B, la perpendiculaire BG, l'espace CG sera parcouru par le Mobile sur ce Plan CH, dans le même temps que l'espace perpendiculaire BC, & ainsi des autres.

Corollaire I.

D'où il suit, que comme *par* 31. 3. tous les points F, D, G, sont dans la circonference d'un Cercle, dont le Diametre BC est perpendiculaire à l'Horizon, toutes les Cordes CF, CD, CG, qui commencent depuis le sommet C, sont parcouruës par le Mobile dans une égal espace de temps, c'est à dire que si CF, CD, CG, representent des Plans diversement inclinez, trois Corps également pesans, qui commenceront à se mouvoir depuis le sommet C, parcourront en même temps ces Plans CF, CD, CG, parce qu'il a été démontré qu'ils les doivent parcourir dans le même temps que le Plan perpendiculaire CB.

Corollaire II.

Il s'ensuit aussi que toutes les Cordes du même Cercle, qui aboutissent au point le plus bas du Cercle, sont parcouruës dans le même temps, comme BL, BM: car si l'on joint les deux Cordes CL, CM, & qu'on leur tire les deux Cordes paralleles BF, BD, qui leur seront égales, auquel cas les deux Cordes CF CD, seront aussi égales & paralleles aux deux BL, BM; la Corde CD étant parallele & égale à BM, elle sera également inclinée, & par consequent ces deux Cordes CD,

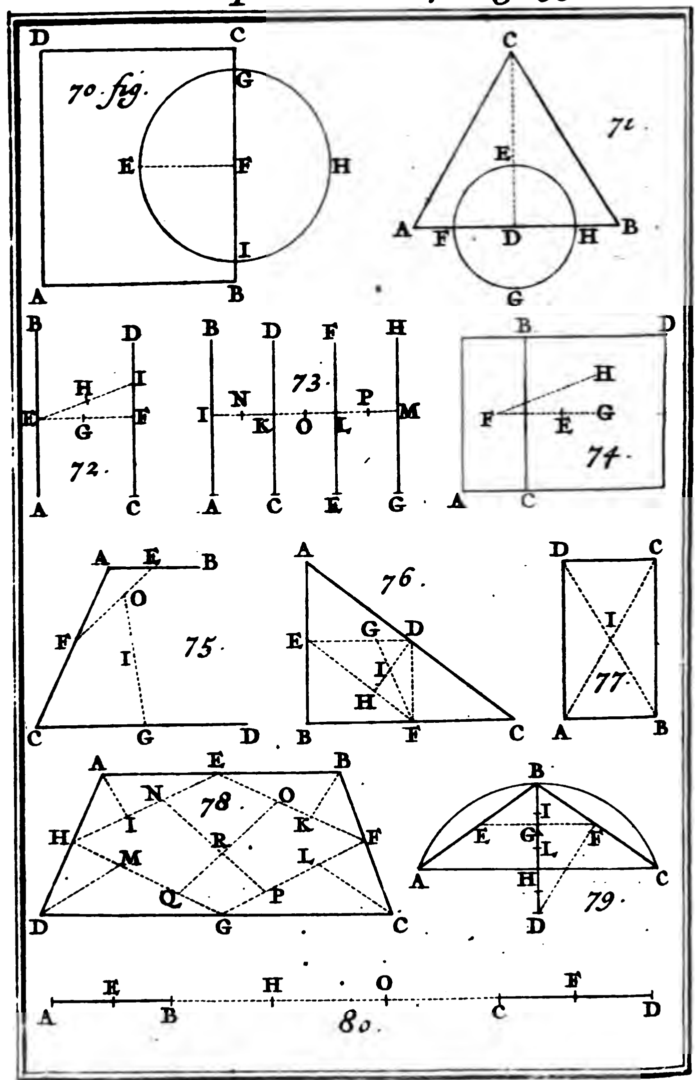
Planche 16. 68. Fig. BM, seront parcouruës en même temps: & pareillement la Corde CF étant parallele & égale à BL, elle est également inclinée, & par consequent parcouruë en même temps; & comme il a été démontré que les deux CF, CD, sont parcouruës en même temps, il est de necessité que les deux BL, BM, soient aussi parcouruës en même temps.

COROLLAIRE III.

Par là on void la raison pour laquelle les Vibrations d'un même Pendule, grandes ou petites, sont sensiblement isochrones, c'est à dire d'une même durée: car le Pendule qui parcourt l'arc BD, ne s'écarte pas sensiblement de sa Corde quand cet arc est petit, & il s'en écartera encore moins sensiblement, quand il en parcourra un plus petit, comme BG; & comme s'il parcouroit les Cordes BG, BD, il employeroit autant de temps dans l'une que dans l'autre, en parcourant les arcs BG, BD, il doit employer environ autant de temps dans l'un que dans l'autre. J'ay dit environ, parce que le Pendule doit employer un peu moins de temps à parcourir l'arc que la Corde, quoique plus courte, à cause que l'arc est plus incliné vers le commencement, & parce que ces Cordes ne croissent pas à même proportion que les arcs, ce qui fait qu'on trouve un peu de difference entre les durées de deux Vibrations considerablement inégales; aussi le P. de Chales assure qu'il a souvent experimenté qu'en comparant deux Pendules égaux en longueur, l'un desquels faisoit de petites Vibrations, & l'autre de grandes, le premier en faisoit 101, pendant que l'autre n'en faisoit que 100. D'où il est aisé de conclure, que les Pendules les plus justes sont ceux dont les Vibrations sont plus petites.

COROLLAIRE IV.

Enfin il s'ensuit de cette Proposition qu'un Corps pesant demeure plus de temps à parcourir un Plan incliné qu'un Plan moins incliné de même hauteur, c'est à dire qu'il luy faut plus de temps pour parcourir le Plan incliné CA, que le Plan CH, qui est moins incliné, puisqu'en temps égaux il parcourt une moindre partie CD du Plan incliné CA que du Plan incliné CH, car il en parcourt la partie CG plus grande que CD. Neanmoins il n'acquiert pas plus de vîtesse sur un Plan que sur l'autre, parce que dans chacun il acquiert une vîtesse égale à celle qu'il acquiert en parcourant la perpendiculaire CB, ce que nous pourrions ici démontrer, & plusieurs autres Propositions qui sont plus curieuses qu'utiles, si nous n'avions dessein de finir ce Chapitre, pour venir plûtôt au suivant.


70. fig.
71.
72.
73.
74.
75.
76.
77.
78.
79.
80.

CHAPITRE III.

Du Centre de Gravité.

NOus enseignerons dans ce Chapitre la maniere de trouver le Centre de gravité des Lignes, des Plans, & des Solides: mais avant que de venir à la pratique, nous parlerons ici en passant d'une proprieté remarquable du Centre de gravité, qui peut servir pour l'invention du Centre de gravité d'une Figure, quand on sçait la Quadrature de cette Figure, ou pour l'invention de la Quadrature, c'est à dire du contenu d'une Figure, quand on sçait le Centre de gravité de cette Figure, comme vous verrez dans la suite.

Si l'on fait mouvoir par la pensée le Rectangle ABCD, dont le Centre de Pesanteur est E, autour du côté immobile BC, le Cylindre qui est produit par ce mouvement, & qui a pour Base le Cercle dont le Rayon est AB, & pour hauteur le côté immobile BC, est égal au Prisme, qui a pour Base le Plan proposé ABCD, & pour hauteur une ligne égale à la circonference EGHI, décrite par la circonvolution du Centre de Pesanteur E; & dont le Rayon EF est égal à la moitié du côté AB, parce que le Centre de pesanteur E dans un Parallelogramme est le même que son Centre de grandeur, comme il sera démontré dans la suite. Planche 17. 70. Fig.

Pour la démonstration mettez a pour AB, b pour BC, & c pour la circonference EGHI, dont le Rayon EF n'étant que la moitié de AB, la circonference dont le Rayon est AB, sera $2c$: & alors l'aire du Plan ABCD sera ab, & le Solide qui a pour Base ce Plan ABCD, ou ab, & pour hauteur la circonference EGHI, ou c, sera abc; lequel est bien égal au Cylindre décrit par le mouvement du Plan ABCD autour de son côté BC, parce que sa Base est ac, que l'on a en multipliant le Rayon AB, ou a, par la moitié de sa circonference ou c, & que sa hauteur est BC, ou b.

Pareillement si l'on fait mouvoir le Triangle équilateral ABC, dont le Centre de pesanteur est E, autour du côté immobile AB, le Rhombe solide qui est produit par ce mouvement, & qui est composé de deux Cones égaux, dont les hauteurs égales sont AD, BD, & la Base commune un Cercle qui a CD pour Rayon, est égal au Prisme qui a pour base le Plan ABC, & pour hauteur une ligne droite égale à la circonference EFGH décrite par la circonvolution du Centre de pesanteur E, & ayant pour Rayon DE le tiers de la perpendiculaire CD, comme il sera démontré dans la suite. 71. Fig.

Pour

Planche 17. Fig. 71. Pour la démonstration, mettez a pour AD, ou pour BD, b pour CD, & c pour la circonference EFGH, dont le Rayon DE n'étant que le tiers du Rayon DC du Cercle qui sert de base commune aux deux Cones, dont le Rhombe solide est composé, la circonference de ce second Cercle sera $3c$: & alors l'aire du Plan ABC sera ab, & le Solide qui a pour base ce Plan ABC, ou ab, & pour hauteur la circonference EFGH, ou c, sera abc, lequel est bien égal au Rhombe solide qui est composé de deux Cones, dont la hauteur commune est a, & la base commune le Cercle dont le Rayon est CD, ou b: car si l'on multiplie ce Rayon CD, ou b par la moitié $\frac{3c}{2}$ de sa circonference, on aura $\frac{3bc}{2}$ pour cette base commune, laquelle étant multipliée par le tiers de AB, ou par $\frac{2a}{3}$, on aura abc pour le Rhombe solide. Ainsi des autres.

SECTION I.

Du Centre de Gravité des Lignes.

Quoiqu'il n'y ait aucune Ligne qui ne soit jointe à quelque Surface, ni aucune Surface détachée du Corps, cela n'empêche pas qu'on ne puisse considerer un Corps long, homogéne, également épais par tout, & extrémement mince & délié, comme une Ligne, & luy attribuer une Pesanteur, & un Centre de gravité, que nous trouverons par le moyen des Propositions suivantes.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Le Centre de gravité de deux grandeurs prises ensemble, est dans la ligne droite qui passe par leurs Centres de gravité.

Fig. 72. Supposons deux grandeurs quelconques, comme les deux Lignes AB, CD, dont les points de milieu E, F, sont les Centres de pesanteurs. Cela étant je dis que le Centre de pesanteur de ces deux Lignes AB, CD, considerées comme une seule grandeur, ou comme unies ensemble par la droite EF, qui passe par leurs Centres de gravité, est dans quelque point de cette Ligne EF, comme en G.

D E-

Planche 17. 72. Fig.

DEMONSTRATION.

Car si le Centre de gravité commun aux deux Lignes AB, CD, étoit ailleurs que dans la Ligne E, F, comme en H, ayant mené la droite EHI, on considerera que puisque les deux grandeurs AB, CD, sont en équilibre autour du point H, & aussi AE, EB, autour du point E, il faut aussi que les deux CI, DI, demeurent en équilibre autour du point I, ce qui étant impossible, parce que l'on suppose que les deux CF, DF, sont en équilibre autour du point F, il est impossible aussi que les deux AB, CD, soient en équilibre autour du point H. D'où il suit évidemment que leur Centre commun de gravité ne peut pas être hors de la ligne EF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION II.

THEOREME.

Le Centre commun de gravité de deux grandeurs, divise la ligne droite qui joint leurs Centres de pesanteur, en deux parties qui leur sont reciproquement proportionnelles.

Supposons deux grandeurs quelconques, comme les deux Lignes AB, CD, dont les Centres de pesanteur soient E, F, & dont le Centre commun de gravité soit G. Cela étant, je dis que EG est à FG, comme CD est à AB. 72. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on reduit la pesanteur de AB à son Centre de pesanteur E, & pareillement la pesanteur de CD à son Centre de gravité F, on peut considerer la ligne EGF, comme une Balance, dont le Point fixe est G, & des extremitez de laquelle il pend des Poids égaux aux grandeurs AB, CD, qui demeurent en équilibre autour du point G: & comme dans ce cas les Poids seroient en Raison reciproque de leurs distances EG, FG, il s'ensuit que les grandeurs AB, CD, sont aussi en Raison reciproque des parties EG, FG. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si les grandeurs AB, CD, étoient égales en pesanteur, aussi les parties EG, FG, seroient égales entre elles, c'est à dire que le Centre commun de gravité G des deux grandeurs égales AB, CD, sera

Planche 17. sera precisément au milieu de la ligne droite qui joint leurs Centres de pesanteur E, F.

72. Fig.

PROPOSITION III.

THEOREME.

Si plusieurs grandeurs égales en pesanteur, & également éloignées entre elles, sont tellement disposées, que leurs Centres de gravité soient en droite ligne ; leur Centre commun de gravité sera au milieu de cette ligne droite.

73. Fig. PRoposons les grandeurs égales & également éloignées AB, CD, EF, GH, dont les Centres de pesanteur I, K, L, M, soient placez dans la ligne droite IM. Cela étant, je dis que le point O milieu de cette ligne IM, est le Centre commun de gravité de toutes ces grandeurs prises ensemble.

DEMONSTRATION.

Parce que par le Corollaire de la Proposition precedente, le point N milieu de IK, est le Centre commun de gravité des deux grandeurs égales AB, CD, & que pareillement le point P milieu de LM, est le Centre commun de gravité des deux grandeurs égales EF, GH, en reduisant toute la Pesanteur des deux grandeurs égales AB, CD, à leur Centre commun de pesanteur N, & toute la pesanteur des deux grandeurs égales EF, GH, à leur Centre commun de gravité P, on pourra considerer NP comme une Balance chargée par ses deux extremitez N, P, de Poids égaux, dont le point de milieu O sera par consequent le Centre commun de pesanteur. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si les grandeurs proposées sont en nombre impair, leur Centre commun de pesanteur est le même que celuy de la moyenne.

PRO-

PROPOSITION IV.

THEOREME.

Le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs est dans la ligne droite tirée par leurs Centres de pesanteur.

PRoposons les grandeurs AB, AD, dont la difference est CD, & dont les Centres de gravité sont F, E. Cela étant, je dis; que le Centre de gravité de la difference CD considerée comme détachée de la grandeur AB, est dans quelque point de la ligne EF prolongée, par exemple en G. Planche 17. Fig. 74.

DEMONSTRATION.

Car si ce Centre de pesanteur étoit en un point de quelqu'autre ligne, comme au point H de la ligne FH, le Centre de pesanteur E de toute la grandeur AD ne se trouveroit pas dans la ligne droite FH, qui passe par les Centres de gravité F, H, des deux grandeurs AB, CD, qui la composent, contre ce qui a été démontré dans la *Prop.* 1. D'où il suit que le Centre de gravité G de la difference CD des deux grandeurs proposées AB, AD, ne peut pas être hors de la ligne EF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION V.

THEOREME.

Le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs divise la ligne droite tirée par leurs Centres de pesanteur, en deux parties reciproquement proportionnelles aux parties de la plus grande de ces deux quantitez.

PRoposons les deux quantitez AB, AD, dont les Centres de gravité soient E, F, & le Centre de gravité de leur difference CD soit G. Cela étant, je dis que GE est à EF, comme AB est à CD. 74. Fig.

DEMONSTRATION.

Car puisque les grandeurs AB, CD, sont en équilibre autour du point E, si l'on reduit la pesanteur de la premiere AB à son Centre de gravité F, & la pesanteur de la seconde CD à son Centre de gravité G on pourra considerer la ligne FEG,

Planche 17. 74. Fig. comme une Balance, dont le Point fixe est E, & des extremitez de laquelle il pend des Poids égaux aux grandeurs AB, CD ; & comme ces Poids sont en équilibre autour du point E, ils doivent être en Raison reciproque de leurs distances, c'est à dire que AB doit être à CD, comme EG est à EF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION VI.

PROBLEME.

Trouver le Centre commun de gravité de deux grandeurs données, dont les Centres de pesanteur sont connus.

74. Fig. POur trouver le Centre commun de gravité des deux grandeurs données AB, CD ; ou le Centre de gravité de leur somme AD, par le moyen de leurs Centres particuliers de pesanteur F, G, menez la droite FG, & la coupez au point E, en sorte que la grandeur totale AD soit à sa partie AB, comme la ligne FG est à sa partie GE, ce qui se fera en cherchant aux deux grandeurs AD, AB, & à la ligne FG, une quatriéme proportionnelle GE, & le point E sera le Centre de gravité des deux grandeurs proposées AB, CD.

DEMONSTRATION.

Car puisque *par constr.* les quatre quantitez AD, AB, FG, EG, sont proportionnelles, on connoîtra *en divisant*, que ces quatre CD, AB, EF, EG, sont aussi proportionnelles, c'est à dire que les deux grandeurs AB, CD, sont en Raison reciproque de leurs distances EF, EG, & que par consequent le point E est le Centre commun des deux grandeurs proposées AB, CD ou le Centre de gravité de leur somme AD, *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION VII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs données, dont les Centres de pesanteur sont connus.

74. Fig. POur trouver le Centre de gravité de la difference CD des deux grandeurs proposées AB, AD, dont on connoît les Centres de pesanteur F, E, menez la droite EF, & la continuez

tinuez vers G, en sorte que CD soit à AB, comme EF est à EG, & le point G sera le Centre de gravité de la difference CD, puisque les grandeurs AB, CD, sont en Raison reciproque des lignes EF, EG. Planche 17. 74. Fig.

PROPOSITION VIII.

Probleme.

Trouver le Centre de gravité d'une Ligne droite.

Pour trouver le Centre de gravité de la Ligne droite AB, on la divisera en deux également au point E & ce point de milieu E sera son Centre de gravité. 72. Fig.

Demonstration.

Car comme nous considerons une Ligne droite comme une grandeur homogéne & également épaisse par tout, il faut que son Centre de grandeur soit le même que celuy de pesanteur. Ainsi le point de milieu E sera le Centre de gravité de la ligne proposée AB. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION IX.

Probleme.

Trouver le Centre commun de gravité de deux Lignes droites.

Il peut arriver plusieurs cas differens, par la differente disposition des deux Lignes proposées. 80. Fig.

Premierement si les deux Lignes droites données se touchent directement, comme AB, BC, on les considerera comme une seule AC, & l'on divisera leur somme AC en deux également au point H, qui *par Prop.* 8. sera son Centre de gravité, & par consequent le Centre commun de pesanteur des deux Lignes proposées AB, BC.

Secondement, si les deux Lignes proposées ne se touchent point, & qu'elles soient posées en Ligne droite, comme AB, CD, divisez les chacune en deux également aux points E, F, qui *par Prop.* 8. seront leurs Centres de gravité, & ayant mené la droite BC, cherchez aux trois lignes AB+CD, CD, EF, une quatriéme proportionnelle EO, & le point O sera *par Prop. 6.* le Centre commun de gravité des deux Lignes proposées AB, CD, considerées comme liées ensemble par la droite BC, à laquelle on ne doit attribuer aucune pesanteur.

Planche 17. 75. Fig. En quelqu'autre position que les deux Lignes proposées se rencontrent, on en pourra toûjours trouver le Centre commun de pesanteur *par Prop.* 6. & la Regle generale est telle. Ayant trouvé *par Prop.* 8. les Centres de pesanteur E, F, des deux Lignes proposées AB, AC, & les ayant joint par la droite EF, divisez-la en O, en telle sorte que les quatre lignes AB, AC, OF, OE, soient proportionnelles, ce qui se fera en cherchant aux trois lignes AB+AC, AC, EF, une quatriéme proportionnelle EO, ou bien aux trois AB+AC, AB, EF, une quatriéme proportionnelle FO, & le point O sera le Centre de gravité qu'on cherche.

PROPOSITION X.

PROBLEME.

Trouver le Centre commun de pesanteur de plusieurs Lignes droites données.

75. Fig. PAr le moyen du Probléme precedent, il est aisé de trouver le Centre commun de pesanteur de tant de Lignes droites que l'on voudra. Comme si l'on propose les trois AB, AC, CD, trouvez premierement le Centre commun de pesanteur O des deux premieres AB, AC, comme il vient d'être enseigné: & cherchez le Centre commun de pesanteur I de la troisiéme CD, & de la somme des deux premieres AB, AC, lequel par consequent sera le Centre commun de pesanteur des trois lignes proposées AB, AC, CD.

S'il y avoit une quatriéme Ligne, il faudroit chercher le Centre commun de cette quatriéme Ligne, & de la somme des trois premieres, qui sera le Centre commun de gravité des quatre lignes proposées. Ainsi des autres.

Mais pour venir à la pratique, divisez les Lignes données AB, AC, CD, chacune en deux également aux points E, F, G, & ayant mené la droite EF, cherchez aux trois lignes AB+AC, AB, EF, une quatriéme proportionnelle FO. Aprés cela joignez la droite GO, & cherchez encore aux trois lignes AB+AC+CD, CD, GO, une quatriéme proportionnelle OI, pour avoir en I le Centre commun de gravité des trois Lignes données AB, AC, CD, considerées comme liées ensemble par les deux lignes EF, GO, qui n'ont aucune pesanteur.

SCOLIE.

La differente disposition & proportion des Lignes données peut fournir des abregez: comme si la Ligne CD étoit égale

à la somme des deux autres AB, AC, il n'y auroit qu'à diviser en deux également au point I, la Ligne GO. Voilà un abregé qui vient de la Raison des Lignes, & dans le Problême suivant, vous en aurez un qui proviendra de la disposition des Lignes. Planche 17. 75. Fig.

PROPOSITION XI.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité du Contour d'un Triangle.

POur trouver le Centre commun de gravité des trois côtez du Triangle proposé ABC, on travaillera, comme il vient d'être enseigné dans la *Prop.* 10. d'où nous avons tiré cet abregé. 76. Fig.

Divisez les côtez AB, AC, BC, chacun en deux également aux points E, D, F, & faites le Triangle EDF. Divisez deux des angles de ce nouveau Triangle DEF, comme DF, chacun en deux également par les droites DH, FG, & le point I, où ces deux lignes s'entre-coupent, sera le Centre commun de Pesanteur des trois Lignes proposées AB, AC, BC, qui renferment le Triangle ABC.

DEMONSTRATION.

Parce que CD est à son double CA, comme CF est à son double CB, il s'ensuit *par* 6. 6. que les Triangles ABC, DFC, sont semblables, & *par* 4. 6. que AB est à DF, comme BC est à CF: & parce que BC est double de CF, il faut que AB soit aussi double de DF, & que par consequent DF soit égale à AE, ou BE. On démontrera de la même façon, que AD & EF sont deux lignes égales, & cela s'ensuit encore *par* 33. 1. De plus la Raison de GD à GE est égale à celle de DF à EF, *par* 3. 6. ou de AE à AD, ou de AB à AC, à cause des Triangles semblables ABC, AED. D'où il suit que le point G est le Centre de gravité des deux Lignes AB, AC, lesquelles étant considerées comme une, on connoîtra *par Prop.* 1. que le Centre commun de gravité de cette somme & de la troisiéme Ligne BC, c'est à dire le Centre commun de pesanteur des trois lignes AB, AC, BC, est en quelque point de la ligne FG: & l'on démontrera de la même façon, qu'il est en quelque point de la ligne DH, & que par consequent il est dans la commune Section I de ces deux lignes FG, DH. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION XII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité du Contour d'un Quadrilatere.

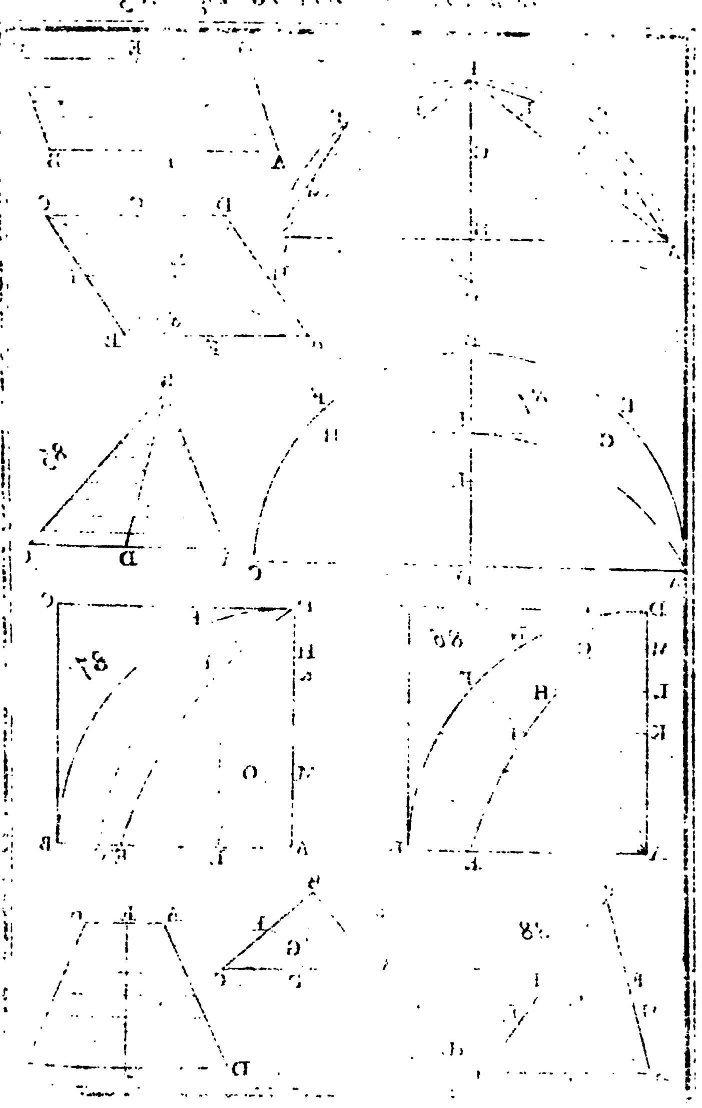
Planche 17. 77. Fig. SI le Quadrilatere proposé est un Parallelogramme, comme ABCD, il est évident que le Centre de gravité de son Contour est le point I de Section de ses deux Diagonales AC, BD.

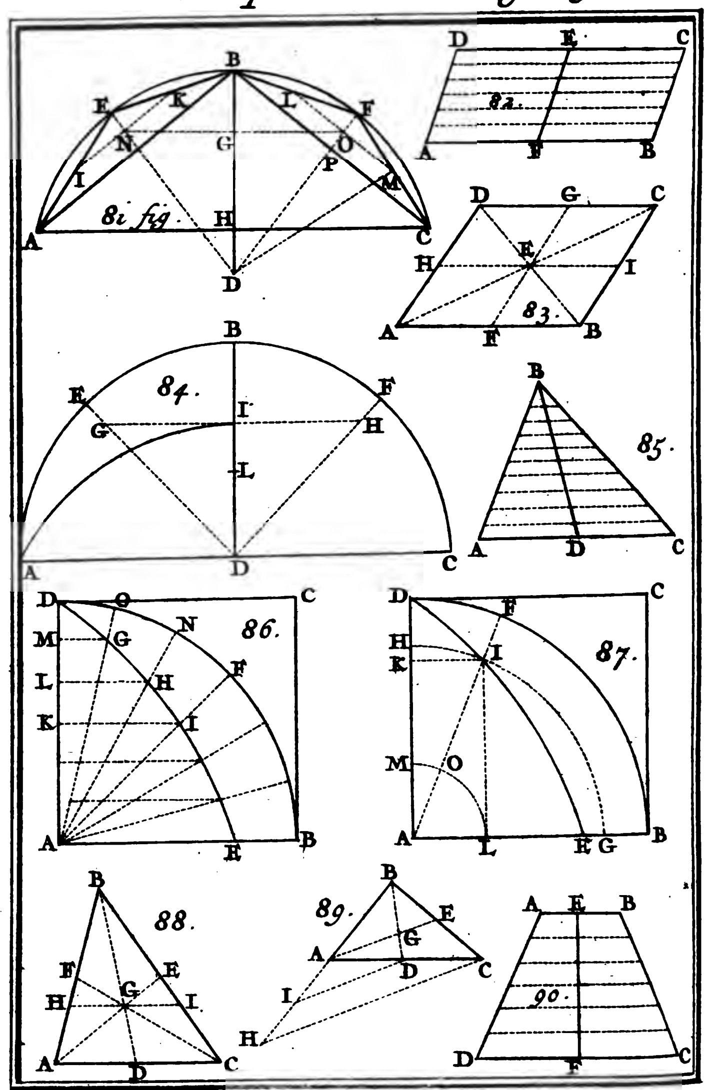
78. Fig. Mais si la figure proposée est un Trapeze, comme ABCD, la *Prop.* 10. nous a fourni cet abregé pour trouver le Centre de gravité du Contour ABCD.

Divisez les quatre côtez AB, BC, CD, AD, chacun en deux également aux points E, F, G, H, & les quatre Angles A, B, C, D, aussi en deux également par les droites AI, BK, CL, DM, & faites le Quadrilatere EFGH. Aprés cela portez HI en EN, FK en EO, FL en GP, & HM en GQ, & menez les droites NP, OQ : dont le point R de Section sera le Centre de gravité qu'on cherche.

DEMONSTRATION.

Parce que la ligne AI divise l'Angle A en deux également, la Raison de AH à AE, est *par* 3. 6. égale à celle de IH, IE, ou NE, NH, ce qui fait que le point N est le Centre commun de pesanteur des deux lignes AB, AD, on démontrera de la même façon, que le point O est le Centre de gravité des deux lignes AB, BC, que le point P est le Centre de gravité des deux lignes BC, CD, & que le point M est le Centre de gravité des deux lignes AD, CD. Or il a été démontré dans la *Prop.* 1. que si l'on considere les deux lignes AB, AD, dont le Centre de gravité est N, comme une, & les deux BC, CD, dont le Centre de pesanteur est P, aussi comme une, le Centre commun de pesanteur de ces deux sommes, ou du Contour ABCD, est dans quelque point de la ligne NP: & que pareillement il est dans quelque point de la ligne OQ, & que par consequent il est au point de leur commune Section R. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*




81 fig.
82.
83.
84.
85.
86.
87.
88.
89.
90.

PROPOSITION XIII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de Pesanteur du Contour d'un Polygone.

SI le Polygone est regulier, il est évident que le Centre de pesanteur de son contour est le même que celuy de la Figure, ou du Cercle inscrit, ou circonscrit.

Mais si le Polygone est irregulier, il sera facile *par Prop.* 10. de trouver le Centre de pesanteur de son contour, d'où l'on pourra toûjours tirer quelque abregé, comme vous avez vû dans les deux Propositions precedentes.

PROPOSITION XIV.

THEOREME.

Si l'on divise un arc de Cercle en autant d'arcs égaux que l'on voudra, en nombre pairement pair, la Raison de la somme des cordes de tous ces arcs, à la moitié de la corde du grand arc, sera égale à celle du Sinus du complement de la moitié de l'un des petits arcs, à la distance du Centre du Cercle, & du Centre commun de gravité des cordes de tous ces petits arcs.

DIvisons premierement l'arc ABC, dont le Centre est D, & la Corde est AC, en deux arcs égaux AB, BC, dont les Cordes sont BA, BC, que nous diviserons en deux également aux points E, F, qui seront leurs Centres de gravité, *par Prop.* 8. & menons la droite EF, qui sera coupée par le Rayon DB à angles droits & en deux également au point G, qui sera le Centre commun de pesanteur des deux Lignes égales BA, BC, *par Prop.* 2. Menons encore la droite DF, qui sera le Sinus du complement de la moitié de l'arc BC. Cela étant fait & supposé, je dis que la Raison de la moitié de la somme des Cordes BA, BC, à la moitié de la Corde AC, ou la Raison de BC à CH, est égale à celle de DF à DG, ce qui est évident à cause des deux Triangles rectangles semblables BCH, DGF. Planche 17. 79. Fig.

Divisons maintenant chacun des deux arcs égaux AB, BC, encore en deux également, en sorte que tout l'arc ABC soit divisé en quatre parties égales aux points E, B, F, & tirons les quatre Cordes égales AE, EB, BF, FC, que nous diviserons en deux également aux points I, K, L, M, qui seront leurs Centres de gravité *par Prop.* 8. & nous menerons les Planche 18. 81. Fig.

 droites

Planche 18. 81. Fig. droites IK, LM, pour les diviser encore en deux également aux points N, O, que nous joindrons par la droite NO, qui sera coupée par le Rayon DB à angles droits, & en deux également au point G, qui *par Prop*. 10. sera le Centre commun de pesanteur des quatre lignes AE, EB, BF, FC. Menons encore le Rayon DF, qui passera par le point O, & coupera à angles droits & en deux également la Corde BC au point P: & la droite DM, qui sera le Sinus du complement de la moitié de l'arc FC. Cela étant fait & supposé, je dis encore que la Raison de la moitié de la somme des Cordes AE, EB, BF, FC, à la moitié de la Corde AC, ou de BF+CF à CH, est égale à celle de DM à DG.

DEMONSTRATION.

Car il est évident que les deux Triangles rectangles DOM, CPF, sont semblables, & *par* 4. 6. que la Raison de DM à DO, est égale de CF à CP, ou de 2CF à 2CP, c'est à dire de CF+BF à CB. Il est évident aussi que les deux Triangles rectangles DGO, BHC, sont semblables, & que par consequent la Raison de CB à CH, est égale à celle de DO à DG. D'où il suit *par Egalité*, que la Raison de CF+BF à CH, est égale à celle de DM à DG. *Ce qu'il falloit démontrer*. La démonstration se fera de la même façon dans un plus grand nombre de soûdivisions. D'où il est aisé de conclure, que la somme des Cordes de ces arcs qui naissent de la soûdivision du grand arc ABC, est à sa Corde AC, comme le Sinus du complement de la moitié d'un de ces arcs, à la distance du Centre du Cercle, au Centre commun de pesanteur des Cordes de tous les petits arcs. *Ce qui restoit à démontrer*.

SCOLIE.

Il est évident que le Sinus du complement DM approchera d'autant plus du Rayon du Cercle, & les Cordes de tous les petits arcs d'autant plus de la circonference ABC, que plus il y aura de soûdivisions: tellement que si l'on conçoit que l'arc ABC est divisé en une infinité de petits arcs, le Sinus du complement DM sera égal au Rayon ou Sinus Total, & la somme des Cordes de tous ces petits arcs sera precisément égale à l'arc ABC. D'où il est aisé de conclure, que la Raison de l'arc ABC, à sa Corde AC, est égale à celle du Rayon DB, à la distance DG du Centre D au Centre de gravité G de l'arc proposé ABC. D'où il est aussi aisé de conclure, que *le Rayon d'un Cercle est moyen proportionnel entre le quart de sa circonference, & la distance de son Centre au Centre de gravité de la demi-circonference.*

PRO-

PROPOSITION XV.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Arc de Cercle donné.

POur trouver le Centre de gravité de l'arc de Cercle ABC, dont le Centre est D, divisez-le en deux également au point B, par le Rayon DB, qui divisera aussi en deux également & à Angles droits au point H, la Corde AC: & cherchez à l'arc ABC, à sa Corde AC, & au Rayon DB, une quatriéme proportionnelle DI, pour avoir en I, le Centre de pesanteur de l'arc proposé ABC, comme il est évident par ce qui a été démontré dans la Proposition precedente. Planche 17. 73. Fig.

SCOLIE.

Il est évident, que si l'arc ABC étoit un Demi-cercle, il faudroit trouver à la circonference ABC, au Diametre AC, & au Rayon DB, une quatriéme proportionnelle DI, ou bien en prenant les moitiez des deux premieres lignes, il faudroit trouver au quart AB, ou BC, de toute la circonference du Cercle, & au Rayon DB, une troisiéme proportionnelle DI, pour avoir en I, le Centre de gravité de la circonference du Demi-cercle proposé ABC. Planche 18. 84. Fig.

D'où il suit que ce Centre I appartient à la *Ligne quadratrice*, qui passeroit par le point A, car la principale proprieté de cette Ligne est, que la Raison du quart AB de la circonference entiere du Cercle, au Rayon AD, est égale à celle du même Rayon AD, ou BD, à la ligne DI, comme nous démontrerons sur la fin de cette Section. Si donc l'on décrit par le point A, la Ligne quadratrice AI, on aura en I, le Centre de gravité de la circonference du Demi-cercle. Nous ne parlons pas du Centre de gravité de la circonference entiere du Cercle, parce qu'il est assez évident que ce Centre de pesanteur est le même que le Centre du Cercle.

PRO-

PROPOSITION XVI.

PROBLEME.

Connoissant le Centre de gravité d'un Arc de cercle, trouver celuy d'un Arc double.

Planche 18. 84. Fig. ON donne l'Arc de cercle AB, avec son Centre D, & son Centre de gravité G sur le Rayon DE, qui divise l'Arc AB en deux également au point E, & il est proposé de trouver le Centre de gravité de l'Arc double ABC, sur le Rayon DB, qui le divise en deux également au point B.

Ayant porté BE en BF, & tiré le Rayon DF, faites DH égale à DG, pour avoir en G le Centre de gravité de l'Arc BC : & comme le point G, est le Centre de gravité de l'Arc AB, la ligne GH contiendra le Centre de pesanteur commun aux deux Arcs BA, BC, *par Prop.* 1. lesquels étant égaux, le point de milieu I sera leur Centre commun de gravité, & par consequent le Centre de pesanteur de l'arc double ABC.

SCOLIE.

Connoissant le Centre de gravité d'un Arc de cercle, on peut par une operation contraire à la precedente, trouver celuy de sa moitié ; car si l'on a le Centre de pesanteur I, de l'Arc de cercle ABC, pour trouver celuy de sa moitié AB, il n'y a qu'à le diviser en deux également par le Rayon DE, & tirer du point I, au Rayon DB, la perpendiculaire IG, qui donnera sur le Rayon DE le Centre de gravité G, qu'on cherche.

PROPOSITION XVII.

PROBLEME.

Trouver le Centre commun de gravité d'un Arc de cercle donné, & de sa Corde.

Planche 17. 73. Fig. POur trouver le Centre commun de gravité de l'Arc ABC, & de sa Corde AC, on trouvera premierement le Centre de pesanteur I de l'arc ABC, & le Centre de pesanteur H de la Corde AC, aprés quoy il est évident *par Prop.* 1. que leur Centre commun de gravité est en quelque point de la ligne HI ; c'est pourquoy on divisera la ligne HI en L, en sorte que la Raison de l'arc ABC à la Corde AC, ou de la ligne

DF à la ligne DI, soit égale à celle de HL à LI : or cette division se fera en cherchant aux trois lignes DF+ DI, DF, HI, une quatriéme proportionnelle HL : & le point L sera le Centre de gravité qu'on cherche. Planche 17. & 79. Fig.

Si l'Arc ABC est un Demi-cercle, ayant trouvé le Centre de pesanteur I, du Demi-cercle ABC ; on cherchera aux trois lignes DB+DI, DI, DB, une quatriéme proportionnelle DL, ou aux deux DB+DI, DI, une troisiéme proportionnelle IL, pour avoir en L, le Centre commun de pesanteur de la circonference du Demi-cercle ABC, & du Diametre AC. Planche 18. 84 Fig.

De la Ligne Quadratrice.

Cette Ligne a été ainsi appellée, parce qu'elle contribuë à la Quadrature du Cercle, comme nous dirons aprés avoir expliqué la generation & la description de cette Ligne courbe, comme vous allez voir.

Soit au dedans du Quarré ABCD, le Quart de Cercle ABFD, ayant pour Centre la pointe A de l'un des Angles droits de ce Quarré. Faites mouvoir par la pensée le côté ou Rayon AD, autour du Centre A, depuis D vers B, d'un 86. Fig mouvement égal & uniforme par tous les points de la circonference BFD: & faites mouvoir en même temps le côté CD, depuis D vers A, toûjours parallelement à son côté opposé AB, d'un mouvement aussi égal & uniforme par tous les points du côté AD, en concevant le côté AD, divisé en autant de parties égales que la circonference BFD ; & alors ce côté CD en se mouvant ainsi parallelement à luy-même, & le Rayon AD en se mouvant dans le même temps autour du Centre A, s'entrecouperont successivement en des points, qui composeront la Ligne Quadratrice DIE, dont le Centre est A, le Sommet est D, l'Axe est AD, & la Base est AE, dont l'extremité E ne sçauroit se terminer qu'à peu prés, parce que le côté CD étant parvenu sur le côté AB par son mouvement égal & uniforme, le côté AD est aussi parvenu sur le même côté AB par son mouvement uniforme, ce qui fait que ces deux lignes tombent l'une sur l'autre sans se couper.

Voilà pour la generation de cette Ligne courbe, de laquelle il est aisé de tirer la maniere de la décrire sur le papier avec le Compas & la Regle, ce qui se peut faire si l'on en trouve plusieurs points, pour les joindre ensuite par une ligne courbe, qui se décrira d'autant plus facilement que ces points se trouveront plus proches les uns des autres. Voici le moyen d'en trouver autant que l'on voudra.

Ayant tiré à volonté les deux lignes perpendiculaires AB, AD, décrivez à discretion de l'Angle droit A, l'Arc de Cercle BFD, & le divisez en autant de parties égales qu'il vous plaira,

Planche 18. 86. Fig. plaira, comme en six, & son Rayon AD aussi en six parties égales, en des points par lesquels vous tirerez autant de lignes droites paralleles à l'autre Rayon AB. Tirez aussi du Centre A par les points de division de l'arc BD, autant de lignes droites, ou Rayons, qui couperont les premieres en des points, que vous joindrez adroitement par une Ligne courbe DIE, qui sera la Ligne Quadratrice de Dinostrate, que l'on décrira d'autant plus exactement que plus on en trouvera de points, c'est à dire qu'en plus de parties égales on divisera l'Arc BD, & son Rayon AD, mais on ne peut pas déterminer le point E, où la Base AE se termine, parce qu'il ne s'y fait point de Section de lignes, autrement on auroit la Quadrature du Cercle, parce que si l'on avoit le point E, on pourroit trouver geometriquement une ligne droite égale à l'Arc BFD, à cause que cette circonference est troisiéme proportionnelle à la Base AE, & au Rayon AB; mais il le faut démontrer.

PREPARATION.

87. Fig. Pour démontrer que l'Arc BD est troisiéme proportionnel aux deux lignes AE, AB, ou la Base AE troisiéme proportionnelle à l'Arc BD, & à son Rayon AB, il suffit de démontrer, qu'une ligne plus grande que la Base AE, comme AG, ou plus petite, comme AL, ne peut pas être troisiéme proportionnelle à l'Arc BD, & à son Rayon AB. Pour cette fin, décrivez du Centre A, par les deux points L, G, les Arcs de Cercle LM, GH, & par le point I, où la Quadratrice se trouve coupée par l'Arc GH, tirez le Rayon AF, & la ligne IK perpendiculaire au Rayon AD. Tirez encore du point L, la droite LI perpendiculaire au Rayon AB, & par le point I, où elle coupe la Quadratrice DE, tirez le Rayon AF, & la droite IK parallele au Rayon AB. Decrivez du Centre A, par le point I, l'Arc de Cercle GH.

DEMONSTRATION.

Si les trois lignes BD, AB, AG, étoient proportionnelles, c'est à dire si l'on avoit cette Analogie, BD, AB::AB, AG, en mettant à la place des deux derniers termes AB, AG, les Arcs BD, GH, qui sont en même Raison, parce qu'ils sont semblables, on auroit cette autre Analogie, BD, AB::BD, GH, où les Antecedens étant égaux, les Consequens devroient aussi être égaux, c'est à dire que la ligne AB seroit égale à l'Arc GH. Cela étant supposé, on considerera que les Arcs BD, GH, étant semblables, aussi bien que les deux BF, GI, on aura cette Analogie, BD, BF::GH, GI, & si à la place des deux premiers termes BD, BF, on met les lignes AD, AK, qui sont en même Raison, *par la generation de la Quadratrice*, on aura

cette

cette autre Analogie, AD, AK:: GH, GI; & parce que nous avons reconnu que l'Antecedent AD, ou AB, doit être égal à l'Antecedent GH, le Consequent AK, ou LI, doit aussi être égal au Consequent GI, ce qui étant impossible, il est impossible aussi que les trois lignes BD, AB, AG, soient proportionnelles. *Ce qui est l'une des deux choses qu'il falloit démontrer.* Planche 18. 87. Fig.

Si les trois lignes BD, AB, AL, étoient proportionnelles, en sorte qu'on eût cette Analogie, BD, AB::AB, AL, en mettant à la place des deux derniers termes AB, AL, les deux Arcs semblables BD, LM, qui sont en même Raison que leurs Rayons, on auroit cette autre Analogie, BD, AB:: BD, LM, où l'on void comme auparavant, que l'Arc LM seroit égal à la ligne AB, ou AD. Cela étant supposé, on considerera que les deux Arcs BD, LM, étant semblables, aussi-bien que les deux BF, LO, on aura cette Analogie, LM, LO::BD, BF, & si à la place des deux derniers termes BD, BF, on met les deux AD, AK, qui sont en même Raison, *par la generation de la Quadratrice*, on aura cette autre Analogie, LM, LO::AD, AK, où l'Antecedent LM a été démontré égal à l'Antecedent AD; ce qui fait que le Consequent LO doit aussi être égal au Consequent AK, ou LI, ce qui étant impossible, il est impossible aussi que les trois lignes BD, AB, AL, soient proportionnelles. *Ce qui restoit à démontrer.*

Scolie.

Comme nous ne parlons de cette Ligne Quadratrice, qu'on appelle simplement *Quadratrice*, que par occasion, nous ne devons pas nous étendre davantage sur ses differentes proprietez: c'est pourquoy nous nous contenterons de dire ici en passant, qu'on peut par son moyen diviser un Arc de Cercle donné en autant de parties égales qu'on voudra; comme si l'on veut diviser l'Arc DF en trois parties égales, on tirera le Rayon AF, 86. Fig.
& par le point I, où il coupe la Quadratrice DE, on tirera la ligne IK parallele au Rayon AB, ou perpendiculaire au Rayon AD, aprés quoy ayant divisé la ligne DK en trois parties égales aux points L, M, on tirera par ces points L, M, à la ligne IK, les deux paralleles LH, MG, qui donneront sur la Quadratrice DE, les deux points H, G, par où l'on tirera du Centre A, les droites AN, AO, qui diviseront l'Arc proposé DF en trois parties égales.

Mais l'on peut faire cette division avec la même facilité par le moyen d'une autre Ligne courbe, qui est de l'invention de Monsieur Tschirnhaus Gentilhomme Allemand, dont nous enseignerons ici la description, avec la démonstration de deux beaux Theorêmes qu'il nous a donnez sur cette Ligne, dont le dernier a été mal énoncé, lorsque nous en avons parlé dans

dans nôtre *Dictionnaire Mathematique*, où par mégarde nous avons pris un Rayon pour l'autre : & c'est à cause de cela que pour faire satisfaction à ce sçavant Mathematicien, nous donnerons ici la démonstration de ses deux Theorêmes, aprés avoir enseigné la description de sa Ligne courbe, qui est telle.

Planche 19. 91. Fig. Soit donc le Quart de Cercle ABCD, décrit comme auparavant au dedans du Quarré ABLD. Ayant divisé la circonference BCD, & son Rayon AD, chacun en un nombre égal de parties égales tel que l'on voudra, comme en six, tirez par les points de division de l'Arc BD, des lignes paralleles au Rayon AD, & par les points de division du Rayon AD des lignes paralleles à l'autre Rayon AB, & alors les points de Section de ces paralleles, en les prenant également depuis le point D, formeront la Courbe BED, par le moyen de laquelle on pourra diviser un Arc de Cercle en autant de parties égales qu'on voudra, en cette sorte.

Pour diviser par exemple en trois parties égales l'Arc de Cercle CD, tirez par le point C, la ligne CE parallele au Rayon AD, & par le point E, où cette parallele CE coupe la Courbe BED, tirez la ligne EF parallele à l'autre Rayon AB. Divisez la ligne DF en trois parties égales aux points G, H, & tirez par ces points G, H, les lignes GK, HI, paralleles à la ligne EF, pour avoir sur la Courbe BED, les deux points I, K, par lesquels vous tirerez au Rayon AD, les paralleles IN, KM, qui diviseront l'Arc proposé CD en trois parties égales aux points M, N.

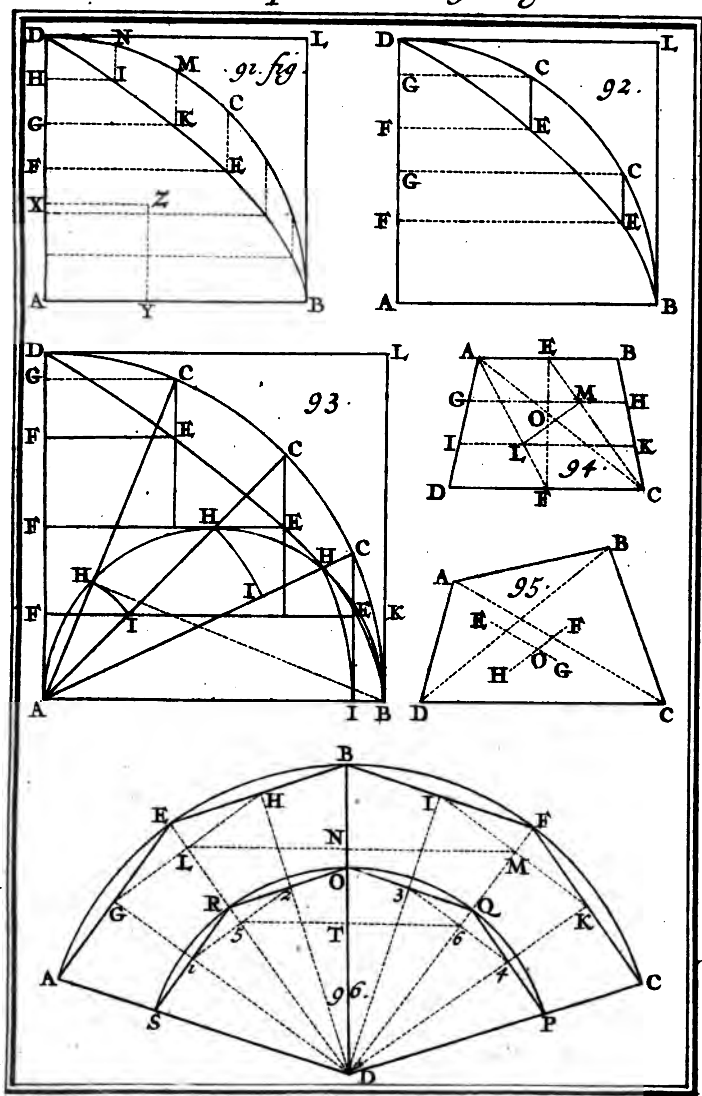
Pour venir maintenant aux deux Theorêmes que nous vous avons promis, j'ay crû que pour rendre justice au R. P. Nicolas Jesuite, & pour faire voir l'excellence de son genie, & sa grande penetration dans la Geometrie, je devois vous faire part d'une Lettre qu'il m'a fait l'honneur de m'écrire sur ce sujet.

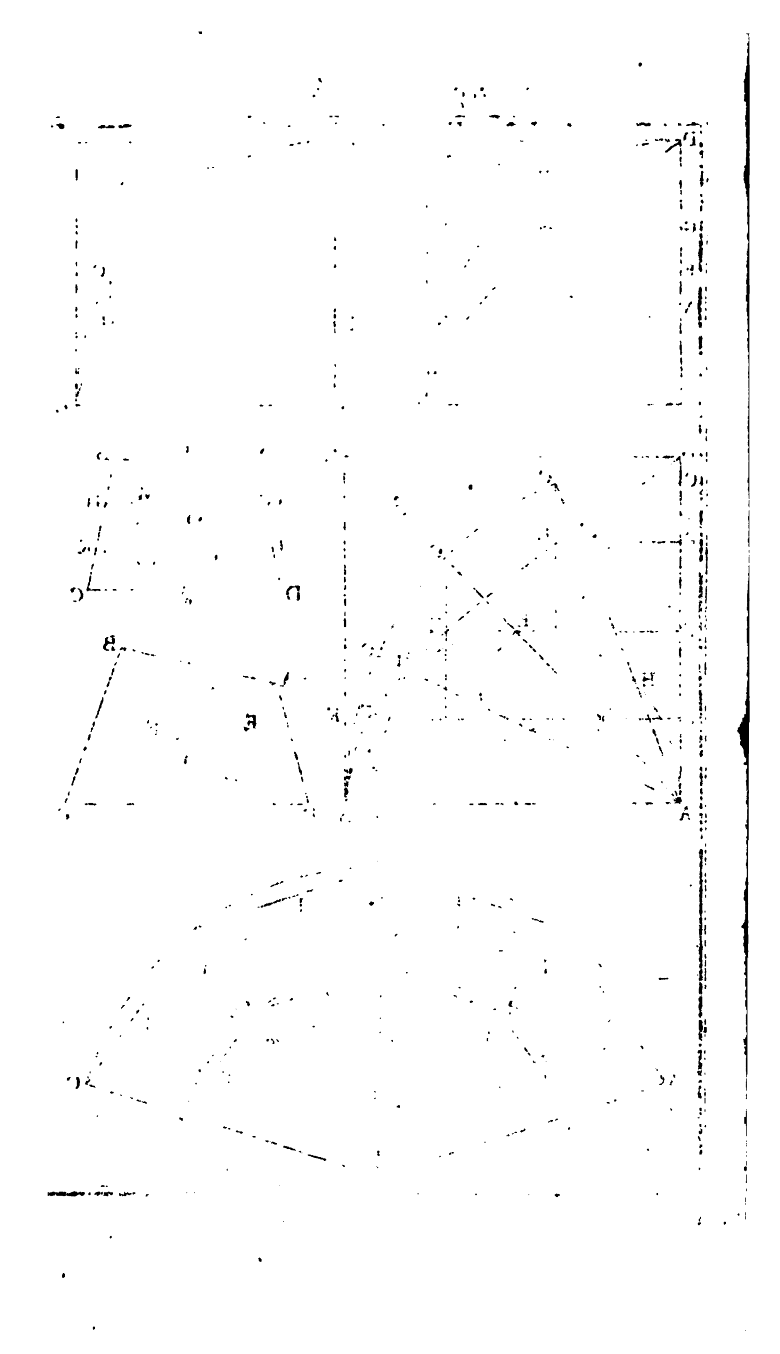
Lettre du R. P. Nicolas de la Compagnie de Jesus à l'Auteur.

De Toulouse le 14. Avril 1691.

MONSIEUR,

„ Quoique je n'aye pas l'honneur d'être connu de vous, j'ay „ crû que vous ne seriez pas marri que je vous envoyasse quel- „ ques démonstrations que j'ay trouvées sur une matiere où „ vous m'avez donné vous-même occasion de travailler ; voi- „ ci ce que c'est. Il y a une quinzaine de jours que vôtre beau Diction-


91. fig
92.
93.
94.
95.
96.



„ Dictionnaire m'est tombé entre les mains ; je l'ay parcouru „ avec beaucoup de plaisir, il falloit un homme comme vous, „ c'est à dire extrémement habile pour faire un Ouvrage de „ cette nature. Comme j'aime particulierement la Geometrie, „ à laquelle je me suis fort appliqué, & dont mêmes j'ay com- „ posé divers Traitez qui pourront voir le jour dans peu de „ temps ; j'ay pris un plaisir particulier à voir ce que vous di- „ tes sur la Geometrie Speculative : Vous y parlez de diverses „ sortes de Lignes courbes en peu de mots, mais toûjours fort „ bien. Entre autres vous faites mention pag. 99. & 100. d'u- „ ne nouvelle Courbe propre à diviser un angle donné selon une „ Raison donnée, & que vous dites être de l'invention de Mr. „ Tschirnhaus ; je vous avouë que je n'avois point oüi parler „ de cette Courbe, & cela m'a donné la curiosité de l'exami- „ ner : ce qui a servi encore à m'y engager, est que vous dites „ que M. Tschirnhaus a avancé sur cette Courbe deux Theo- „ rêmes qu'il n'a point démontré ; le premier est, que *quand* „ *ABCD est un Quart de Cercle, l'espace ABED est au Quarré* „ *ABLD, comme le Rayon AB, est à la circonference BCD* : & „ l'autre, que *le Solide qui est produit par la circonvolution de la Fi-* „ *gure ABED à l'entour de l'Axe AB, est au Cylindre circonscrit,* „ *comme 1 est à 2*. Là-dessus vous dites que ce second Theorême „ seroit vray, & le premier approcheroit d'être vray, si la „ Courbe BED étoit une Parabole. Or comme BED de M. „ Tschirnhaus approche fort d'une Parabole, il s'ensuit que ses „ deux Theorêmes sont à peu prés veritables. Voyant donc que „ vous doutiez de la verité entiere de ces deux Theorêmes, & „ vous aviez raison d'en douter, puisqu'ils n'étoient pas dé- „ montrez, j'ay voulu m'éclaircir entierement là-dessus, & „ voir si ce qu'avance M. Tschirnhaus, est vray ou faux dans „ la rigueur geometrique. J'ay trouvé que le premier Theorê- „ me est vray, & le second faux : & comme cela m'a obligé „ d'examiner à fonds cette Courbe, j'en ay, ce me semble, „ découvert & démontré tout ce qu'il y a de plus beau, soit pour „ la dimension de l'espace ABED, ou de ses parties, soit pour „ les Solides qui se peuvent faire en roulant cette Figure à l'en- „ tour de AB, ou de AD, soit pour le Centre de gravité de la „ même Figure. J'ay encore trouvé les Touchantes en quelque „ point de la Courbe BED que ce soit ; pour le point B, il ne „ faut que tirer de B, une ligne parallele à AD, mais pour les „ autres points C, D, il faut supposer la Quadrature du Cercle. „ J'ay encore montré que la Courbe BED peut être continué à „ l'infini, tant en haut qu'en bas, & qu'elle est toute enfer- „ mée, & va serpentant entre deux lignes paralleles. J'ay aussi „ quarré absolument la Figure qui est comprise sous la Courbe „ BED continuée jusqu'à ce que l'Axe soit double du Rayon „ AB. J'ay démontré le rapport particulier que cette Courbe a

Planche 19. 91. Fig.

avec

Planche 19. 91. Fig. „ avec la Cycloïde, & d'autres choses encore, dont j'ay fait un „ petit Traité d'une trentaine de Propositions, que je vous envoyeray, Monsieur, avec plaisir, si vous avez envie de le voir. „ Vous en pourrez juger par cet échantillon, que je vous envoye, ce sont deux Démonstrations, l'une touchant l'espace „ ABED, & l'autre touchant le solide qui se fait en faisant rouler l'espace ABED à l'entour de la ligne AD.

Planche 19. 92. Fig. „ Soit donc la Courbe BED engendrée par le Quart de Cercle „ ABCD de la maniere qui est expliquée dans le Dictionnaire „ Mathematique, pag. 99. en divisant le Rayon AD en quelque „ nombre que ce soit de parties égales aux points F, & l'Arc „ BCD en autant de parties égales aux points C, & menant des „ points F des lignes FE paralleles à AB, & des points C des „ lignes CE paralleles à AD, & décrivant la Courbe BED, par „ tous les points E, où ces lignes se rencontrent.

„ De cette generation, l'on void d'abord que la proprieté de „ la Courbe BED est que menant quelque ordonnée que ce soit „ EF à la ligne AD, & du point E la ligne EC parallele à AD, „ rencontrant l'Arc de Cercle en C, comme est AD à DF, ainsi „ est l'Arc BD à l'Arc DC: d'où il s'ensuit que comme DF est „ à DF, ainsi l'Arc DC est à l'Arc DC. Il est aussi évident que „ la ligne EF est égale à CG Sinus droit de l'Arc CD, & partant „ comme EF, EF, ainsi sont les Sinus CG, CG.

„ Cela supposé, je dis que *la Figure ABED, est au Quarré* „ *AB, comme le Rayon AD, est à l'Arc BCD.*

„ Faisons tourner le Quart de Cercle ABCD à l'entour de AD; „ chaque Sinus CG décrira un Cercle, & les circonferences de „ ces Cercles seront entre elles comme leurs Rayons CG, CG, „ c'est à dire comme EF, EF. Puisque donc les Arcs DC, DC, „ ausquels nous pouvons concevoir que sont appliquées les circonferences, sont en même Raison que les lignes DF, DF, „ ausquelles sont appliquées les lignes EF, EF; il s'ensuit par la „ Methode des Indivisibles (& on le pourroit aisément démontrer par la Methode des Anciens) que la somme des lignes „ EF, EF, c'est à dire la Figure ABED, est à la somme des circonferences, c'est à dire à la Surface de l'Hemisphere, en „ Raison composée de la ligne AD (qui est la hauteur de la Figure ABED.) à l'Arc BCD (qui sert de hauteur à la Surface de „ l'Hemisphere) & d'un Rayon EF, à sa circonference. Comme „ je parle à un grand Geometre, je crois qu'il n'est pas necessaire de m'expliquer davantage.

„ Cela étant, je raisonne de la sorte; la Figure ABED a au „ Quarré AB, la Raison composée des deux Raisons,

„ *De la Figure ABED, à la Surface de l'Hemisphere,*

„ *Et de la Surface de l'Hemisphere au Quarré AB.*

„ Or la premiere de ces deux Raisons est comme nous avons „ dit, composée de ces autres deux,

De

De la Raison de la ligne AD, à l'arc BCD, Planche. 19. 92. Fig.
Et de la Raison du Rayon à sa circonference,

& la Raison de la Surface de l'Hemisphere au Quarré AB, est la même que celle de la circonference à son Rayon, comme il est aisé de démontrer par les principes d'Archimede. Donc la Raison de la Figure ABED, au Quarré AB, est composée de ces trois Raisons,

De la ligne AD à l'Arc BCD;
Du Rayon à la circonference,
De la circonference au Rayon.

Or ces deux dernieres composent la Raison d'égalité. Donc la Raison de la Figure ABED, au Quarré AB, est la même que celle du Rayon AD, à l'Arc BCD. *Ce qu'il falloit démontrer.* Ainsi le premier Theorême de M. Tschirnhaus est veritable.

La seconde Démonstration que je vous envoye, Monsieur, est touchant le solide qui se produit en faisant rouler la Figure ABED à l'entour de AD.

Soit donc la même Figure ABED, roulée à l'entour de AD. Je dis que *le Solide qui est produit de cette circonvolution, est au Cylindre circonscrit, comme* 1. *est à* 2. 93. Fig.

1. Sur la ligne AB, comme Diametre, soit decrit le Demicercle AHB. 2. Que l'Angle droit BAD soit divisé en quel nombre que ce soit de parties égales par les lignes AC, AC, AC, qui rencontrent la circonference AHB, aux points H, H, H. Les Arcs DC, CC, CB, seront donc égaux. 3. Des points C, C, C, soient menées les lignes CE, CE, CE, paralleles à AD, qui rencontrent la Courbe BED, aux points E, E, E, & par les points E, E, E, soient menées les lignes EF, EF, EF, ordonnées à AD. La ligne AD sera divisée aux points F, F, F, en autant de parties égales que l'arc BCD par la proprieté de cette Courbe. 4. Achevez les rectangles FE, FE, AE, qui seront inscrits dans la Figure ABED. 5. Du Centre A, & prenant les Cordes AH, AH, AH, pour Rayons, décrivez les Secteurs AHI, AHI, AHI. 6. Enfin d'un point C, menez le Sinus CG, & du point H, qui répond, menez la ligne HB.

Cela étant supposé, chaque Corde AH est égale à chaque ordonnée EF qui luy répond: car prenant par exemple la plus petite Corde AH, on démontrera aisément qu'elle est égale au Sinus CG, à cause que les Triangles rectangles AHB, ACG, sont égaux & semblables, ayant les Angles HAB, ACG, égaux (à raison des paralleles AB, CG,) & les côtez AB, AC, égaux aussi. Or le Sinus CG est égal à l'ordonnée EF.

Planche 19. 93. Fig.

„ Donc la petite Corde AH est égale à la petite ordonnée EF; „ & la même chose se peut démontrer des autres.

„ Comparons maintenant les Secteurs AHI, l'un avec l'autre, „ par exemple le plus petit Secteur AHI avec le suivant. Com„ me les Angles HAI sont égaux par la construction, les Sec„ teurs sont semblables; ainsi le petit Secteur AHI, est au sui„ vant AHI, en Raison doublée de la petite Corde AH, à la „ Corde suivante AH, c'est à dire en Raison doublée de la pe„ tite ordonnée EF, à l'ordonnée suivante EF, c'est à dire „ comme le cercle du petit Rayon EF, au Cercle du Rayon sui„ vant EF, c'est à dire comme le Cylindre qui se fait du petit „ Rectangle FE roulé à l'entour de FF, au Cylindre suivant „ fait du Rectangle FE: car ces Cylindres ayant leurs hauteurs „ égales FF, FF, sont entre eux comme leurs Bases, c'est à dire „ comme le Cercle du petit Rayon EF, au Cercle du Rayon „ suivant EF.

„ Ainsi nous prouverons que tous les Secteurs AHI, sont entre „ eux comme les Cylindres faits des Rectangles FE, AE, à l'en„ tour de AD, sont entre eux. D'où il s'ensuit que tous les Sec„ teurs ensemble sont au plus grand Secteur, comme tous les „ Cylindres ensemble sont au plus grand Cylindre fait du Rec„ tangle AE à l'entour de AF. Or le plus grand Secteur AHI „ est au Secteur ABC, qui est compris sous le même Angle „ BAC, en Raison doublée de la grande Corde AH, au Rayon „ AB, c'est à dire de la plus grande ordonnée EF, à la ligne FK „ (prolongeant FE jusqu'à ce qu'elle rencontre en K, la ligne „ BL touchante du Cercle au point B.) Donc le grand Secteur „ AHI est au Secteur ABC, qui luy répond, comme le Cylindre „ fait du Rectangle AE, au Cylindre fait du Rectangle AK. „ Enfin le Secteur ABC, est à tout le Quart de Cercle ABD, „ comme l'arc BC, à l'Arc BD, c'est à dire comme la ligne AF, „ à la ligne AD, c'est à dire comme le Cylindre fait du Rectan„ gle AK, au Cylindre fait du Rectangle AL, à l'entour de AD.

„ Il s'ensuit de tout ce raisonnement, que *ex æquo*, tous les „ Secteurs ensemble AHI, sont au Quart de Cercle ABD, com„ me tous les Cylindres faits des Rectangles EF, AE, au Cy„ lindre fait du Quarré AL. Or il est évident qu'on peut telle„ ment multiplier les Secteurs, que *desinent in Semicirculum* „ *AHB*, & tellement multiplier les Cylindres, que *desinant in* „ *Solidum factum ex Figurâ ABED circa AD, in orbem ducta.* „ Donc le Demi-cercle AHB, est au Quart de Cercle ABCD, „ comme le Solide produit par la circonvolution de la Figure „ ABED à l'entour de AD est au Cylindre circonscrit fait du „ Quarré AL roulé à l'entour de la même ligne AD. Or le De„ mi-cercle AHB est la moitié du Quart de Cercle ABCD, „ comme il est aisé de démontrer. Donc le Solide fait de la Fi„ gure ABED, roulé à l'entour de AD, est la moitié du Cy-

lindre

„ lindre circonscrit. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 19. 93. Fig.
„ Je vous envoye, Monsieur, cette seconde démonstration,
„ parce qu'à vous dire le vray, je doute un peu que ce ne soit
„ de ce Solide fait à l'entour de AD, qu'ait parlé M. Tschirn-
„ haus, y trouvant si justement la Raison de 1 à 2, au Cylin-
„ dre circonscrit, & d'ailleurs étant aisé de se méprendre entre
„ ces deux Solides qui se font de la même Figure ABED, à
„ raison de l'égalité des deux Rayons AB, AD. Prenez la pei-
„ ne de revoir là-dessus M. Tschirnhaus, & de me mander
„ si sa conjecture est veritable. Que si vous trouvez qu'il par-
„ le du Solide fait à l'entour de AB, & qu'il dise comme vous
„ l'avez écrit; que ce Solide est au Cylindre circonscrit, com-
„ me 1 à 2, son Theorême est assurément faux, car il s'en-
„ suivroit que le Solide fait à l'entour de AB seroit égal au
„ Solide fait à l'entour de AD, ce que j'ay démontré être
„ faux. Je vous envoyeray la démonstration quand il vous plai-
„ ra, elle suppose dans ma Methode qu'on ait trouvé le Cen-
„ tre de gravité de la Figure ABED: & voici comme je déter-
„ mine ce Centre.

„ Soit le point Z Centre de gravité de la Figure ABED, & par 91. Fig.
„ Z soient tirées les deux lignes XZ, YZ, paralleles à AB,
„ AD. Je dis que la ligne AB est tellement divisée en Y, que
„ AY est égale à la quatriéme partie de l'Arc BD, & que AD
„ est tellement divisée en X, que AD est à DX, comme l'Arc
„ BD est au Rayon AD.

„ Cette lettre commence à être trop longue, ainsi je vay la
„ finir en vous assurant, Monsieur, que les beaux Ouvrages que
„ vous avez donnez au Public, m'ont inspiré une tres-grande
„ estime pour vôtre merite, & que vous m'obligerez beaucoup,
„ si vous vous voulez que nous nous écrivions de temps en
„ temps sur les matieres de Geometrie; un commerce de cette
„ nature m'est trop avantageux, pour ne le souhaiter pas avec
„ ardeur. Quand vous voudrez me faire l'honneur de m'écri-
„ re, vous n'avez qu'à donner vos lettres au Frere Brotes, qui
„ demeure à la Maison Professe, il aura soin de me les faire
„ tenir exactement; & de vous rendre aussi les miennes. J'at-
„ tens avec impatience le grand Traité d'Algebre, que vous
„ avez promis au Public, il ne peut être qu'excellent, étant
„ de vôtre façon. Pour moy je vais continuer un Traité des
„ Conchoïdes & des Cissoïdes, qui est déja fort avancé, &
„ que je n'ay interrompu durant ces quinze jours, que pour
„ mediter sur cette Courbe de M. Tschirnhaus. Je suis, &c.

Nous donnerons sur la fin de la Section suivante, la démonstra-
tion de la Methode precedente, pour trouver le Centre de gravité
de la Figure ABED, dans une autre lettre du R. P. Nicolas, par
laquelle vous connoîtrez encore mieux que par la precedente,
la force de son genie, & les profondes meditations qu'il a fai-
tes sur la Geometrie.

SECTION II

Du Centre de Gravité des Plans.

QUoiqu'il n'y ait aucun Plan qui ne soit joint à un Corps cela n'empêche pas qu'on ne puisse considerer un Corps plat, homogéne, également épais par tout, & d'une épaisseur insensible, comme un Plan, en ne considerant que sa longueur & sa largeur, & luy attribuer une Pesanteur, & un Centre de gravité, que nous enseignerons à trouver dans les Propositions suivantes.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Parallelogramme est en quelque point de la ligne droite qui passe par le milieu de deux côtez opposez.

Planche 18. 82. Fig. SI l'on divise les deux côtez opposez AB, CD, du Parallelogramme ABCD, en deux également aux points E, F; je dis que le Centre de gravité de ce Parallelogramme ABCD, est en quelque point de la ligne EF.

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine au dedans de la Figure ABCD, une infinité de lignes paralleles entre elles & aux côtez AB, CD, elles seront égales entre elles, & également divisées, & le Centre de pesanteur de chacune se trouvera dans la ligne EF, puisque ce Centre est dans le milieu de chacune *par Déf. 6.* c'est pourquoy le Centre commun de pesanteur de toutes ces lignes prises ensemble, ou du Parallelogramme ABCD, doit aussi être dans la ligne EF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION II.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Parallelogramme donné.

83. Fig. ON donne le Parallelogramme ABCD, & il est proposé d'en trouver le Centre de pesanteur. Tirez les deux Dia-

Diagonales AC, BD, & le point E de leur Section sera le Centre de gravité du Parallelogramme proposé ABCD. Planche 18. 83. Fig.

Demonstration.

Si l'on divise les côtez en deux également aux points F, I, G, H, on connoîtra *par Prop.* 1. que le Centre de gravité du Parallelogramme ABCD, est dans la ligne FG, & aussi dans la ligne HI. D'où il est aisé de conclure, qu'il est dans leur commune Section, c'est à dire au point E. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION III.

Theoreme.

Le Centre de gravité d'un Triangle est dans la ligne droite qui passe par l'un de ses Angles, & par le milieu de son côté opposé.

Si l'on divise le côté AC du Triangle ABC, en deux également au point D, & que de l'Angle opposé B, l'on tire la droite BD; je dis que le Centre de gravité du Triangle ABC est dans cette ligne BD. 85. Fig.

Demonstration.

Si l'on imagine au dedans du Triangle ABC, une infinité de lignes paralleles entre elles & au côté AC, elles seront toutes divisées en deux également par la ligne BD, & le Centre de gravité de chacune sera par consequent dans la ligne BD. C'est pourquoy le Centre commun de pesanteur de toutes ces lignes prises ensemble, ou du Triangle ABC, sera dans la ligne BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Corollaire.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si l'on tire une ligne droite de l'un des Angles d'un Triangle, comme de l'Angle B du Triangle ABC, par son Centre de gravité G, cette ligne droite, telle qu'est ici BD, divisera le côté opposé AC, en deux également au point D. 88. Fig.

PROPOSITION IV.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Triangle donné.

Plan-che 18. 88. Fig. ON donne le Triangle ABC, & il est proposé d'en trouver le Centre de pesanteur. Divisez deux côtez, comme AB, AC, chacun en deux également aux points F, D, & des Angles opposez C, B, menez les droites CF, BD, & le point G de leur Section sera le Centre de gravité qu'on cherche, puisque *par Prop.* 3. il est dans chacune des deux lignes BD, CF.

COROLLAIRE.

Il s'ensuit que si des trois Angles d'un Triangle, l'on tire par les milieux de leurs côtez opposez autant de lignes droites, ces trois lignes droites se couperont au dedans du Triangle dans un même point, sçavoir au Centre de gravité du Triangle.

SCOLIE.

89. Fig. On peut trouver autrement le Centre de gravité du Triangle proposé ABC, parce que la partie DG est égale à la moitié de l'autre partie BG, ou au tiers de toute la ligne BD. Car si l'on tire des points C, D, les droites CH, DI, paralleles à la ligne AE, qui rencontrent le côté AB prolongé aux points I, H, on connoîtra que les Triangles ABE, HBC, sont équiangles & semblables, & que par consequent les deux lignes AB, AH, sont égales, à cause des deux égales EB, EC: & que pareillement à cause des deux Triangles semblables ADI, ACH, & des deux lignes égales DA, DC, les deux IA, IH, sont aussi égales, & que par consequent la ligne AI est égale à la moitié de la ligne AH, ou AB, ou au tiers de toute la ligne BI; & parce que les Triangles BGA, BDI sont semblables, la ligne DG sera aussi égale au tiers de la ligne BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

88. Fig. Si donc on prend la ligne DG égale au tiers de la ligne BD, on aura en G le Centre de pesanteur du Triangle ABC, que l'on peut avoir encore autrement, sçavoir en prenant la partie AH égale au tiers du côté AB, & pareillement la partie CI égale au tiers du côté BC, & en joignant la droite HI, dont le point de milieu G sera le Centre de gravité qu'on cherche.

PROPOSITION V.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Trapezoïde est dans la ligne droite, qui divise en deux également chacun des deux côtez paralleles.

SI l'on divise les deux côtez paralleles AB, CD, du Trapezoïde ABCD, chacun en deux également aux points E, F; je dis que le Centre de pesanteur de ce Tropezoïde est en quelque point de la ligne EF. Planche. 18. 90. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on tire par la pensée au dedans du Trapezoïde ABCD, une infinité de lignes paralleles entre elles & aux deux côtez AB, CD, elles seront toutes divisées en deux également par la ligne EF, & le Centre de gravité de chacun sera par consequent dans la ligne EF. C'est pourquoy leur Centre commun de gravité, c'est à dire le Centre de pesanteur du Trapezoïde ABCD sera aussi dans la ligne EF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION VI.

PROBLEME.

Trouver le Centre de Pesanteur d'un Trapeze donné.

SI le Trapeze proposé est un Trapezoïde, comme ABCD, dont les deux côtez opposez AB, CD, sont paralleles, on divisera chacun de ces deux côtez paralleles AB, CD, en deux également aux points E, F, & les deux autres AD, BC, en trois parties égales aux points I, G, H, K, aprés quoy si l'on tire des lignes droites, comme vous voyez dans la Figure, le point L sera *par Prop. 6.* le Centre de pesanteur du Triangle ACD, & le point M le Centre de gravité du Triangle ACB, c'est pourquoy *par Prop. 1. Sect. 1.* le Centre commun de gravité de ces deux Triangles ACD, ACB, c'est à dire le Centre de pesanteur du Trapezoïde ABCD sera dans la ligne LM: & comme il est aussi dans la ligne EF, *par Prop. 5.* il sera au point O de leur commune Section. Planche 19. 94. Fig.

Mais si le Trapeze proposé n'a point de côtez paralleles, 95. Fig.

 comme

Planche 19. 95. Fig. comme ABCD, on tirera les deux Diagonales AC, BD, & par Prop. 4. l'on trouvera le Centre de pesanteur E du Triangle ABD, & le Centre de gravité G du Triangle DBC & alors on connoîtra par Prop. 1. Sect. 1. que le Centre commun de pesanteur de ces deux Triangles ABD, DBC, ou le Centre de gravité du Trapeze ABCD, est dans la ligne EG. On connoîtra de la même façon, que si l'on trouve le Centre de pesanteur F du Triangle ABC, & le Centre de pesanteur H du Triangle DAC, le Centre commun de pesanteur de ces deux Triangles ABC, ACD, ou le Centre de gravité du Trapeze ABCD est dans la ligne FH; D'où il est aisé de conclure, qu'il est dans le point O de la commune Section des deux lignes EG, FH.

PROPOSITION VII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de pesanteur d'un Polygone donné.

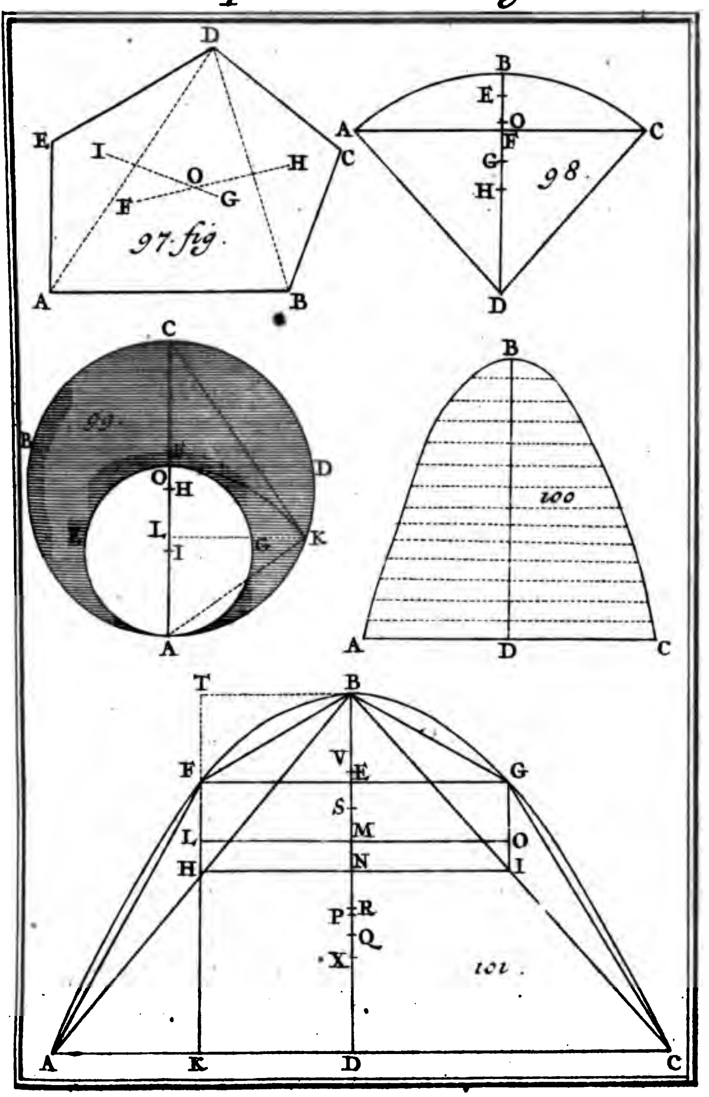
Si le Polygone proposé est regulier, il est assez évident que son Centre de pesanteur est le même que le Centre du Cercle inscrit ou circonscrit, c'est à dire le même que le Centre du Polygone, sans qu'il soit besoin d'en faire une démonstration particuliere.

Planche 20. 97. Fig. Mais si le Polygone donné est irregulier, comme le Pentagone ABCDE, on le reduira en Triangles par les Diagonales DA, DB, que l'on peut tirer de tel Angle qu'on voudra, & *par Prop.* 4. l'on trouvera le Centre de pesanteur I, du Triangle ADE, & *par Prop.* 6. le Centre de pesanteur G du Trapeze ABCD, & alors on connoîtra *par Prop.* 1. *Sect.* 1. que le Centre de gravité du Pentagone ABCDE est dans la ligne IG. Pareillement on cherchera le Centre de pesanteur H du Triangle BDC, & le Centre de pesanteur F du Trapeze ABDE, & l'on connoîtra de la même façon que le Centre de gravité du Pentagone ABCDE est dans la ligne FH. D'où l'on conclud aisément qu'il est dans le point O de la commune Section des deux lignes IG, FH.

COROLLAIRE.

Ainsi on a trouvé le Centre de pesanteur O du Pentagone proposé ABCDE, & à son imitation l'on pourra facilement trouver le Centre de gravité de tel autre Polygone qu'on voudra, sçavoir en le reduisant toûjours deux fois en deux parties, pour joindre leurs Centres de gravité par deux lignes droites, qui donneront en leur point de Section le Centre de pesanteur de la Figure proposée.

PRO-


D
E
C
I
H
O
F
G
A
B
97. fig.
B
E
O
A
C
F
G
H
98.
D
C
99.
B
D
O
H
L
I
G
K
A
B
100
A
D
C
T
B
V
E
F
G
S
L
M
O
H
N
I
P
R
Q
X
101.
A
K
D
C

PROPOSITION VIII.

THEOREME.

Si l'on divise un Arc de Cercle en autant d'autres petits Arcs égaux que l'on voudra, en nombre pairement pair, le Centre de gravité de la Figure comprise par les Cordes de tous ces petits Arcs, & par les deux Rayons tirez des deux extremitez, est éloigné du Centre commun de pesanteur de toutes ces Cordes, d'une distance égale au tiers de celle de ce même Centre commun de gravité des Cordes au Centre du Cercle.

DIvisez l'Arc de Cercle ABC, dont le Centre est D, en tel nombre pairement pair de parties égales qu'il vous plaira, comme en quatre aux points E, B, F, & ayant tiré les Cordes AE, EB, BF, FC, divisez les chacune en deux également aux points G, H, I, K, qui seront leurs Centres de pesanteur, & si l'on joint les droites GH, IK, & leurs milieux L, M, par la droite LM, son point de milieu N sera le Centre commun de gravité des quatre Cordes AE, EB, BF, FC. Aprés cela faites CP égale au tiers du Rayon CD, & décrivez du Centre D, par le point P, une circonference de Cercle POS, qui donnera autant de petites Cordes égales entre elles, sçavoir SR, RO, OQ, QP, dont les points de milieu sont 1, 2, 3, 4, par le moyen desquels on trouvera comme auparavant, le Centre commun de gravité T de ces quatre Cordes: & ce second Centre de pesanteur T, sera aussi le Centre de gravité de la Figure rectiligne AEBFCDA; car puisque CP est le tiers de CD, ou FQ le tiers de FD, & par consequent K4 le tiers de KD, le point 4 milieu de la ligne PQ, est le Centre de gravité du Triangle CDF, *par Prop.* 4. & pareillement le point 3 sera le Centre de gravité du Triangle FDB, & par consequent le point 6 milieu de la ligne 3, 4, est le Centre commun de pesanteur des deux Triangles égaux CDF, FDB, ou le Centre de gravité du Trapeze BDCF. On connoîtra de la même façon que le point 5 est le Centre de gravité du Trapeze ADBE égal au precedent BDCF, & que par consequent le point de milieu T de la ligne 5, 6, est le Centre commun de pesanteur de ces deux Trapezes égaux ADBE, BDCF, ou le Centre de gravité de la Figure rectiligne ADCFBE. Cela étant fait & supposé, je dis que la ligne NT est le tiers de la ligne ND. Planche 19. Fig. 95.

D 2-

Planche 19 96. Fig.

DEMONSTRATION.

Parce que la ligne CP est le tiers de CD, ou FQ le tiers de FD, & la ligne K4 le tiers de KD, aussi la ligne M6 sera le tiers de la ligne MD, & par consequent la ligne NT le tiers de la ligne ND. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que le Centre de gravité du Secteur de Cercle ADCB, est éloigné du Centre de pesanteur de sa circonference ABC, du tiers de la distance du Centre de gravité de la circonference au Centre du Cercle. Car si l'on divise par l'imagination l'Arc ABC en une infinité de parties égales, le Centre N de pesanteur de toutes les Cordes infinies sera le même que celuy de la circonference ABC, & le Centre T de pesanteur de la Figure ADCFBE sera le même que celuy du Secteur ADCB. D'où il suit que la distance du Centre de gravité d'un Secteur de Cercle, est égale aux deux tiers de celle du Centre de pesanteur de sa circonference, en comptant ces deux distances depuis le Centre du Cercle.

PROPOSITION IX.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Secteur de Cercle donné.

96. Fig. POur trouver le Centre de gravité du Secteur de Cercle ADCB, dont le Centre est D, on trouvera *par Prop.* 15. *Sect.* 1. le Centre de pesanteur N de la circonference ABC, & l'on fera la Ligne NT égale au tiers de la ligne ND, pour avoir en T, le Centre de pesanteur du Secteur proposé ABCD, comme il est évident *par Coroll. Prop.* 8.

SCOLIE.

Si le Secteur proposé est un Demi cercle, on pourra se servir de cet abregé pour en trouver le Centre de gravité. *Cherchez à une ligne égale au quart de la circonference du Cercle, au Rayon, & aux deux tiers du Rayon, une quatriéme proportionnelle, qui donnera la distance du Centre de pesanteur du Demi-cercle proposé au Centre du même Demi-cercle.*

Nous ne donnons pas la maniere de trouver le Centre de gravité d'un Cercle entier, parce qu'il est assez évident que ce

ce Centre de pesanteur est le même que le Centre du Cercle, Planche 19. 96. Fig.
sans qu'il soit besoin d'en faire une démonstration particuliere.

PROPOSITION X.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Segment de Cercle donné.

POur trouver le Centre de pesanteur du Segment de Cercle ACB, dont le Centre est D, on trouvera *par Prop.* 15. *Sect.* 1. le Centre de pesanteur E de la circonference ABC, & ayant pris EG égale au tiers de ED, sur le Rayon BD, qui divise à Angles droits & en deux également au point F la Corde AC, pour avoir en G, le Centre de gravité du Secteur ADCB, *par Prop.* 9. & ayant encore fait FH égale au tiers de FD, pour avoir en H le Centre de pesanteur du Triangle ADC, *par Prop.* 4. on cherchera au Segment ACB, au Triangle ACD, & à la distance GH des Centres de gravité du Secteur & du Triangle, une quatriéme proportionnelle GO, pour avoir en O le Centre de gravité du Segment proposé ACB, dont la démonstration est évidente *par Prop.* 7. *Sect.* 1. Planche 20. 98. Fig.

PROPOSITION XI.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'une Lunule.

ON appelle *Lunule* un Plan terminé par les circonferences de deux Cercles qui se touchent en dedans, comme celuy qui est compris par les deux circonferences de Cercle AEOG, ABCD, qui se touchent en dedans au point A, par lequel & par les Centres H, I, de ces deux Cercles, on a tiré la droite AC, pour y marquer le Centre de gravité de la Lunule proposée, en cette sorte. 99. Fig.

Il est évident que pour trouver le Centre de gravité de cette Lunule, il n'y a qu'à trouver *par Prop.* 7. *Sect.* 1. le Centre de gravité de la difference des deux Cercles AEFG, ABCD. Mais pour venir à la pratique, cherchez à la Lunule, au petit Cercle AEFG: ou à la difference des quarrez des Diametres AC, AO, au quarré du petit Diametre AO, & à la distance IH des Centres I, H, une quatriéme proportionnelle HF, pour avoir en F le Centre de gravité de la Lunule proposée.

Planche 20. 59. Fig.

SCOLIE.

Si l'on inscrit au grand Cercle la droite AK égale au petit Diametre AO, & qu'on joigne la droite CK, l'Angle AKC sera droit *par* 31. 3. & *par* 47. 1. le quarré CK sera le premier terme de la proportion precedente, & le quarré AK ou AO, sera le second : & si à la place de ces deux quarrez, on veut avoir deux lignes en même Raison, il n'y a qu'à tirer du point K, la ligne KL perpendiculaire au Diametre AC, & alors les deux lignes AC, CL, seront en même Raison que les deux quarrez CK, AK, à cause des trois proportionnelles AC, CK, CL, comme il est évident *par* 8. 6. &c.

PROPOSITION XII.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'une Section Conique est dans son Diametre.

60. Fig. PRoposons par exemple la Parabole ABC, terminée par l'ordonnée AC au Diametre BD, qui la divise en deux également au point D. Je dis que le Centre de gravité de la Parabole ABC est en quelque point du Diametre BD.

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine au dedans de la Parabole ABC, une infinité de lignes paralleles entre elles & à l'Ordonnée AC, elles seront toutes des Ordonnées au Diametre BD, c'est à dire qu'elles seront toutes divisées en deux également par le Diametre BD, & le Centre de pesanteur de chacune se trouvera par consequent dans ce Diametre BD ; c'est pourquoy le Centre commun de pesanteur de toutes ces lignes, ou le Centre de gravité de la Parabole ABC, se trouvera dans le Diametre BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PRO-

PROPOSITION XIII.

Theoreme.

Si sur tant d'Ordonnées qu'on voudra à un même Diametre d'une Section Conique, l'on décrit autant de Triangles qui ayent leurs pointes au sommet de cette Section Conique, chacun de ces Triangles, & les Trapezes qui se trouveront dans la Section Conique, auront leurs Centres de pesanteur dans le Diametre de la même Section Conique.

PRoposons par exemple la Parabole ABC, dont le Diametre soit BD, auquel nous tirerons par exemple les deux Ordonnées AC, FG, pour avoir les deux Triangles ABC, FBG, & le Trapeze AFGC. Je dis que le Centre de gravité de ce Trapeze & de chacun des deux Triangles precedens est dans le Diametre BD. Planche 10. Fig. 101.

Demonstration.

Parce que les deux Bases AC, FG, des Triangles ABC, FBG, sont chacune divisées en deux également par le Diametre BD, le Centre de gravité de chacun de ces deux Triangles se trouvera *par Prop.* 3. dans le Diametre BD. *Ce qui est l'une des deux choses qu'il falloit démontrer.*

Parce que les deux côtez opposez & paralleles AC, FG, du Trapeze AFGC, sont divisez chacun en deux également par le Diametre BD, le Centre de gravité de ce Trapeze ou Trapezoïde AFGC sera *par Prop.* 5. dans ce Diametre BD. *Ce qui restoit à démontrer.*

Corollaire.

Il suit évidemment de cette Proposition, que la Figure rectiligne AFBGC, qui naît de la multitude des Ordonnées au Diametre BD, a aussi son Centre de gravité dans le Diametre BD, parce que ce Rectiligne est composé de Triangles & de Trapezes, qui ont tous leurs Centres de pesanteur dans le Diametre BD.

D'où il suit que d'autant plus on tirera d'Ordonnées dans la Section Conique, d'autant plus aussi ce Rectiligne aura de côtez, & par consequent il approchera toûjours de plus en plus de la Section Conique, de sorte qu'il luy deviendra égal, quand le nombre des Ordonnées sera infini: & comme le même Rectiligne a toûjours son Centre de gravité dans le Diametre BD, il s'ensuit ce qui a été déja démontré auparavant, sçavoir que la Section Conique ABC a aussi son Centre de pesanteur dans le Diametre BD.

PRO-

PROPOSITION XIV.

THEOREME.

Les Centres de gravité de deux Paraboles quelconques divisent semblablement les Diametres.

Planche 20: ibi. Fig.

POur démontrer que dans deux Paraboles quelconques de même genre les Centres de gravité divisent les Diametres en des parties proportionnelles, il suffira de faire dans une seule Parabole une construction & un raisonnement, qui pourront convenir à toute autre Parabole.

Faites sur l'Ordonnée AC, au Diametre BD, de la Parabole ABC, le Triangle ABC; & divisez les côtez AB, BC, chacun en deux également aux points H, I; pour joindre la droite HI. Tirez encore par les points H, I, les droites FK, GI, paralleles au Diametre BD, & joignez la droite FG, & les quatre AF, FB, BG, GC. Prenez HL égale au tiers de HF; & pareillement IO égale au tiers de IG, & enfin DQ égale au tiers de BD, pour avoir en L le Centre de gravité du Triangle ABF, en O celuy du Triangle CBG, & en Q celuy du Triangle ABC, & le point M sera le Centre commun de gravité des deux Triangles ABF, CBG: c'est pourquoy le Centre commun de pesanteur des trois Triangles ABF, ABC, CBG, ou le Centre de gravité du Pentagone AFBGC, sera dans la ligne MQ, *par Prop.* 13. & pour le trouver, on coupera la ligne MQ en R, en sorte que la somme des Triangles ABF, CBG, soit au Triangle ABC, reciproquement comme QR est à RM, & le point R sera le Centre de gravité du Pentagone AFBGC. Si l'on fait la même chose dans une autre Parabole quelconque; on pourra faire dans l'une & dans l'autre le même raisonnement qui suit.

Par la proprieté de la Parabole, le Quarré de AD, est au quarré de EF, ou KD, son égale, comme BD, est à BE; & parce que AD est double de KD, le quarré de AD sera quadruple du quarré de KD, & par consequent la ligne BD sera aussi quadruple de la ligne BE.

Parce que la ligne AD est double de la ligne KD, aussi la ligne AB sera double de la ligne BH, & par consequent la ligne BN double de la ligne BE. D'où il est aisé de conclure, que les deux lignes BE, EN, sont égales entre elles, & que EN, aussi bien que BE, est le quart de BD.

Parce que MN est le tiers de EN, & que EN est le quart de BD, il s'ensuit que MN est la douziéme partie de BD, à laquelle ajoûtant ND moitié de BD, on aura MD égale à sept douziémes de BD; & consequemment BM égale à cinq dou-

ziémes de BD : & si de MD, on ôte DQ égale au tiers de BD, il restera MQ égale à un quart de BD. Ainsi BE, EN, MQ, sont trois lignes égales. Planche 101 101. Fig.

Si l'on tire la ligne BT parallele à l'Ordonnée EF, & rencontrant la ligne FH prolongée en T, on connoîtra aisément que comme les deux lignes EB, EN, sont égales entre elles, aussi les deux FT, FH, sont égales entre elles, & par consequent les deux Triangles FBT, FBH égaux entre eux. D'où il suit que le Triangle BTH, ou son égal AKH est double du Triangle BFH : & parce que le Triangle AFB est aussi double du Triangle BFH, à cause de la Base AB double de la Base BH, il s'ensuit que le Triangle AKH est égal au Triangle ABF : & encore parce que le Triangle AKH est le quart du Triangle ADB, à cause de la Base AD double de la Base AK, & de la hauteur BD double de la hauteur KH, il s'ensuit que le Triangle ADB est quadruple du Triangle ABF, & que par consequent tout le Triangle ABC est quadruple de la somme des deux Triangles égaux ABF, CBG. D'où il suit que la ligne MR est quadruple de la ligne QR, parce que leur Raison est égale à celle du Triangle ABC, à la somme des deux ABF, CBG. C'est pourquoy si l'on divise MQ en cinq parties égales, la ligne QR en contiendra une, & la ligne MR en comprendra quatre : & parce que QM est un quart de BD, la ligne BD sera de 20 parties, de sorte que la ligne QR sera une vingtiéme de BD, & MR une cinquiéme de la même BD.

Que, si à la ligne QR égale à une vingtiéme partie de BD, on ajoûte la ligne DQ, qui est un tiers de BD, & qu'à MR égale à une cinquiéme partie de BD, on ajoûte BM égale à cinq douziémes parties de BD, on aura DR égale à vingt-trois soixantiémes parties de BD, & BR égale à trente-sept soixantiémes parties de BD. Ainsi l'on void que BR est à RD, comme 37 est à 23, ce qui se démontrera de la même façon dans toute autre Parabole du premier genre, telle qu'est celle dont nous parlons ici, ce qui se doit toûjours entendre ainsi, lorsqu'on parle simplement d'une Parabole.

Puisque donc le Centre de pesanteur R de ce Rectiligne AFBGC divise semblablement le Diametre de chaque Parabole, il le divisera aussi semblablement dans un Rectiligne de plus de côtez, & par consequent dans un Rectiligne d'une infinité de côtez, auquel cas il sera le même que la Parabole, & son Centre de gravité sera par consequent le même que celuy de la Parabole, c'est à dire que le point R conviendra avec le Centre de gravité P de la Parabole, lequel par consequent divise proportionnellement le Diametre BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Planche 20: 101. Fig.

COROLLAIRE.

Il s'ensuit que si une fois on a trouvé le Centre de pesanteur d'une Parabole, on connoîtra facilement celuy d'une autre Parabole du même genre, puisqu'il divise toûjours le Diametre en deux parties proportionnelles. Il ne reste donc plus qu'à vous enseigner le moyen de trouver le Centre de gravité d'une Parabole.

PROPOSITION XV.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'une Parabole donnée.

101. Fig. Pour trouver le Centre de gravité P, de la Parabole ABC, dont l'Ordonnée AC au Diametre BD luy sert de Base, il suffit de trouver la Raison des deux parties BP, DP, puisqu'elle est la même dans toutes les Paraboles, *par Prop.* 14.

Faites une construction semblable à la precedente, excepté que les points L, O, doivent être les Centres de gravité des deux Paraboles AFB, CGP, dont le Centre commun de pesanteur sera par consequent au point M. Faites encore ES égale au tiers de BE, ou de EN son égale.

Cela étant fait & supposé, il est évident *par Prop.* 14. que la Raison des Diametres BD, FH, des deux Paraboles ABC, AFB, est égale à celle des parties PD, LH, & comme il a été démontré que BD est quadruple de EN, ou de FH son égale; il s'ensuit que la partie PD, est aussi quadruple de la partie LH, ou de MN son égale, & que l'autre partie BP, est aussi quadruple de l'autre partie LF, ou de ME son égale, laquelle étant ôtée de BP, il restera les deux lignes BE, MP, triples ensemble de EM; & parce que ES est le tiers de EN, ou de EB son égale, on aura MS égale au tiers de PM, à cause des lignes égales EB, EN, & de EM égale au tiers de BE+MP. Puisque donc BD est quadruple de BE, & que BE est triple de ES, la ligne BS sera le tiers de BD, & parce que DQ est aussi le tiers de BD, il s'ensuit que DS, SQ, QD, sont trois lignes égales.

Puisque donc le Centre de gravité de la Parabole ABC est P, que celuy du Triangle ABC est Q, & que le Centre commun de pesanteur des deux Paraboles AFB, BGC, est M, la distance QP sera à la distance PM reciproquement comme la somme des deux Paraboles AFB, BGC, au Triangle ABC. Mais parce que cette somme est le tiers du Triangle ABC, à cau-

à cause de la Raison du Triangle ABC à la Parabole ABC, qui est comme 3 est à 4, comme il est aisé de connoître par ce qui en a été dit dans nôtre Traité de Geometrie, il s'ensuit que la distance QP, est le tiers de la distance PM. Mais il a été démontré auparavant, que MS est aussi le tiers de PM. Donc QP, & MS, sont deux lignes égales. Planche 101. Fig.

Ainsi pour trouver le Centre de gravité P de la Parabole ABC, il n'y a qu'à faire QP égale à MS. Maintenant pour trouver la Raison des deux parties BP, PD, on considerera que puisque MP est triple de QP, & aussi de MS, toute la ligne QS, ou QD son égale sera quintuple de la ligne QP; & parce que la ligne DQ est le tiers de BD, il s'ensuit que PQ est égale à une quinziéme partie de BD, à laquelle ligne PQ ajoûtant la ligne DQ égale à un tiers de BD, on aura DP égale à deux cinquiémes de BD & consequemment BP égale à trois cinquiémes de BD. Ainsi l'on void que la partie BP est à la partie PD, comme 3 est à 2. D'où l'on tire cette Methode generale pour trouver le Centre de gravité d'une Parabole donnée. *Divisez le Diametre de la Parabole donnée en cinq parties égales, & en prenez trois depuis le sommet, ou deux depuis la Base, & vous aurez le Centre de gravité de la Parabole proposée.*

PROPOSITION XVI.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'une Parabole tronquée.

NOus appellons *Parabole tronquée*, une partie de Parabole, qui est terminée par deux lignes paralleles, comme AFGC, dont les deux lignes AC, FG, sont divisées en deux également par le Diametre BD de la Parabole entiere ABC. Nous trouverons sur ce Diametre BD, le Centre de gravité de la Parabole tronquée AFGC, en trouvant *par Prop.* 15. le Centre de pesanteur V de la Parabole ajoûtée FBG, & le Centre de gravité P de la grande Parabole ABC, & en cherchant à la Parabole tronquée AFGC, à la Parabole ajoûtée FBG; & à la ligne VP, une quatriéme proportionnelle PX, & le point X sera le Centre de gravité de la Parabole tronquée AFGC, comme il est évident *par Prop. 7. Sect. 1.* 101. Fig.

SCOLIE.

On peut trouver plus facilement ce Centre de Pesanteur X, en mettant à la place des deux premiers termes de l'Analogie precedente, sçavoir de la Parabole tronquée

Planche 20. 101. Fig. AFGC, & de la Parabole ajoûtée FBG, la difference des Triangles ADB, FEB, & le Triangle FEB qui sont en même Raison. Ou bien sans qu'il soit besoin de prolonger la Parabole tronquée AFGC, on peut encore mettre à la place des deux termes precedens, la difference des Cubes des deux Ordonnées AD, EF, & le Cube de l'Ordonnée EF, qui sont aussi en même Raison, &c.

PROPOSITION XVII.

THEOREME.

Si l'on décrit un Cercle autour d'une Ellipse, & que l'on tire sur le grand Axe une perpendiculaire quelconque, les Segmens du Cercle & de l'Elipse auront un même Centre de gravité.

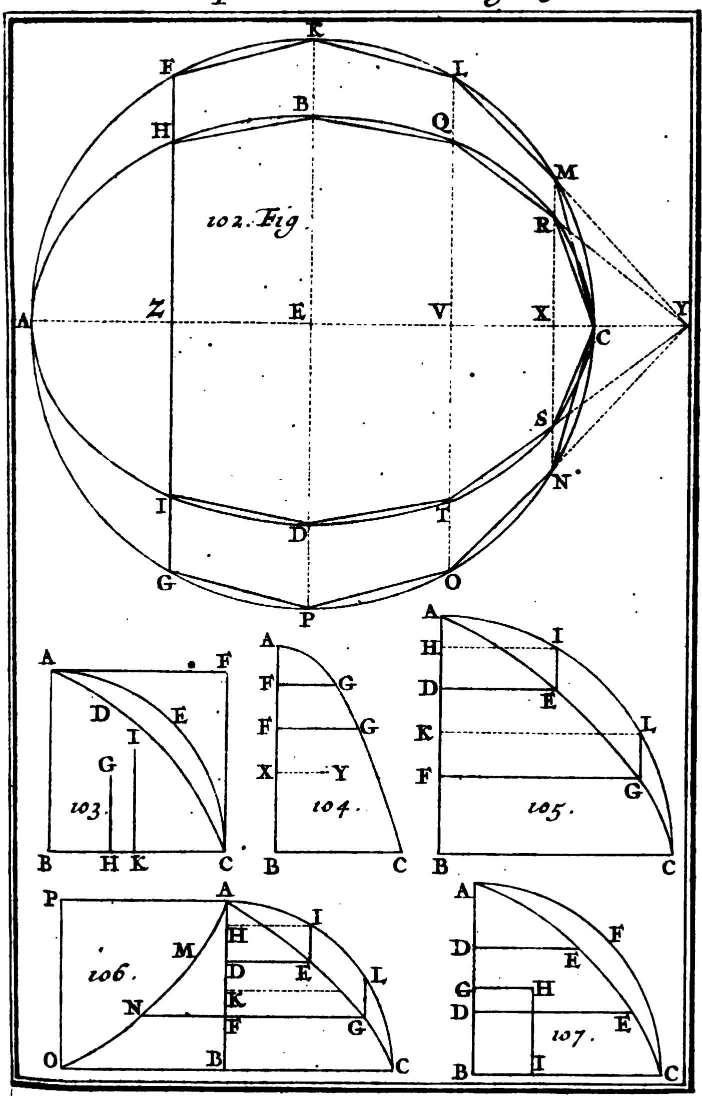
Planche 21. 102. Fig. JE dis que si l'on tire par le point Z pris à discretion sur le grand Axe AC de l'Ellipse ABCD, une perpendiculaire FG, qui détermine le Segment de l'Ellipse HCI, & le Segment FCG du Cercle décrit autour du Diametre AC; ces deux Segmens ont un même Centre de pesanteur.

PREPARATION.

Divisez l'Arc de Cercle FCG en quelque nombre pairement pair de parties égales, par exemple en huit aux points K, L, M, C, N, O, P, pour y inscrire un Polygone, & joignez les points opposez également éloignez de la ligne FG, par les droites KP, LO, MN, qui donneront sur l'Ellipse les points B, Q, R, S, T, D, pour avoir dans l'Ellipse un autre Polygone d'autant de côtez. Prolongez encore les quatre lignes LM, QR, ON, TS, jusqu'à ce qu'elles se coupent en un même point de l'Axe AC prolongé tant qu'il en sera besoin, comme au point Y, ce qui arrivera à cause des deux lignes MR, RX, égales aux deux NS, SX, & proportionnelles aux deux LQ, QV, égales aux deux OT, TV, comme il est évident par ce qui a été dit de l'Ellipse dans nôtre Traité de Geometrie.

DEMONSTRATION.

Cette Preparation étant faite, on connoîtra aisément que les deux Triangles isoscéles MCN, RCS, ayant une même hauteur CX, ont un même Centre de gravité, parce qu'il ne peut être que dans la hauteur commune CX, qui divise les Bases MN, RS, en deux également. On connoîtra de la même façon


K
F
L
B
Q
H
M
102. Fig.
R
A
Z
E
V
X
Y
C
S
N
I
T
D
G
O
P
A
F
D
E
I
G
103.
B
H
K
C
A
F
G
F
G
X
Y
104.
B
C
A
H
I
D
E
K
L
F
G
105.
B
C
P
A
I
H
M
106.
D
E
L
K
N
F
G
O
B
C
A
F
D
E
G
H
D
E
107.
B
I
C

connoîtra que les deux Triangles LYO, QYT, ont un même Centre de pesanteur, aussi bien que les deux MYN, RYS. On connoîtra aussi que les deux Trapezoïdes LMNO, QRST, ont un même Centre de gravité: car puisque les deux Triangles LYO, QYT, ont un même Centre de gravité, si l'on en ôte les deux Triangles MYN, RYS, qui ont aussi un même Centre de gravité, les restes qui sont les Trapezoïdes LMNO, QRST, auront un même Centre de gravité. Par la même Raison l'on connoîtra que les deux Trapezoïdes KLOP, BQTD, ont un même Centre de pesanteur, aussi bien que les deux KFGP, HBDI. D'où il est aisé de conclure, que le Polygone inscrit au Cercle a un même Centre de gravité que le Polygone inscrit à l'Ellipse. Planche 21. 102. Fig.

Maintenant si l'on conçoit que l'Arc FCG soit divisé en une infinité de parties égales, la partie correspondante de l'Ellipse se trouvera aussi divisée en une infinité de parties, & en ce cas le Polygone du Cercle sera égal au Segment de Cercle, & le Polygone de l'Ellipse sera égal au Segment d'Ellipse: & comme il vient d'être démontré que ces deux Polygones ont un même Centre de gravité, il s'ensuit que ces deux Segmens ont aussi un même Centre de pesanteur, aussi bien que le Cercle & l'Ellipse. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Lettre du R. P. Nicolas de la Compagnie de Jesus à l'Auteur.

De Toulouse le 1. Juin 1691.

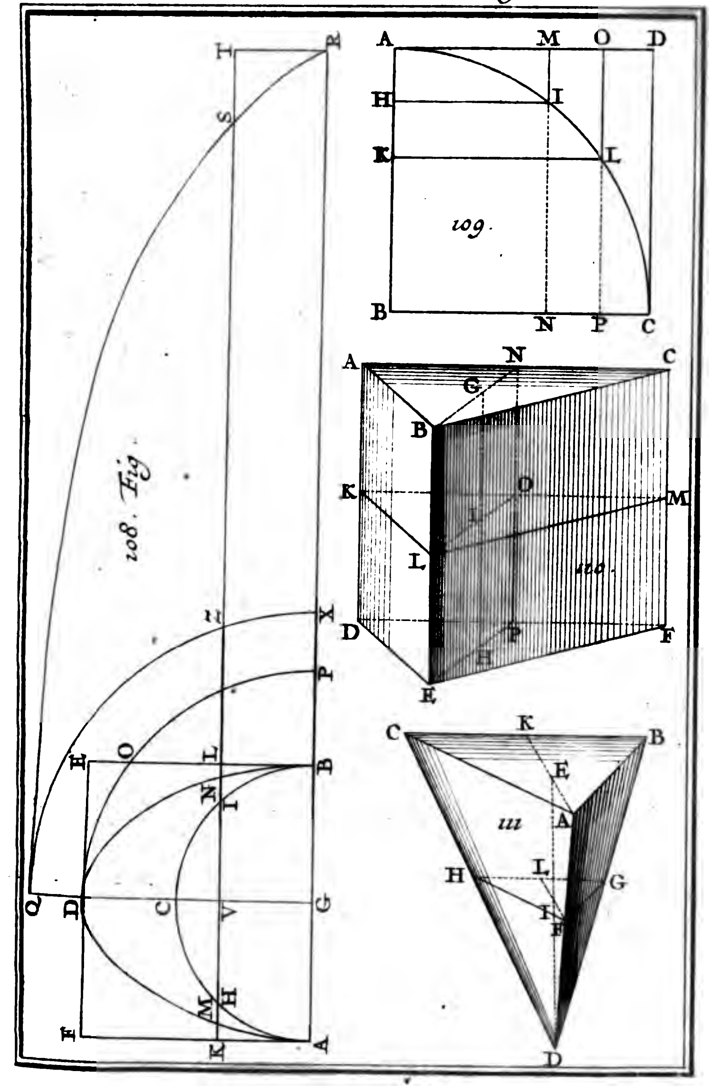
MONSIEUR,

« Vôtre Lettre du cinquiéme du mois passé m'a été fidellement renduë. Je vous suis obligé de toutes les honnêtetez dont elle est remplie, & sur tout je vous rends de tres-humbles graces des offres obligeantes que vous me faites de vouloir prendre quelque soin de mes Ouvrages, en cas que je les fasse imprimer à Paris. C'est une grace que je n'ay point meritée, & d'ailleurs je sçay de combien les momens vous sont precieux. Comment avez-vous pû faire vôtre beau Dictionnaire dans huit mois? c'est un travail de Geant, & il me semble que deux ans y seroient bien employez. Je n'ay jamais vû ni le Mesolabe de Slusius, ni les Mecaniques de Wallis, ni le Commercium Epistolicum d'Angleterre; je crois que je trouveray ce dernier Livre dans la Bibliotheque de Monsieur de Fermat, parce que Monsieur son pere, ce grand Mathematicien, qui vous est sans doute assez connu, fournit autrefois la matiere à une partie de ce Livre. Je verray ce qu'il y a de la Conchoïde, comme Slusius & Wallis n'en

„ parlent que succinctement & en passant, ainsi que vous me le
„ marquez, je vois que cela est tout different de ce que j'ay tra-
„ vaillé là-dessus. Mon Ouvrage qui est divisé en trois Livres,
„ est déja achevé. J'y traite non-seulement de la Conchoïde de
„ Nicomede, qui est la seule qu'on a connu jusqu'à present,
„ mais de toutes les autres Conchoïdes qui se peuvent former
„ des autres Figures, comme du Triangle, de l'Ellipse, de
„ la Parabole, de l'Hyperbole, &c. j'en examine les Touchan-
„ tes, la Quadrature, les Solides qui se font tant à l'entour de
„ l'Axe, qu'à l'entour de la Base, & le Centre de gravité. En-
„ tre autres choses j'ay démontré cette belle Proposition, que
„ le P. Lalouvere a avancé à l'Appendix 2. de sa Cycloïde, sans
„ en donner la Démonstration, & où il dit que la Quadratu-
„ re de la Conchoïde de Nicomede dépend de la Quadrature
„ du Cercle, & de celle de l'Hyperbole. Je veux joindre à ce
„ Traité des Conchoïdes un autre des Cissoïdes, où je traite
„ non-seulement de la Dioclée, qui est la Cissoïde
„ du Demi-cercle, & sur laquelle j'ay fait plusieurs
„ belles découvertes, mais encore des Cissoïdes qui
„ se peuvent former des autres Figures. Je joins ces deux
„ Traitez ensemble, à cause du rapport merveilleux que j'ay
„ découvert entre les Conchoïdes & les Cissoïdes, de sorte
„ que les mêmes principes m'ont servi pour les unes & pour
„ les autres. Wallis est je pense celuy qui a parlé plus au long
„ de la Cissoïde, dans un Livre qu'il a fait *de Cycloïde*, &c. im-
„ primé à Oxford en 1659. Mais je suis allé beaucoup au delà.
„ Je viens maintenant à la Question que vous m'avez propo-
„ sée des Zones de l'Hemisphere, du Demi-spheroïde, & du
„ Cylindre. Pour ce qui est de celles de l'Hemisphere & du Cy-
„ lindre, il est clair qu'elles sont égales, & on le peut aisément
„ démontrer, puisque la Surface de l'Hemisphere étant égale
„ à la Surface du Cylindre circonscrit (en retranchant les Ba-
„ ses,) & les parties de la Surface Hemispherique, aussi-bien
„ que les parties de la Surface du Cylindre étant entre elles
„ comme les parties de l'Axe, il s'ensuit de là que les Zones de
„ l'Hemisphere & du Cylindre sont égales entre elles. Il n'est
„ pas necessaire de vous en dire davantage, & d'ailleurs ce
„ n'est pas proprement ce que vous demandez, & vous dites
„ même qu'on en a déja parlé. Mais vous voudriez qu'on dé-
„ montrât que la Zone du Demi-spheroïde est aussi égale
„ aux autres deux Zones; à cela je vous réponds qu'on ne le
„ peut démontrer, parce que la Zone du Demi-spheroïde est
„ plus petite que les autres deux. Car pour me servir de la Fi-
„ gure que vous m'avez envoyée, je dis que la Zone AMNB
„ du Demi-spheroïde est plus petite que la Zone AKLB du
„ Cylindre.

Planche 12. 108. Fig.

„ Prenant GD le plus grand Demi-axe de l'Ellipse ADB
pour


108. Fig.
109.
110.
111.
A
M
O
D
H
I
K
L
B
N
P
C

pour Rayon, je décris le Quart de cercle GDP. Du point B " Planche 12. 108. Fig.
je tire la perpendiculaire BO, qui rencontre l'Arc DP au "
point O. Aux deux BO, GD, soit troisiéme proportionnel- "
le GQ. Soit la ligne GP prolongée en R, de sorte que GR "
soit égale à toute la circonference du Cercle ACB. Si l'on con- "
çoit un Quart d'Ellipse GQR, dont le Centre soit G, & qui "
passe par Q, R, je dis que prolongeant la ligne MN jusqu'à "
ce qu'elle rencontre cette Ellipse en S, le Segment d'Ellipse "
GVSR est égal à la Zone AMNB. "

J'ay démontré cette Proposition dans un Traité que j'ay "
composé *de Superficiebus rotundis*, & que je donneray un "
jour au Public. Je ne vous envoye pas cette Démonstra- "
tion, parce qu'elle dépend de beaucoup de principes, & "
qu'il me faudroit copier une grande partie de ce Traité, "
mais vous pouvez en être persuadé sur ma parole, car j'ay "
revû encore tout de nouveau ce Traité, pour m'en mieux "
assurer, & je l'ay trouvé fort juste, & mêmes conforme "
à ce que Monsieur Hugens a dit des Surfaces Conoïdes & "
Spheroïdes dans son Livre *De Horologio Oscillatorio pag.* 75. "
& seqq. & Wallis dans le Livre déja cité *de Cycloïde, &c.* "
pag. 98. *& seqq.* quoique ma Methode soit fort differente "
de celle de Wallis : car pour celle de Monsieur Hugens, "
il ne l'a point donnée au Public. Or cette Proprosition "
étant supposée, il n'est pas mal aisé de montrer que la Zo- "
ne AMNB est moindre que la Zone Cylindrique AKLB. "
Car la Zone Cylindrique est égale à un Rectangle, dont "
la hauteur est AK, ou GV, & la Base est égale à la circon- "
ference du Cercle ACB. Elle est donc égale au Rectangle "
GVTR. Donc le Rectangle GVTR étant plus grand que le "
Segment Elliptique GVSR, qui est égal à la Zone AMNB, "
il s'ensuit que la Zone Cylindrique AKLB est plus grande "
que la Zone du Demi-spheroïde AMNB. "

Vous avez raison, Monsieur, de dire que cette Proposi- "
tion de l'égalité de la Zone du Demi-spheroïde avec les au- "
tres deux Zones seroit d'une grande utilité, puisque si elle "
étoit veritable, nous aurions la Quadrature du Cercle, "
comme il est aisé de démontrer. "

Soit du Rayon GQ décrit le Quart de Cercle GQX, qui "
soit coupé par la ligne VS au point Z. Il est clair que le Se- "
gment Elliptique GVSR est au Segment circulaire GVZX, "
comme GR est à GX (*Archim. Prop. 6. de Conoïd.*) Or GR "
est égale à la circonference du Cercle ACB. Donc le Segment "
Elliptique GVSR étant égal à la Zone AMNB, comme "
nous avons dit, si cette Zone étoit égale à la Zone Cylin- "
drique AKLB, qui se reduit à un Cercle, il s'ensuivroit "
qu'un Cercle connu seroit au Segment circulaire GVZX, "

I 3 com-

Planche 22. 108. Fig.

comme la circonference du Cercle ACB, est à la ligne droite connuë GX, & partant on quarreroit le Segment circulaire GVZX, ce qui suffit pour la Quadrature du Cercle. Mais comme la Zone Spheroïdique n'est pas égale à la Cylindrique, la Quadrature du Cercle est encore à chercher.

Comme vous m'avez témoigné, Monsieur, souhaiter de voir la Methode dont je me sers pour trouver le Centre de gravité dans la Figure de Monsieur Tschirnhaus, je vous l'envoye dans l'écrit Latin cy-joint, je l'ay laissé ainsi, l'ayant tiré du Traité Latin que je composay dernierement sur cette Figure. Je crois que vous en serez satisfait.

Si je puis vous être utile en quelque chose, je vous prie de m'employer, je me feray un honneur & un plaisir particulier de vous obliger. Agréez aussi que je vous demande quelque part dans vôtre amitié, vous ne sçauriez la refuser à celuy qui est sincerement, &c.

Methodus ad inveniendum Centrum gravitatis in novâ Quadratrice D. Tschirnhaus.

Planche 21. 103. Fig.

ESto nova Quadratrix ABCD genita ex Quadrante circuli ABCE, sitque punctum G Centrum gravitatis Figuræ ABCD. Ex G demittatur in BC perpendicularis GH. Dico BH esse æqualem quartæ parti arcûs Quadrantis AEC. Compleatur Quadratum BF, sitque Quadrati BF Centrum gravitatis I, & per I demittatur in BC perpendicularis IK.

Omne Solidum Rotundum genitum ex conversione alicujus Figuræ circa lineam rectam æquatur Solido recto cujus basis est ipsa Figura, altitudo autem æqualis viæ Rotationis, sive circumferentiæ descriptæ à Centro gravitatis in illa Rotatione Figuræ (ex principio generali quod traditum est à Guldino in Centrobaricis, & demonstratum à Tacqueto Lib. 5. Cylindricorum & Annularium.) Ergo Solidum rotundum genitum ex conversione Figuræ ABCD circa AB, æquatur Solido recto, cujus Basis est ipsa Figura ABCD, altitudo autem æqualis circumferentiæ Radii BH: & Cylinder genitus ex conversione quadrati BF circa eamdem AB, æquatur Cylindro recto, cujus basis est ipsum quadratum BF, altitudo autem æqualis circumferentiæ Radii BK. Igitur Rotundum genitum ex Figurâ ABCD, se habet ad Cylindrum genitum ex Quadrato BF, ut Solidum rectum, cujus basis Figura ABCD, altitudo circumferentia Radii BH; ad Solidum rectum, cujus basis Quadratum BF, altitudo circumferentia Radii BK. Solida autem recta sunt inter se in Ratione compositâ basium & altitudinum. Quare Rotundum ex Figurâ ABCD est ad Cylindrum ex Quadrato BF, in Ratione compositâ Figuræ ABCD, ad Quadratum BF, & cir-

circumferentiæ Radii BH ad circumferentiam Radii BK. " Planche
Demonstratum autem est Figuram ABCD esse ad Quadra- " 103. Fig.
tum BF, ut Radius BC est ad arcum Quadrantis AEC: & "
circumferentia Radii BH est ad circumferentiam Radii BK, "
ut ipse Radius BH est ad Radium BK. Ergo Rotundum ex Fi- "
gura ABCD est ad Cylindrum ex Quadrato BF, in Ratione "
compositâ Radii BC ad arcum Quadrantis AEC, & rectæ "
BH ad rectam BK; sive secto arcu AEC bifariam, in E, in "
Ratione compositâ dimidiæ BC ad arcum AE & BH ad BK. "

Cùm autem KI transeat ex hypot. per Centrum gravitatis "
Quadrati BF, BK est dimidia ipsius BC; Ergo Rotundum "
ex Figurâ ABCD ad Cylindrum ex Quadrato BF, est in Ra- "
tione compositâ ex Rationibus BK ad AE, & BH ad BK, sive "
in Ratione BH ad AE, quæ ex illis composita est. Demon- "
stratum est autem idem Rotundum ex Figurâ ABCD circa "
AB esse ad Cylindrum ex Quadrato BF circa eandem AB, ut "
1 ad 2. Ergo BH est ad arcum AE, ut 1 ad 2: & cùm arcus "
AE sit dimidia pars arcûs Quadrantis AEC, BH est ad arcum "
Quadrantis AEC, ut 1 ad 4. Quod erat demonstrandum. "

Hinc habemus determinatam distantiam G Centri gravi- "
tatis Figuræ ABCD à rectâ AB: sed paulò difficilius est de- "
terminare distantiam ejusdem Centri gravitatis à rectâ BC, "
nec possumus uti Methodo priori, cùm adhuc ignotum sit "
Rotundum ex Figurâ ABCD circa BC rotatâ. Aliâ igitur "
viâ nobis progrediendum est, quam sequentibus Proposi- "
tionibus explicabimus. "

Supponimus primò Principium hoc universale ad inve- "
nienda Centra gravitatis utilissimum. "

Si sit quæcumque Figura plana ABC contenta duabus re- " 104. Fig.
ctis AB, BC angulum rectum comprehendentibus, & lineâ "
AGC: sive rectâ sive curvâ: sint autem ex singulis punctis "
F, rectæ AB ordinatæ FG parallelæ BC, & intelligantur "
singula Segmenta AFG, AFG, erigi perpendiculariter supra "
singulas ordinatas FG, FG, & Segmentum ABC erigi simi- "
liter supra ordinatam BC; ex hujusmodi Segmentis ita ere- "
ctis, & insistentibus perpendiculariter Plano ABC, consti- "
tuetur Solidum, cujus basis erit ipsa Figura ABC erecta, alti- "
tudo autem AB. "

Dico hujusmodi Solidum, quod est summa Segmento- "
rum erectorum, esse ad aliud Solidum rectum, cujus basis "
est ipsa Figura ABC, altitudo AB, ut BX recta, est ad re- "
ctam BA, posito quòd XY recta parallela BC transeat "
per Centrum gravitatis Figuræ ABC. "

Hoc Principium jam demonstratum est à D. Pascal sub no- "
mine Dettonville, latentis in Tractatu quem edidit de Cy- "
cloide, quod enim nos vocamus hîc summam Segmentorum "
AFG, AFG, apud illum est summa Triangularis eorundem "

Planche 21. 204. Fig.

Segmentorum; quare superfluum est addere aliam ejusdem Principii demonstrationem Geometricam, quam invenimus, deduximusque ex Principio Guldini supra posito.

Hinc autem constat si figura ABC supponatur esse nova Quadratrix D. Tschirnhaus & supponatur XY parallela BC transire per illius Centrum gravitatis Y, ut habeatur Ratio BX, ad BA, ac proinde ipsa BX, quærendam esse Rationem summæ Segmentorum AFG, AFG, ABC, erectorum supra rectas FG, FG, BC, ad Solidum rectum, cujus basis est ipsa Figura ABC, altitudo autem AB. Hanc autem rationem ex Lemmatibus sequentibus deducemus.

LEMMA I.

207. Fig. Esto nova Quadratrix ABCE genita ex Quadrante circuli ABCI. Ducatur autem in Quadratrice quæcumque ordinata DE parallela BC, & ex E recta EI parallela AB occurrens arcui Quadrantis in I: sitque IH Sinus rectus arcûs AI, ac proinde AH Sinus versus ejusdem arcûs. Dico Segmentum ADE esse ad Quadratricem ABCE, ut AH est ad Radium AB.

In Propositione quâ demonstravimus, Quadratricem ABCE, esse ad Quadratum circumscriptum, ut Radius AB, est ad arcum Quadrantis; Ostensum est Quadratricem ABCE esse ad superficiem Hemisphæricam genitam ex arcu Quadrantis AIC in Ratione compositâ Radii AB, ad arcum Quadrantis AIC, & Radii circuli ad circumferentiam. Eodem autem planè modo ostendetur Segmentum Quadrantis ADE, esse ad portionem superficiei Sphæricæ descriptam ab arcu AI, in ratione composita AD ad arcum AI, & Radii ad suam circumferentiam. Cum ergo Rationes AD, ad arcum AI, & AB ad arcum AIC, sint æquales ex proprietate & generatione curvæ AEC, ac proinde sit eadem Ratio composita ex Rationibus AD ad arcum AI, & Radii ad suam circumferentiam, quæ componitur ex Rationibus AB ad arcum AIC, & Radii ad suam circumferentiam, sequitur Segmentum ADE esse ad portionem superficiei Sphæricæ genitam ex arcu AI, ut tota Quadratrix ABCE, est ad superficiem Hemisphæricam genitam ex arcu Quadrantis AIC, & permutando. Cùm igitur portio superficiei Sphæricæ genita ex arcu AI, sit ad superficiem Hemisphæricam genitam ex arcu AIC, ut Sinus versus AH est ad Radium, ut constat ex Archimede, Segmentum ADE est ad Quadratricem ABCE, ut AH ad AB. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Hinc sequitur, ductâ aliâ quâcumque Ordinata FG, & ex

G 2

G, GL parallela AB, atque ex L, LK, Sinu recto arcûs AL, Segmentum ADE, esse ad Segmentum AFG, ut AH Sinus versus arcûs AI, est ad AK Sinum versum arcûs AL: quod facilè colligetur ex æquo, comparando utrumque Segmentum ADE, AFG, cum totâ Quadratrice ABCE. Unde Segmenta Quadratricis sunt semper inter se ut Sinus versi arcuum Quadrantis proportionalium altitudinibus Segmentorum. Planche 22. 105. Fig.

Lemma II.

Si concipiatur Sinus versus AH applicari in D, sive poni DM æqualis ipsi AH, ad angulos rectos AB, & Sinus versus AK applicari in F, sive poni FN æqualis AK, & Sinus totus AB applicari in B, sive poni BO ipsi æqualis, & ita applicentur omnes Sinus versi in punctis rectæ AB, in quibus secatur proportionaliter cum arcubus illorum Sinuum versorum, fiet nova Figura ABO, quæ vocetur *Figura plana Sinuum versorum*. 106. Fig.

Dico hujusmodi Figuram planam Sinuum versorum ABO esse ad Rectangulum BP circumscriptum, ut summa Segmentorum ADE, AFG, ABC, erectorum, est ad Solidum rectum circumscriptum, cujus nimirùm basis est ipsa Figura ABCE erecta, altitudo autem AB.

Nam summa Segmentorum ADE, AFG, &c. erectorum nihil est aliud quàm Solidum, cujus Sectiones sunt ipsa Segmenta ADE, AFG, &c. erecta perpendiculariter supra DE, FG, &c. ac proinde sibi ipsis parallela. Hujusmodi autem Segmenta sunt semper inter se ut Sinus versi AH, AK (Lem. 1.) sive, ut ipsis æquales DM, FN. Cùm igitur Sectiones Solidi illius sint semper proportionales cum Sectionibus Figuræ planæ ABO, sitque eadem distantia tam inter Sectiones Solidi, quàm inter Sectiones Figuræ planæ; ex Methodo Indivisibilium, quæ facilè etiam reduci potest ad Methodum Antiquorum, Solidum quod est summa Segmentorum ADE, AFG, &c. erectorum, est ad Solidum rectum circumscriptum, cujus nimirùm basis est ipsa Figura ABCE erecta, altitudo AB, ut Figura plana Sinuum versorum ABO, est ad Rectangulum BP circumscriptum. Quod erat demonstrandum.

Corollarium.

Habebimus igitur fractionem Solidi, quod est summa Segmentorum ADE, AFG erectorum, ad Solidum rectum circumscriptum, si habeamus Rationem Figuræ planæ Sinuum versorum ABO, ad Rectangulum BP circumscriptum; hanc autem ultimam Rationem sic indagabimus.

Lem-

Planche 21. 206. Fig.

LEMMA III.

Si intelligantur singuli Sinus versi AH, AK, &c. erigi perpendiculariter in punctis I, L, & supra arcum Quadrantis AIC, ex illis Sinubus ita erectis & insistentibus perpendiculariter supra arcum AIC, fiet quædam superficies curva, cujus basis erit ipse arcus AIC, altitudo autem AB; vocetur hæc superficies *Figura curva Sinuum versorum.*

Dico Figuram hujusmodi Curvam Sinuum versorum esse ad superficiem Cylindricam circumscriptam, cujus basis est arcus Quadrantis AIC, altitudo AB, ut Figura plana Sinuum versorum ABO, est ad Rectangulum circumscriptum BP.

Ex proprietate Quadratricis ABCE, recta AB secatur in D, F, &c. in eâdem ratione ac arcus AIC in I, L, &c. Cùm igitur Ordinatæ DM, FN, &c. sint ex hypothesi æquales Sinubus versis AH, AK, &c. qui eriguntur in I, L, &c. ex Methodo Indivisibilium summa Sinuum versorum AH, AK, &c. erectorum in I, L, &c. sive Figura Curva Sinuum versorum, est ad superficiem Cylindricam circumscriptam cujus basis arcus AIC, altitudo AB, ut Figura plana Sinuum versorum ABO, est ad Rectangulum BP circumscriptum. Quod erat demonstrandum.

Restat igitur nobis inquirenda Ratio quam habet Figura curva Sinuum versorum erectorum supra arcum Quadrantis ad superficiem Cylindricam circumscriptam; hanc autem habebimus ex Lemmate sequenti.

LEMMA IV.

Figura Curva Sinuum versorum erectorum supra arcum Quadrantis est ad superficiem Cylindricam circumscriptam, cujus basis est arcus Quadrantis, altitudo vero æqualis Radio, ut differentia Radii & arcûs Quadrantis est ad arcum Quadrantis.

Planche 12. 209. Fig.

Esto Quadrans circuli ABC, per singula puncta I, L, &c. arcus AIC intelligantur ductæ rectæ MN, OP, parallelæ AB, occurrentes BC in N, P, & (completo Quadrato BD) rectæ AD, in M, O, atque ex iisdem punctis I, L, &c. ductis IH, LK, ordinatis ad AB, erunt AH, AK, Sinus versi arcuum AI, AL, & illis æquales IM, LO.

Consideremus tres summas rectarum, primam Rectarum MN, OP, &c. erectarum in punctis I, L, &c. Secundam Rectarum IN, LP, erectarum etiam in I, L, &c. Tertiam denique Rectarum IM, LO, &c. erectarum pariter in I, L, &c. Patet secundam & tertiam summam simul sumptas

esse

esse æquales primæ, cùm IM+IN æquetur MN, & LO +LP, æquetur OP, & sic de cæteris. Unde tertia summa est differentia primæ & secundæ summæ. Planche 22. 109. Fig.

Jam prima summa Rectarum MN, OP, &c. æqualium inter se & erectarum in I, L, &c. est superficies Cylindrica cujus basis arcus Quadrantis AIC, altitudo verò æqualis Radio AB. Ergo est æqualis Rectangulo cujus unum latus est æquale arcui AIC, alterum verò Radio AB.

Secunda verò summa Rectarum IN, LP, erectarum in I, L, &c. est æqualis Quadrato BD, quod sic ostendemus. Intelligatur ex Quadrato ABC circa BC converso generari Hemisphærium, singulæ IN, LP, generant circulos, quorum Radii sunt ipsæ IN, LP, & quoniam circumferentiæ sunt inter se ut Radii, summa Radiorum IN, LP, erectorum in I, L, est ad summam circumferentiarum eorumdem Radiorum, sive ad superficiem Hemisphæricam, ut una circumferentia est ad Radium, ex Methodo Indivisibilium: est autem ex Archim. superficies Hemisphærica dupla circuli maximi, sive æqualis Rectangulo contento sub Radio AB, & peripheriâ Radii ejusdem AB. Ergo summa Rectarum IN, LP, &c. erectarum in I, L, &c. est ad Rectangulum contentum sub Radio AB, & peripheriâ ejusdem Radii AB, ut Radius AB est ad suam peripheriam. Sed in eadem Ratione Radii AB ad suam peripheriam est Quadratum BD ad idem Rectangulum contentum sub AB & peripheriâ Radii AB, ut patet. Ergo summa rectarum IN, LP, &c. & Quadratum BD, habent eamdem Rationem ad idem Rectangulum, ac proinde summa Rectarum IN, LP, &c erectarum est æqualis Quadrato BD.

Cùm igitur ostensum sit, Tertiam summam Rectarum IM, LO, &c. esse differentiam primæ Rectarum MN, OP, & secundæ Rectarum IN, LP, &c. prima autem summa sit æqualis Rectangulo contento sub AB & arcu AIC, secunda verò Rectarum IN, LP, &c. sit æqualis Quadrato BD, sive Rectangulo sub AB & AB, patet tertiam summam Rectarum IM, LO, &c. esse differentiam Rectanguli contenti sub arcu AIC, & sub Radio AB, & Rectanguli sub AB & AB. Cùm autem horum Rectangulorum eadem sit altitudo AB, eorum differentia æquatur Rectangulo cujus altitudo eadem AB, basis verò differentia basium, nempe differentia Radii AB, & arcûs AIC. Ergo summa rectarum IM, LO, &c. erectarum in I, L, &c. æquatur Rectangulo cujus altitudo est AB, basis autem differentia AB, & arcûs AIC. Ergo est ad Rectangulum cujus eadem altitudo AB, basis arcus AIC, ut basis ad basim, sive ut differentia Radii AB, & arcûs Quadrantis AIC, ad arcum Quadrantis AIC. Est autem Rectangulum cujus altitudo AB, basis arcus AIC, æquale superficiei Cylindricæ ejusdem altitudinis & basis. Ergo summa recta-

rum

Planche 21. 207. Fig. „ rum IM, LO, &c. sive Sinuum versorum AH, AK, &c. „ erectorum in I, L, &c. est ad superficiem Cylindricam „ circumscriptam, ut differentia Radii & arcûs Quadrantis, „ ad arcum Quadrantis. Quod erat demonstrandum.

„ His positis jam facile determinabimus Centrum gravitatis quæsitum. Sit enim nova Quadratrix ABCE, genita ex „ Quadrante ABCF, sitque illius Centrum gravitatis H. Ex „ H in AB, demittatur perpendicularis HG. Dico AG esse „ AB, ut Radius AB, est ad arcum Quadrantis AFC.

„ Est enim ex principio supra posito, BG ad BA, ut summa Segmentorum ADE, ADE, ABC, ad Solidum rectum „ circumscriptum : ut autem prædicta summa ad Solidum „ rectum, ita Figura plana Sinuum versorum ad Rectangulum circumscriptum (Lem. 2.) & ut Figura plana Sinuum „ versorum ad Rectangulum circumscriptum, ita (Lemm. „ 3.) Figura curva Sinuum versorum ad superficiem Cylindricam, circumscriptam, & ut figura curva Sinuum versorum ad superficiem Cylindricam, ita (Lemm. 4.) differentia Radii & arcûs AFC, ad arcum AFC. Ergo BG est ad „ BA, ut differentia AB Radii & arcûs AFC, ad arcum AFC. „ Ergo AG differentia antecedentis BG & consequentis AB, „ est ad consequens AB, ut AB differentia secundi antecedentis & consequentis est ad secundum consequens nempe „ ad arcum AFC. Quod erat demonstrandum.

„ COROLLARIUM.

„ Hinc determinata est distantia Centri gravitatis H à rectâ „ BC: determinavimus autem initio distantiam ejusdem „ Centri gravitatis H à recta AB. Ergo determinatum est „ Centrum gravitatis H. Quod erat faciendum.

SECTION III.

Du Centre de gravité des Solides.

CEtte Section semble être plus utile que les precedentes, parce qu'elle traite des Solides que nous avons toûjours entre les mains, & que les deux precedentes ne traitent que des Lignes & des Plans, qui n'existent separez que dans l'imagination. Ils ne laissent pourtant pas d'avoir leurs utilitez, puisqu'ils sont comme les fondemens de celle-cy, & que tout ce qui a été dit touchant les Lignes & les Plans se peut appliquer à de semblables Corps par tout également épais, comme vous verrez encore mieux dans la suite.

PRO-

PROPOSITION I.

Theoreme.

Si l'on coupe un Prisme par un Plan parallele aux deux Plans opposez, la Section sera un Plan égal & semblable à chacun de ces deux Plans opposez: & son Centre de gravité sera dans la ligne droite qui passe par les Centres de pesanteur des deux mêmes Plans opposez.

Proposons par exemple un Prisme triangulaire ADEFC, dont les deux Plans opposez, semblables, paralleles & égaux sont les deux Triangles ABC, DEF, dont les Centres de pesanteur sont les points G, H. Je dis que si l'on coupe ce Prisme par un Plan parallele à l'un de ces deux Triangles, en sorte que la Section soit par exemple le Triangle KLM, ce Triangle KLM sera égal & semblable à chacun des deux Triangles opposez ABC, DEF, & que son Centre de pesanteur I sera dans la ligne droite GH. Planche 22. Fig. 110.

Demonstration.

Puisque les deux Plans ABC, KLM, sont paralleles, & qu'ils sont tous deux coupez par le Plan ABED, leurs Sections AB, KL, seront paralleles, *par 16. 11.* Par la même raison l'on connoîtra que les deux lignes BC, LM, sont égales entre elles & paralleles, aussi bien que les deux AC, KM. Ainsi tous les côtez d'un Triangle seront égaux à tous les côtez de l'autre Triangle, les uns aux autres, c'est pourquoy *par 8. 1.* ils seront égaux, équiangles, & semblables. *Ce qui est la premiere des deux choses qu'il falloit démontrer.*

Parce que les trois Triangles ABC, KLM, DEF, sont égaux & semblables entre eux, leurs Centres de gravité G, I, H, seront semblablement posez, & par consequent dans la même ligne droite G, I, H. *Ce qui restoit à démontrer.*

Scolie.

Pour ne laisser aucun doute de cette Demonstration, nous démontrerons que les Centres de pesanteur G, I, H, sont semblablement posez, en sorte que si les Triangles ABC, KLM, DEF, étoient appliquez les uns sur les autres, leurs Centres de gravité G, I, H, conviendroient ensemble, quoique cela soit assez évident de soy-même.

Planche 22. 110. Fig. Il est clair par ce qui a été dit ailleurs, que les trois lignes BGN, LIO, KHP, divisent leurs côtez opposez égaux AC, KM, DF, en deux également aux points N, O, P, de sorte que les trois lignes AN, KO, DP, seront égales entre elles, ce qui fait que les trois Triangles ABN, KLO, DEP, sont égaux entre eux, & aussi les trois Angles ABN, KLO, DEP, & encore les trois lignes BN, LO, EP, & consequemment leurs tiers NG, OI, PH. D'où il suit que les trois lignes BG, LI, EH, sont aussi égales entre elles, & comme elles sont paralleles, il s'ensuit que leurs extremitez G, I, H, sont semblablement posées, & qu'elles sont dans une même ligne droite.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Prisme est au milieu de la ligne droite qui passe par les Centres de gravité de deux Plans opposez.

116. Fig. Je dis que le Centre de gravité du Prisme ADEFC est au point I milieu de la droite GH, qui passe par les Centres de pesanteur G, H, des deux Plans opposez ABC, DEF.

DEMONSTRATION.

Comme nous avons démontré dans la *Prop.* 1. qu'en quelque lieu que l'on coupe le Prisme par un Plan parallele aux Plans opposez, la Section aura son Centre de gravité dans la ligne GH: & comme ce Prisme peut être coupé de la sorte en une infinité de façons differentes, il s'ensuit qu'on le peut considerer comme composé d'une infinité de Plans paralleles entre eux, & aux deux opposez, dont les Centres de gravité sont dans la ligne GH, & par la Methode des Indivisibles, on conclud d'abord que la somme de tous ces Plans infinis, où le Prisme ADEFC, a son Centre de pesanteur dans la ligne GH, & par consequent en son point de milieu I. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, qu'un Prisme Triangulaire a son Centre de gravité dans un Plan, qui passe par un des Angles & par le milieu du côté opposé. Car puisque ce Centre de pesanteur est dans la ligne GH, il est aussi dans le Plan BH, ou BEPN, qui passe par l'Angle B, & par le milieu N du côté opposé AC.

Il s'ensuit aussi que le Centre de pesanteur d'un Parallelepipede quelconque, & d'un Cylindre, est au milieu de son Axe. Planche 22.

Il s'ensuit encore que le Centre de gravité d'un Prisme, dont les deux Plans opposez sont des Trapezoïdes, se trouve dans un Plan, qui divise les côtez paralleles de ces deux Trapezoïdes en deux également. 110. Fig.

PROPOSITION III.

Theoreme.

Si l'on coupe une Pyramide par un Plan parallele à sa base, la Section sera un Plan semblable à cette base, & son Centre de gravité sera dans la ligne droite, qui passe par le Centre de pesanteur de la base & par la pointe de la Pyramide.

PRoposons par exemple une Pyramide Triangulaire ABCD, dont la base soit le Triangle ABC, qui a pour Centre de gravité le point E, & dont le sommet soit par consequent au point D. Je dis que si l'on coupe cette Pyramide par un Plan parallele à la base ABC, en sorte que la Section soit par exemple le Triangle FGH, ce Triangle FGH sera semblable au Triangle ABC, & son Centre de pesanteur I sera dans la ligne droite DE. 111. Fig.

Demonstration.

Puisque les deux Plans ABC, FGH, sont paralleles, & qu'ils sont tous deux coupez par le Plan CAD, leurs Sections CA, HF, seront paralleles, *par* 16. 11. Par la même Raison l'on connoîtra que les deux lignes AB, FG, seront paralleles, aussi-bien que les deux CB, HG. Ce qui rend ces lignes proportionnelles, & leurs Angles égaux, & par consequent les Triangles ABC, FGH. *Ce qui est l'une des deux choses qu'il falloit démontrer.*

Maintenant pour démontrer que le Centre de pesanteur I, du Triangle FGH est dans la ligne DE, on considerera que dans les Triangles semblables CAK, HFL, les lignes FL, AK, ou FI, AE, sont paralleles, & que la Raison des lignes FH, AC, est égale à celle des lignes FL, AK. Mais la Raison des mêmes lignes FH, AC, est égale à celle des lignes DF, DA. Donc la Raison des lignes DF, DA, est égale à celle des lignes FL, AK. Mais encore la Raison des lignes FL, AK, est égale à celle des lignes FI, AE, parce que les lignes FI, AE, sont chacune les deux tiers de leurs lignes FL, AK, Donc comme DF est à DA, ainsi FI est à AE, & comme les droites FI, AE, sont paralleles, il s'ensuit que leurs extremitez I, E, sont semblablement posées, & par consequent dans la ligne droite DE. *Ce qui restoit à démontrer.*

SCOLIE.

Planche 22. 111. Fig. Ce qui a été démontré d'une Pyramide triangulaire, se peut aussi démontrer de la même façon d'une Pyramide de plus de côtez, & mêmes d'un Cone, qui est proprement une Pyramide d'une infinité de côtez, & de toute autre Pyramide; dont la base est terminée par une seule ligne continuë.

PROPOSITION IV.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'une Pyramide est dans la ligne droite qui passe par une de ses pointes & par le Centre de pesanteur du Plan opposé à cette pointe.

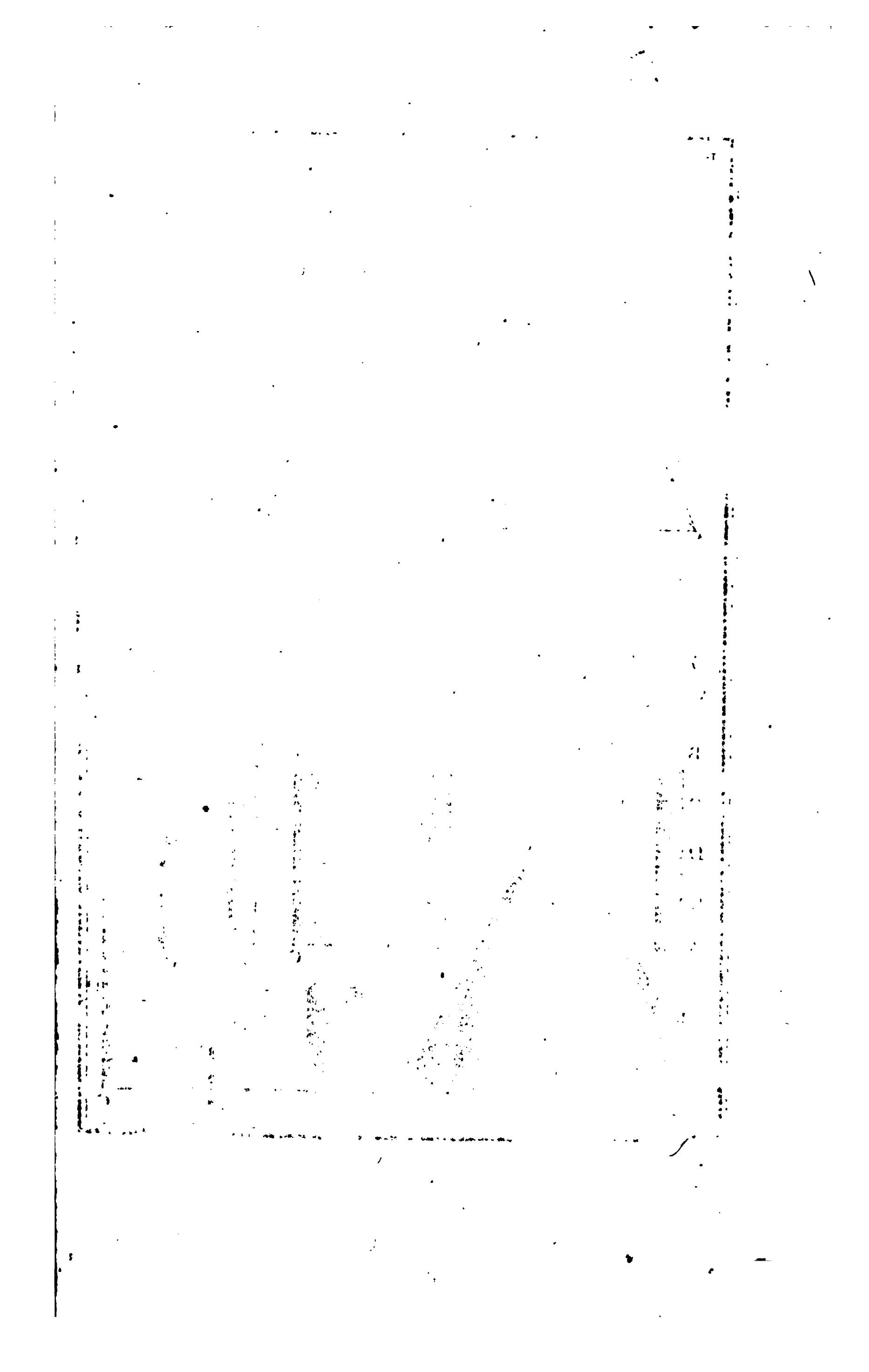
111. Fig. JE dis que le Centre de gravité de la Pyramide ABCD, est en quelque point de la ligne droite DE, qui passe par la pointe ou Angle Solide D, & par le Centre de pesanteur E du Plan opposé ABC.

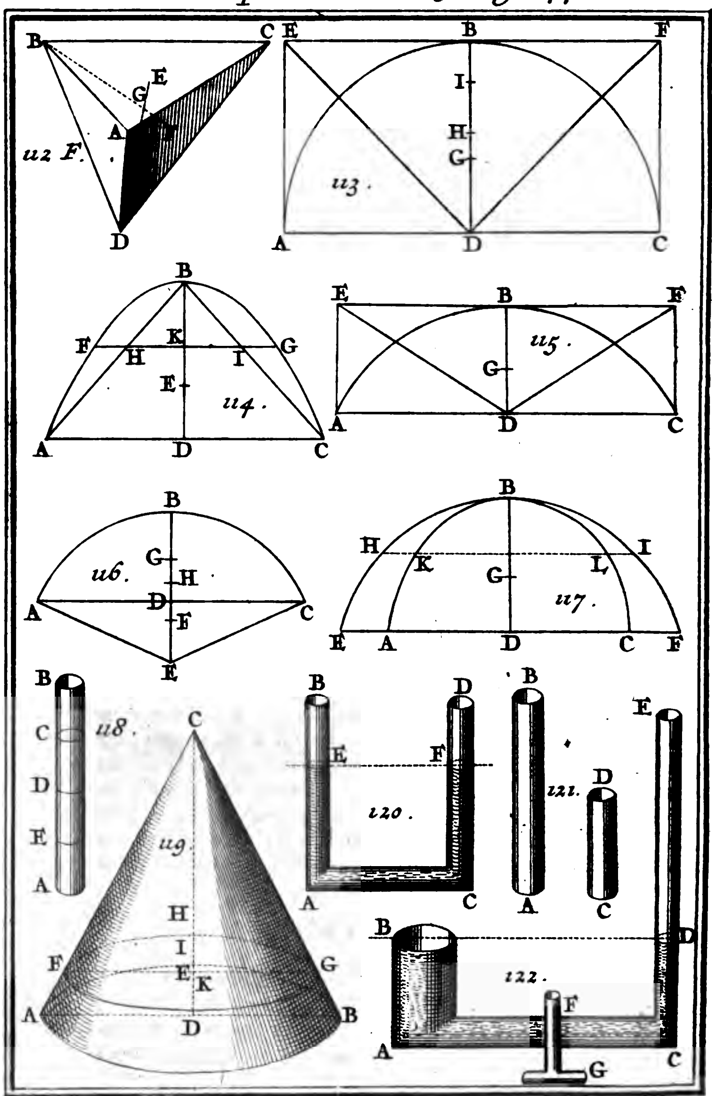
DEMONSTRATION.

Car comme il a été démontré dans la *Prop*. 3. qu'en quelque lieu que l'on coupe la Pyramide ABCD par un Plan parallele à l'une de ses bases, comme à la base ABC, dont le Centre de pesanteur est E, la Section aura son Centre de gravité dans la ligne DE: & comme cette Pyramide peut être coupée de la sorte en une infinité de façons; il s'ensuit qu'elle peut être considerée comme composée d'une infinité de Plans paralleles entre eux & à la base ABC, dont les Centres de gravité sont dans la ligne DE. D'où il suit que la somme de tous ces Plans infinis, ou la Pyramide ABCD a aussi son Centre de gravité dans la ligne DE. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Planche 23. 112. Fig. Il suit évidemment de cette Proposition, que le Centre de gravité d'une Pyramide est dans le concours de deux lignes droites tirées par les Angles solides de la Pyramide & par les Centres de gravité des Plans opposez. Car comme il a été démontré que le Centre de pesanteur de la Pyramide ABCD est dans la ligne DE, qui passe par l'Angle solide D, & par le Centre de pesanteur E du Plan opposé ABC; l'on peut démontrer de la même façon que ce Centre de pesanteur est




112 F.
113.
114.
115.
116.
117.
118.
119.
120.
121.
122.

aussi dans la ligne BF, qui passe par l'Angle solide B, & par le Centre de pesanteur F du Plan opposé CAD. D'où l'on doit conclure, qu'il est dans la commune Section G de ces deux lignes DE, BF, dont les parties GE, GD, GF, GB, sont proportionnelles, la plus petite GE étant le tiers de la plus grande GD, ou la plus petite GF le tiers de la plus grande GB, ce que nous pourrions démontrer icy, si nous n'avions dessein de finir bien-tôt cette Section, pour venir à des choses de plus grande utilité. Planche 23. 112. Fig.

Scolie.

Vous prendrez garde que tout ce qui a été dit jusques à present de la Pyramide, se doit entendre aussi du Cone, qui est une Pyramide d'une infinité de côtez. Pour abreger nous ne nous amuserons pas ici à démontrer que le Centre de gravité d'un Corps regulier est le même que le Centre de la Sphere circonscrite, & que le Centre de pesanteur d'une Sphere ou d'un Spheroïde, est le même que son Centre de grandeur, parce que cela est assez évident de soy-même.

PROPOSITION V.

Theoreme.

Le Centre de gravité d'un Hemisphere est dans le Demi-diametre perpendiculaire au Diametre de sa Base.

Je dis que le Centre de gravité de l'Hemisphere ABC, est en quelque point du Demi-diametre BD perpendiculaire au Diametre AC de sa Base. 113. Fig.

Demonstration.

Car comme l'Hemisphere ABC est causé par le mouvement du Demi-cercle ABC autour de la ligne immobile BD, l'on conçoit sans peine que l'Hemisphere ABC est composé d'une infinité de Cercles, dont les Diametres sont paralleles au Diametre AC, & dont les Centres sont dans l'Axe BD : & comme ces Centres sont aussi leurs Centres de pesanteur, il s'ensuit que le Centre commun de gravité de la somme de ces Cercles infinis, ou de l'Hemisphere ABC, est dans le même Axe BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

* Planche 22. 113. Fig.

SCOLIE.

On démontrera de la même façon, que le Centre de gravité d'un Segment de Sphere, ou d'un Spheroïde & aussi d'un Paraboloïde & d'un Cone tronqué, est dans leur Axe, parce que tous ces Corps sont composez de Cercles infinis paralleles à leurs Bases, comme il est évident par leur generation, &c.

PROPOSITION VI.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Hemisphere divise son Axe en deux parties, dont celle qui est la plus proche de la Surface, est à l'autre, comme 5 est à 3.

113. Fig. JE dis que de l'Hemisphere ABC, dont le Centre est D, & l'Axe est BD, le Centre de gravité G divise l'Axe BD, en deux parties GB, GD, telles que GB est à GD, comme 5 est à 3: de sorte que si l'Axe BD est divisé en huit parties égales, la partie GB en contiendra cinq, & l'autre GD trois.

PREPARATION.

Décrivez autour du Demi-cercle ABC, qui est le Profil de l'Hemisphere, le Rectangle AF, & joignez les droites DE, DF. Si l'on fait mouvoir par la pensée tout le Plan AF autour du Demi-diametre immobile BD, comme Axe, le Rectangle AF décrira par cette circonvolution un Cylindre, le Demi-cercle ABC un Hemisphere, & le Triangle rectangle EDF un Cone, dont la Base sera égale à celle du Cylindre, & à celle de l'Hemisphere.

DEMONSTRATION.

Parce que les trois Solides precedens ont une même hauteur, sçavoir l'Axe commun BD, & des Bases égales, le Cylindre AF sera triple du Cone EDF, & l'Hemisphere ABC sera double du même Cone EDF, comme il est évident par ce qui a été dit & démontré dans nôtre *Traité de Geometrie*. De sorte que si l'on suppose que le Cylindre AF soit de trois parties, le Cone EDF en contiendra une, & l'Hemisphere ABC, en comprendra deux: & si l'on ôte le Cone EDF du Cylindre AF, c'est à dire 1 de 3, il restera 2 pour le Solide concave AEDFCD

AEDFCD, lequel par consequent sera égal à l'Hemisphere ABC, & au double du Cone EDF. Or le centre de gravité du Cylindre AF est au point H milieu de l'Axe BD, *par Prop.* 2. & celuy du Cone EDF est au point I, éloigné du point B de la quatriéme partie de l'Axe BD, *par Prop.* 4. Puisque donc le point H est le Centre commun de gravité du Cone EDF, & du Solide concave AEDFCD, ces deux Solides seront en Raison reciproque de leurs distances HG, HI, & comme ils sont en Raison double, la distance HI sera double de la distance HG. Ce qui nous enseigne, que pour trouver le Centre de Gravité G de l'Hemisphere ABC, il faut prendre la partie HG égale à la moitié de la partie HI. Or comme BI est un quart de BD, il s'ensuit que HI est aussi un quart de BD, & que par consequent HG est une huitiéme de BD, à laquelle ajoûtant BH égale à la moitié de BD, on aura BG égale à cinq huitiémes de BD, & par consequent GD égale à trois huitiémes de BD, ce qui fait voir que BG est à GD, comme 5 est à 3. *Ce qu'il falloit démontrer.* Planche 25. 113. Fig.

COROLLAIRE.

Il suit de ce Theorême, que si l'on divise l'Axe d'un Hemisphere en huit parties égales, & qu'on en prenne cinq depuis la Superficie, ou trois depuis le Centre, on aura le Centre de gravité de l'Hemisphere proposé.

SCOLIE.

Parce que la Démonstration precedente, suppose que le Centre de gravité d'un Cone divise son Axe en deux parties, dont celle qui est la plus proche du sommet est triple de l'autre, ou égale aux trois quarts de l'Axe, ce que nous n'avons pas démontré; pour vous en mieux persuader nous ajoûterons dans le Problême suivant la maniere de trouver le Centre de gravité d'un Cone, par la Methode de Monsieur de Fermat, qui peut s'appliquer à toutes les autres Figures.

PROPOSITION VII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Cone.

POur trouver le Centre de pesanteur I sur l'Axe CD du Cone ABC, coupez ce Cone par un Plan parallele & infiniment proche de la Base AB, en sorte que la Section soit par exemple le Cercle FG, dont le Diametre est coupé en deux 119. Fig.

Planche 23. 119. Fig. également au point E par l'Axe CD, & par cette Section le Cone ABC, se trouvera divisé en deux parties; qui sont le Cone FCG, dont le Centre de gravité soit H, & le Cone tronqué AFGB, dont le Centre de pesanteur soit K.

Cette Preparation étant faite, si l'on met a pour l'Axe CD, & x pour la distance CI du Centre de pesanteur I du Cone ABC, à son sommet C, on aura $a-x$ pour la distance DI du même Centre de pesanteur I à la Base AB: & si l'on met o pour la distance DE du Plan coupant FG à la Base AB, cette lettre o representant le zero, parce que la partie DE est supposée infiniment petite, & par consequent le cone tronqué AFGB infiniment petit, ce qui rend égales les deux lignes IK, ID, & qui donne à IK la même valeur de ID, sçavoir $a-x$, on aura $a-o$ pour l'Axe CE du Cone FCG.

$$CD \backsim a$$
$$CI \backsim x$$
$$DI \backsim a-x \backsim IK.$$
$$DE \backsim o$$
$$CE \backsim a-o$$
$$CH \backsim x-\frac{xo}{a}$$
$$HI \backsim \frac{xo}{a}$$

Parce que le Centre de pesanteur I du Cone ABC, divise son Axe CD de la même façon que le Centre de pesanteur H du Cone FGC divise son Axe CE, puisque cela arrive dans toutes les Pyramides, comme il est aisé de conclure par ce qui a été dit dans la *Prop*. 4. on aura cette Analogie, CD, CI :: CE, CH, ou a, x :: $a-o$, CH, qui donnera $x-\frac{xo}{a}$, pour la partie CH, laquelle étant ôtée de la partie CI, ou de x, on aura $\frac{xo}{a}$ pour la partie IH.

Parce que par le Principe general de la Balance, le Cone tronqué AFGB, est au Cone FCG, reciproquement comme la distance HI, est à la distance IK; on connoîtra *en composant*, que le Cone ABC est au Cone FCG, comme HK est à IK, & si à la place de ces deux Cones qui sont semblables, à cause des Triangles semblables ABC, FGH, on met les Cubes de leurs Axes CD, CE, qui sont en même Raison, on connoîtra que le Cube de CD, est au Cube de CE, comme HK est à IK, de sorte qu'en termes analytiques on aura cette Analogie, a^3, $a^3-3aao+3aoo-o^3$ :: HK, IK, & *en divisant*, on aura celle-cy, $3aao-3aoo+o^3$, $a^3-3aao+3aoo-o^3$ :: HI, IK, & si la place des deux derniers termes HI, IK, on met leurs valeurs $a-x$, $\frac{xo}{a}$ ou en entiers $aa-ax$, xo, qui sont en même Raison, on aura cette derniere Analogie, $3aao-3aoo+o^3$, $a^3-3aao+$

$3aoo - o^3 :: xo$, $aa - ax$ & par conſequent cette Equation, Planche 23.
$3a^4o - 3a^3oo + aao^3 - 3a^3xo + 3aaxoo - axo^3 \backsim a^3xo - 3aaxoo$ 119. Fig.
$+ 3axo^3 - xo^4$, ou $3a^4o - 3a^3oo + aao^3 - 4a^3xo - 6aaxoo$
$- 4axo^3 + xo^4 \backsim o$, laquelle étant diviſée par o, ſe change en celle-cy, $3a^4 - 3a^3o + aaoo - 4a^3x - 6aaxo - 4axoo + xo^3 \backsim o$, de laquelle ôtant tous les termes où la lettre o demeure, on aura cette derniere Equation, $3a^4 - 4a^3x \backsim o$, dans laquelle on trouvera $x \backsim \frac{3a}{4}$. Ce qui fait connoître que la partie CI eſt égale aux trois quarts de l'Axe CD, & qu'ainſi pour trouver le Centre de gravité du Cone propoſé ABC, il faut diviſer l'Axe CD en quatre parties égales, & en prendre trois depuis C en I, ou une depuis D en I, & le point I ſera le Centre de gravité qu'on cherche.

PROPOSITION VIII.

Theoreme.

Le Centre de gravité d'un Paraboloïde eſt le même que celuy du Triangle qui a pour Hauteur la Hauteur du Paraboloïde, & pour Baſe le Diametre de la Baſe du même Paraboloïde.

Je dis que du Paraboloïde, ou Conoïde Parabolique ABC, le 114. Fig.
Centre de peſanteur eſt le même que le Centre de peſanteur E du Triangle ABC.

Demonstration.

Si à l'ordonnée AC du Diametre BD, l'on tire une parallele quelconque FG, qui ſera auſſi ordonnée au Diametre BD, on aura les deux Triangles ſemblables HBI, ABC, & *par* 4. 6. la Raiſon de BK à BD, ſera égale à celle de HI à AC : & parce que par la nature de la Parabole, la Raiſon de BK à BD, eſt égale à celle du Quarré FG, au Quarré AC, c'eſt à dire à celle du Cercle dont le Diametre eſt FG, au Cercle dont le Diametre eſt AC, il s'enſuit que HI eſt à AC, comme le Cercle FG, eſt au Cercle AC ; ce qui fait voir que tous les Cercles infinis, dont le Paraboloïde ABC eſt compoſé, ſont proportionnels à autant de lignes droites infinies qui compoſent le Triangle ABC. D'où il eſt aiſé de conclure, que leurs Centres de gravité conviennent enſemble. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Figure 23. 114. Fig. Il suit évidemment de cette Proposition, que le Centre de pesanteur E du Paraboloïde ABC, divise le Diametre BD en deux parties EB, ED telles que la premiere EB est double de la seconde ED, comme dans le Triangle: & qu'ainsi pour trouver le Centre de gravité du Paraboloïde proposé ABC, il faut diviser son Axe BD en trois parties égales, & en prendre deux depuis B en E, ou une depuis D, en E, &c.

PROPOSITION IX.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Segment de Sphere.

115. Fig. LE Centre de gravité d'un Segment de Sphere se trouve comme celuy d'un Hemisphere. Ainsi pour trouver le Centre de pesanteur du Segment de Sphere, dont le Profil est ABC, on divisera la perpendiculaire BD, qui divise la Corde AC en deux également, en huit parties égales, & l'on en prendra trois depuis D en G, ou cinq depuis B en G pour avoir au point G le Centre de gravité qu'on cherche.

DEMONSTRATION.

Si l'on décrit autour de l'Arc de Cercle ABC, le Rectangle AF, & qu'on mene les droites DE, DF, il est évident que si l'on fait rouler le Plan AF autour de la ligne immobile BD, ce Plan AF décrira par sa circonvolution un Cylindre, le Segment de Cercle ABC un Segment de Sphere, & le Triangle EDF un Cone, aprés quoy le reste de la démonstation se fera comme dans la *Prop.* 6.

PROPOSITION X.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Secteur de Sphere.

116. Fig. POur trouver le Centre de gravité du Secteur de Sphere ABCE, dont le Centre est E, & l'Axe est BE, prenez sur cet Axe BE, la partie DF égale à un quart de DE, & la partie DG égale à trois huitiémes de BD, pour avoir en G le Centre de pesanteur du Segment de Sphere ACB, & en F le Centre de gravité du Cone AEC. Aprés cela, pour trouver le Centre com-

commun de pesanteur de ces deux Solides ACB, AEC, ou le Centre de gravité du Secteur AECB, il ne faut que diviser la distance FG de ces deux Centres de pesanteur F, G, en deux parties FH, GH, reciproquement proportionnelles aux deux mêmes Solides ACB, AEC, ce qui se fera en cherchant au Secteur ABCE, au Cone AEC, & à la ligne FG, une quatriéme proportionnelle GH, &c. Planche. 23. 116. Fig.

PROPOSITION XI.

THEOREME.

Si un Segment de Sphere, & un Segment de Spheroïde, ont un même Axe, & leurs Bases sur un même Plan, ils auront aussi un même Centre de gravité.

JE dis que du Segment de Sphere ABC, & du Segment de Spheroïde EBF, dont l'axe commun est BD, les Centres de gravité conviennent ensemble, c'est à dire qu'ils ont un Centre commun de pesanteur, comme G. 117. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on tire au dedans de ces deux Figures autant de lignes que l'on voudra, paralleles à la ligne EF, ou perpendiculaires à l'Axe BD, comme HI, la Raison de HI, à KL, sera toûjours égale à celle de EF, à AC, par la nature de l'Ellipse, & le Cercle du Diametre HI sera au Cercle du Diametre KL, comme le Cercle du Diametre EF, au Cercle du Diametre AC. Ainsi l'on void que tous les Cercles infinis, dont le Segment de Sphere ABC est composé, sont proportionnels à autant de Cercles infinis, dont le Segment de Spheroïde EBF est composé. D'où il est aisé de conclure, que leur Centre de pesanteur est commun. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il s'ensuit de ce Theorême, que si l'on divise l'Axe BD du Segment de Spheroïde EBF, en huit parties égales, & qu'on en prenne trois depuis D en G, ou cinq depuis B en G, le point G sera le Centre de gravité du Segment de Spheroïde EBF.



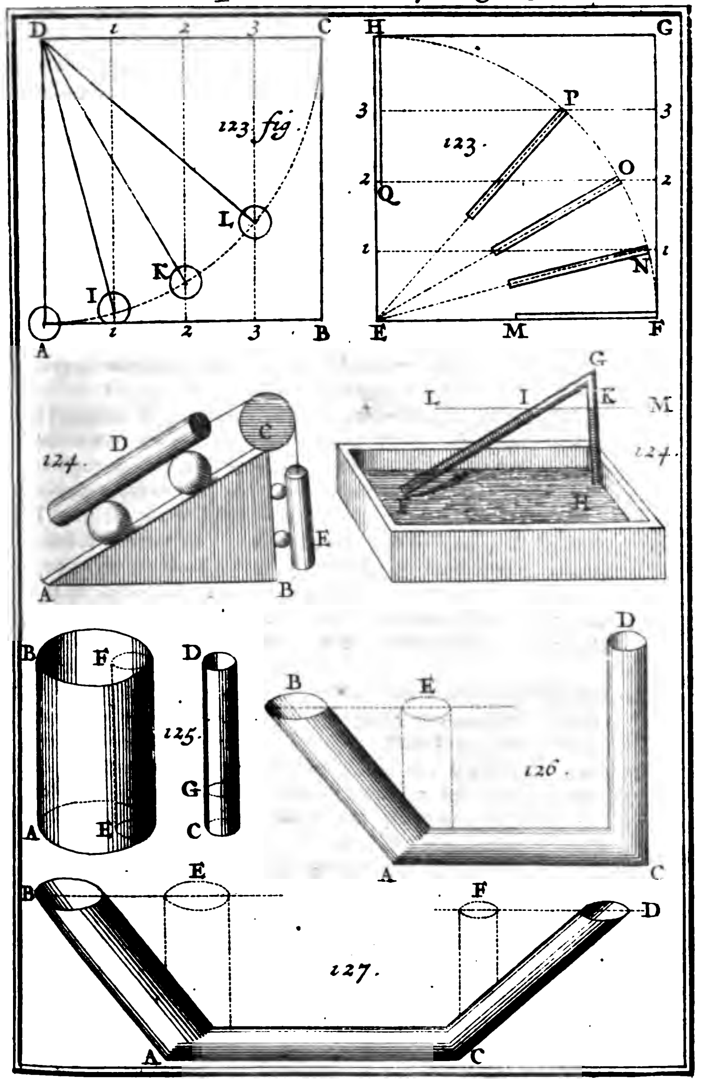
LIVRE TROISIE'ME.

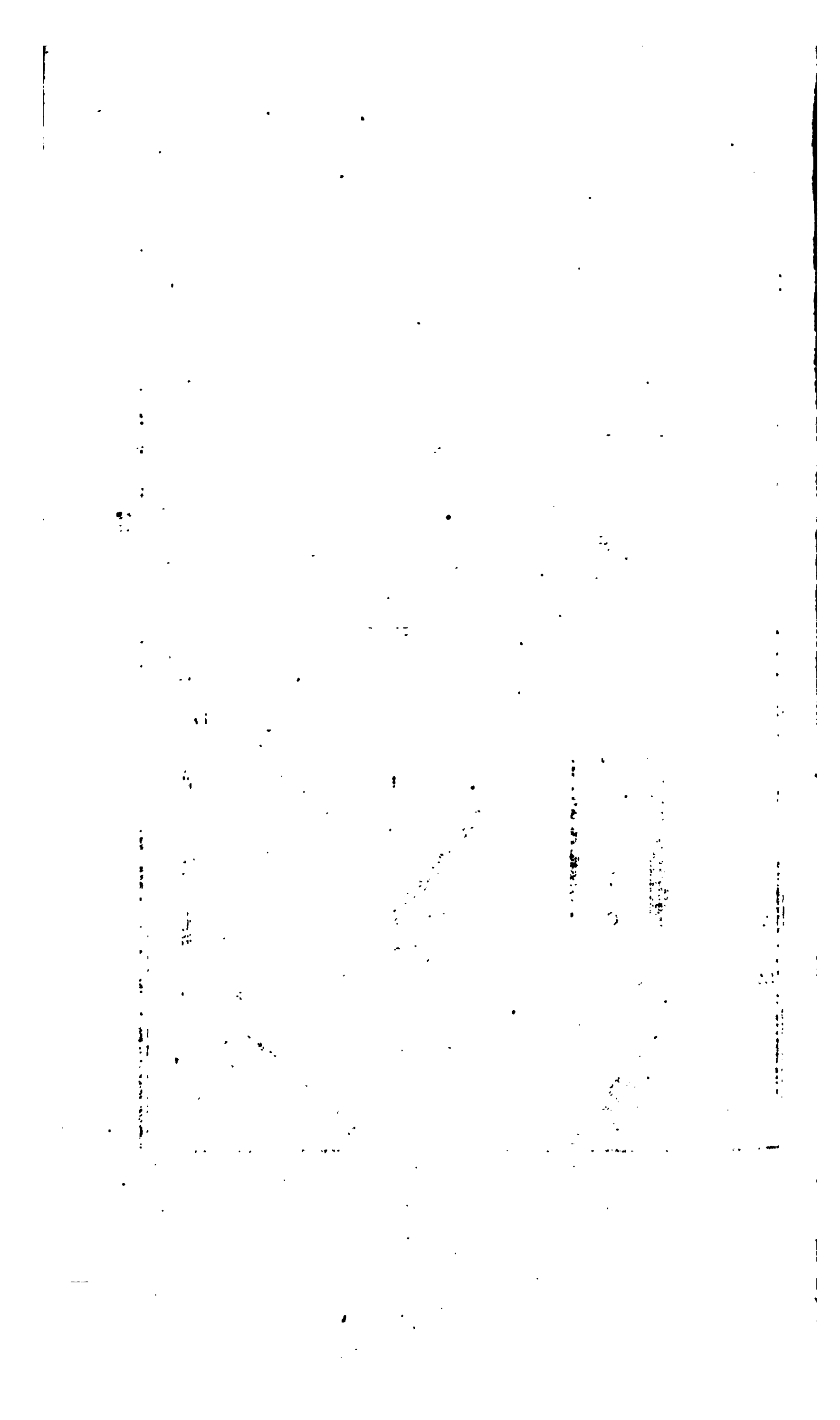
DE L'HYDROSTATIQUE.

L'HYDROSTATIQUE est une partie de la Mecanique, qui considere la pesanteur des corps liquides, & sur tout de l'eau, ou des Corps durs posez sur des Corps liquides, en les comparant les uns avec les autres.

Quoique les liqueurs ayent une pesanteur, neanmoins elles n'ont pas un Centre de gravité par elles-mêmes, parce que leurs parties ne sont pas liées les unes avec les autres pour se pouvoir soûtenir en Equilibre autour d'un certain point, à moins qu'elles ne soient renfermées dans un vaisseau, & alors on remarque plusieurs conformitez qui se rencontrent dans la Statique & dans l'Hydrostatique, que nous expliquerons ici en passant.

Planche 24. 123. Fig. Comme par les principes de la Statique, l'on connoît que la pesanteur s'augmente à mesure que le Poids s'éloigne de la perpendiculaire, c'est à dire que pour éloigner le Poids A, que nous supposerons de quatre livres, sur l'Arc AC du Quart de Cercle ACD, dont le Centre est D, de la perpendiculaire AD depuis A en I, par exemple de la quatriéme partie de la distance horizontale CD, il faut une force égale à la quatriéme partie du Poids A, ou la force d'une livre: & à la moitié du Poids A, ou la force de deux livres, pour l'éloigner en K de la moitié de la distance CD: & aux trois quarts du Poids A, ou la force de trois livres, pour l'éloigner en L des trois quarts de la même distance CD: & enfin à tout le Poids A, ou la force de quatre livres, pour l'éloigner en C, de toute la distance CD; tout au contraire l'experience fait connoître que dans l'Hydrostatique, le Poids augmente sa pesanteur en approchant de la perpendiculaire, c'est à dire qu'en éloignant un Cylindre d'eau, comme MF, de la ligne horizontale EF, pour l'approcher de la perpendiculaire EH, en montant le long de l'Arc FH, du Quart de Cercle EFH, autour de son Centre E, la force de l'eau contenuë dans ce Cylindre MF, s'augmente à proportion qu'on l'éleve davantage: de sorte que si le Cylindre MF étant élevé en N de la quatriéme partie de la hauteur EH, acquiert la force d'une livre pour lever


D
1
2
3
C
123 fig.
L
K
I
A
1
2
3
B
H
G
P
3
3
123.
O
2
2
Q
1
1
N
E
M
F
G
L
I
K
M
D
C
124.
E
A
B
124.
H
B
F
D
125.
G
A
E
C
D
B
E
126.
A
C
B
E
F
D
127.
A
C



une soupape, ou pour faire tourner une Rouë, &c. la même Eau étant élevée en O, à la moitié de la hauteur EH, elle acquerra la force de deux livres, & étant élevée en P, des trois quarts de la hauteur EH, elle acquerra la force de trois livres, & enfin étant élevé à plomb au point H, en sorte qu'elle soit dans la situation HQ, elle aura la Puissance de quatre livres. Planche 24. 123. Fig.

Pareillement comme nous avons démontré dans la Statique *Prop.* 4. *Chap.* 2. que lorsque deux Poids sont en Equilibre sur les deux côtez d'un Plan Triangulaire, dont la Base est parallele à l'Horizon, en s'entretenant mutuellement par deux lignes paralleles aux côtez du Plan Triangulaire, que je suppose perpendiculaire à l'Horizon, par le moyen d'une Poulie appliquée au dessus du Triangle: leurs Puissances ou Pesanteurs absoluës sont proportionnelles aux côtez du même Triangle; Il arrive de même dans l'Hydrostatique, que si un Canal ou Tuyau est recourbé, pour representer deux côtez d'un Triangle, & qu'étant rempli en partie d'eau, ses deux bouts, qui seront les extremitez de deux Cylindres d'eau, soient plongez dans un vaisseau plein d'eau, dont la Surface étant toûjours parallele à l'Horizon, peut passer pour la Base de ce Triangle, que je suppose aussi perpendiculaire à l'Horizon, ou à la Surface de l'eau contenuë dans le Vaisseau; les longueurs de ces deux Cylindres d'eau, qui se trouvent au dessus de la Surface de l'eau du vaisseau, seront aussi proportionnelles aux côtez du Triangle, lorsque l'eau dans chaque Tuyau ou Cylindre sera en Equilibre, c'est à dire à la même hauteur.

Ainsi parce que par les principes de la Statique, l'on connoît que les deux Poids D, E, qui se tiennent en Equilibre sur les deux côtez AC, BC, du Plan Triangulaire ABC, dont la Base AB est parallele à l'Horizon, leurs Pesanteurs absoluës sont entre elles comme les côtez AC, BC, de sorte que si le côté AC est par exemple double du côté BC, aussi la Pesanteur absoluë du Poids D, est double de celle du Poids E; de même l'Hydrostatique nous apprend que la longueur du Cylindre d'eau FI, est à la longueur du Cylindre d'eau HK, comme le côté FG du Triangle FGH, est au côté GH, tellement que si le côté FG est double du côté GH, aussi la longueur FI est double de la longueur HK, lorsque les deux extremitez I, K, sont de niveau, c'est à dire dans la ligne Horizontale LM, ce qui est évident, parce que dans ce cas les deux Triangles GIK, GFH, sont semblables, &c. 124. Fig.

CHAPITRE I.

Des Theorêmes.

LEs Theorêmes que nous ajoûterons ici, sont fondez sur l'experience, qui peut servir de Démonstration dans ces sortes de matieres : neanmoins nous ne laisserons pas d'en donner les Démonstrations aussi clairement qu'il nous sera possible.

THEOREME I.

Une liqueur pesante contenuë dans un Cylindre perpendiculaire à l'Horizon, tend à sortir par en bas avec une force proportionnée à sa hauteur dans le Tuyau.

Planche 23. 118. Fig. SUpposons que le Tuyau AB soit par tout d'une égale grosseur, & perpendiculaire à l'Horizon, & qu'étant rempli en tout ou en partie de quelque liqueur pesante, par exemple d'eau, on bouche l'ouverture A, pour l'empêcher de sortir. Cela étant supposé, je dis que l'eau contenuë dans ce Cylindre AB, tend à sortir par l'ouverture A, avec une force proportionnée à sa hauteur : de sorte que si le Tuyau AB est rempli d'eau par exemple jusqu'en C, & qu'on divise la hauteur AC en autant de parties égales qu'on voudra, comme en trois, aux points D, E, la force avec laquelle l'eau tendra à décendre depuis C, par l'ouverture A, sera triple de celle avec laquelle elle tendroit à sortir depuis E, par la même ouverture A, s'il n'y en avoit que jusqu'en E, parce que dans ce cas la hauteur AC étant triple de la hauteur AE, le Cylindre d'eau AC seroit aussi triple du Cylindre d'eau AE, & que par consequent le Cylindre d'eau AC seroit trois fois plus pesant que le Cylindre d'eau AE, ce qui donnera à l'eau contenuë dans le Tuyau AC trois fois plus de force pour décendre, qu'à l'eau contenuë dans le Tuyau AE, étant certain que la force qu'un Corps pesant à de décendre est proportionnée à sa pesanteur.

SCOLIE.

Cette démonstration suppose que l'eau est portée en bas par sa propre pesanteur, comme il est évident : mais comme elle est aussi poussée de tous côtez par le mouvement continuel que luy cause sa fluidité, une partie presse non-seulement

ment la partie qui luy répond perpendiculairement en dessous, mais encore celles qui se trouvent de côté & d'autre. D'où il suit que si l'on perce le Tuyau AB par ses côtez, l'eau qui y sera contenuë en dessus, sortira par cette ouverture. Planche 23. 118. Fig.

Corollaire I.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si deux Cylindres d'égale grosseur entr'eux, contiennent chacun une certaine quantité d'une même liqueur, par exemple d'eau, les forces avec lesquelles cette eau tendra à sortir de chacun de ces deux Tuyaux, seront entre elles comme les hauteurs de l'eau dans les mêmes Tuyaux : & que par consequent si ces hauteurs sont égales, la force que l'eau aura pour sortir de chaque Tuyau sera la même.

Corollaire II.

Il s'ensuit aussi de cette Proposition, qu'une même liqueur étant dans deux Tuyaux d'égale grosseur entre eux, & perpendiculaires à l'Horizon, qui se communiquent l'un avec l'autre par un troisiéme Tuyau de même grosseur, & parallele à l'Horizon; a toûjours ses parties superieures en même niveau dans chaque Tuyau: c'est à dire que si l'on verse quelque liqueur, comme de l'eau, dans l'un de ces Tuyaux, elle se répandra dans l'autre Tuyau par le Tuyau de communication, & se mettra dans chaque Tuyau à une même hauteur. 120. Fig.

Comme si l'on verse de l'eau dans le Tuyau AB, elle se répandra dans le Tuyau AC de même grosseur, & en montant par le Tuyau CD aussi de même grosseur, elle se mettra à une hauteur égale dans les deux Tuyaux, c'est à dire que l'eau cessera de monter dans le Tuyau CD, lorsqu'elle sera parvenuë à celle qu'elle aura dans le Tuyau AB, parce que dans ce cas les deux Cylindres d'eau, comme AE, CF, sont égaux, & que par consequent ils pesent également.

Theoreme II.

Si deux Cylindres de semblable liqueur sont d'égale hauteur, & d'inégale grosseur, & perpendiculaires à l'Horizon, la liqueur tend à sortir par l'ouverture d'en bas dans chacun avec une force proportionnée à sa Base.

Je dis que si une liqueur pesante, comme l'eau, se trouve à pareille hauteur AB, CD, dans les deux Tuyaux AB, CE, perpendiculaires à l'Horizon, & d'inégale grosseur, en sorte 122. Fig.

que

Planche 23. XXI. Fig.

que le Diametre de la Base du Tuyau AB soit par exemple double du Diametre de la Base du Tuyau CE, auquel cas la Base du Tuyau AB sera quadruple de celle du Tuyau CE; la force avec laquelle l'eau tendra à sortir par l'ouverture d'en bas du plus gros Tuyau AB, sera à la force avec laquelle elle tendra à sortir par l'ouverture d'en bas du plus menu CE, comme la Base du plus gros Tuyau AB, à la Base du plus menu CE: de sorte que dans la supposition que nous avons faite, l'eau tendra à sortir par l'ouverture d'en bas du plus gros Tuyau AB, avec une force quadruple de celle avec laquelle elle tendra à sortir par l'ouverture d'en bas du plus menu CE; parce que le plus gros Tuyau AB sera quadruple du plus menu CD de même hauteur & par consequent quatre fois plus pesant, ce qui donne à l'eau quatre fois plus de force pour sortir.

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si deux Cylindres d'eau perpendiculaires à l'Horizon, sont non-seulement d'inégale grosseur, mais encore d'inégale hauteur, la force avec laquelle l'eau contenuë dans l'un de ces Tuyaux tendra à sortir par l'ouverture d'en bas, sera à la force avec laquelle l'eau tendra à sortir par l'ouverture d'en bas de l'autre Tuyau, dans une Raison composée des Raisons des Bases & des Hauteurs.

Comme ici où nous avons supposé, que la Base du Tuyau AB est quadruple de celle du Tuyau CE, dont la hauteur soit par exemple triple de celle du Cylindre AB, la force avec laquelle l'eau contenuë dans le Tuyau AB, tend à sortir par l'ouverture d'en bas, sera à celle par laquelle l'eau contenuë dans le Tuyau CE tend à sortir par l'ouverture d'en bas, dans la Raison de 4 à 3, qui est composée de la Raison de 4 à 1, ou de la Base du Tuyau AB, à la Base du Tuyau CE, & de la Raison de 1 à 3, ou de la Hauteur du Tuyau AB, à la Hauteur du Tuyau CE.

SCOLIE.

Si les deux Tuyaux AB, CE, se communiquent l'un avec l'autre, par un troisiéme Tuyau AC parallele à l'Horizon, il se formera une Machine, qu'on appelle *Levier d'eau*, qui est tel que le Tuyau AB contient à une certaine hauteur quatre fois autant que le Tuyau CE à la même hauteur, parce que nous avons supposé la Base du Tuyau AB quadruple de celle du Tuyau CE: & par la même raison, l'eau en décendant de quatre Pouces par exemple dans le Tuyau CE, elle ne montera que d'un Pouce dans le Tuyau AB.

Afin

Afin que l'experience de ce que nous venons de dire se puisse faire, on ajoûtera un Robinet FG au Tuyau de communication AC, pour le lâcher, lorsqu'on voudra faire monter l'eau contenuë dans le Tuyau CE, & la faire monter par le Tuyau AB, en passant par le Tuyau de communication AC. Que si l'on met du vin dans le Tuyau AB à une certaine hauteur, & qu'on remplisse d'eau l'autre Tuyau CE, en lâchant tout doucement le Robinet FG, l'eau du Tuyau CE poussera le vin, & le fera monter tout pur dans le Tuyau AB, parce que le vin est d'une gravité specifique plus petite que l'eau. Planche 23. Fig. 122.

THEOREME III.

Si deux Tuyaux d'inégale grosseur ont ensemble communication par un troisiéme Tuyau parallele à l'Horizon, la liqueur qu'on versera dans l'un de ces deux Tuyaux, se placera de niveau en montant dans l'autre Tuyau.

CHacun des deux Tuyaux peut être perpendiculaire à l'Horizon, ou bien l'un peut être perpendiculaire & l'autre incliné à l'Horizon, ou bien encore chacun peut être incliné à l'Horizon. Dans tous ces cas, je dis que si l'on verse quelque liqueur dans l'un de ces deux Tuyaux, à telle quantité qu'on voudra, cette liqueur se placera de niveau, c'est à dire à la même hauteur dans chacun.

Démonstration du premier cas.

Premierement si les deux Tuyaux AB, CD, sont perpendiculaires à l'Horizon, si l'on retranche du plus gros AB, la partie EF d'une grosseur égale à celle du plus menu CD, on connoîtra aisément que la liqueur du Tuyau CD doit demeurer en Equilibre & à la même hauteur avec la liqueur du Tuyau EF, que l'on conçoit separé du Tuyau AB, parce que ces deux Tuyaux CD, EF, étant égaux, la liqueur a autant de force pour monter dans l'un que dans l'autre: Or quoique la liqueur du Tuyau EF ne soit pas dans un Canal separé de tout le Canal AB, neanmoins son effet ne peut être aidé, ni empêché, par le reste de la liqueur du Tuyau AB, parce qu'elle n'a aucune liaison avec ce reste, toutes les parties d'une liqueur étant détachées les unes des autres, ce qui fait que l'une ne peut pas retenir l'autre, & que l'effet de la liqueur du Tuyau EF, & du reste de AB, & par consequent des deux ensemble, c'est à dire de tout le Cylindre AB, est le même. C'est pourquoy puisque la liqueur de EF est en Equilibre & au niveau avec celle de CD, toute la liqueur de AB, quoy qu'elle soit en plus Planche 24. Fig. 125.

gran-

Planche 24. 125. Fig. grande quantité, doit demeurer en Equilibre & à même hauteur avec celle de CD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Démonstration du second cas.

126. Fig. Que si le Tuyau AB est incliné à l'Horizon, & l'autre Tuyau CD perpendiculaire à l'Horizon, l'on imaginera sur la Base du Tuyau AB, le Tuyau AE perpendiculaire à l'Horizon, & de même hauteur que le Tuyau AB, auquel par consequent il sera égal, & également pesant étant rempli de la même liqueur, ce qui fera que la liqueur qui est en A, sera également pressée par celle qui est contenuë dans le Canal incliné AB, & par celle du perpendiculaire AE, dont l'effet sera par consequent le même que dans le Canal incliné AB, c'est à dire que la liqueur contenuë dans le Prisme incliné AB, doit demeurer comme dans le perpendiculaire AE, en Equilibre & au niveau avec celle du Canal perpendiculaire CD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Démonstration du troisiéme cas.

127. Fig. Enfin si les deux Tuyaux AB, CD, sont inclinez à l'Horizon, l'on imaginera pareillement sur la Base du Tuyau CD, le Tuyau perpendiculaire CF de même hauteur, aprés quoy l'on connoîtra par le cas precedent, que l'effet du Tuyau AB est le même que celuy du Tuyau AE, & que pareillement l'effet du Tuyau CD est le même que celuy du Tuyau CF; & comme par le premier cas l'effet des deux Tuyaux perpendiculaires AE, CF, est le même, il est aisé de conclure, qu'il doit aussi être le même dans les deux inclinez AB, CD, c'est à dire que la liqueur que l'on versera dans l'un, se doit placer de niveau dans l'autre. *Ce qui restoit à démontrer.*

SCOLIE.

On void par cette Proposition, la raison de ce que l'experience montre tous les jours, sçavoir que l'eau monte aussi haut que sa source, lorsqu'elle est renfermée dans un Canal qui la retient, autrement la resistance de l'air, les Vents, & la pesanteur de l'eau l'empêcheront de monter aussi haut que sa source, comme il arrive dans les Jets de Fontaines.

LEMME.

Si deux Cylindres égaux en grosseur & en pesanteur sont de differente matiere, leurs longueurs seront entre elles reciproquement comme les pesanteurs specifiques de leurs matieres.

JE dis que si les deux Cylindres AB, CD, sont d'une égale grosseur & pesanteur, mais de matiere differente, la gravité specifique de la matiere du Cylindre AB, est à celle du Cylindre CD, reciproquement comme la longueur CD, est à la longueur AB : de sorte que si la longueur AB est par exemple double de la longueur CD, la gravité specifique de la matiere du Cylindre CD sera double de la gravité specifique de la matiere du Cylindre AB ; parce que si ces deux Cylindres AB, CD, étoient d'une même matiere, le Cylindre AB étant supposé double du Cylindre CD, peseroit le double : & comme l'on suppose qu'il pese autant ; il faut que sa matiere soit d'une gravité specifique moindre à proportion que celle de la matiere du Cylindre CD, &c. Planche 23. 121. Fig.

THEOREME IV.

Deux liqueurs differentes étant versées dans deux Tuyaux qui ont communication entre eux par un troisiéme Tuyau parallele à l'Horizon, leurs hauteurs seront reciproquement proportionnelles à leurs gravitez specifiques, lorsque leurs pesanteurs relatives seront égales.

JE dis que si dans le Tuyau AB, que je suppose plus gros que le Tuyau CD, il y a par exemple de l'eau jusqu'à la hauteur AB, & dans le Tuyau CD du vif-argent jusqu'à la hauteur CG, en sorte que ces deux liqueurs soient en Equilibre ; la hauteur AB de l'eau, est à la hauteur CG du vif-argent, reciproquement comme la gravité specifique du vif-argent, est à la pesanteur specifique de l'eau. Planche 24. 125. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine, comme dans la *Prop.* 5. au dedans du plus gros Tuyau AB, le Tuyau EF égal en grosseur au plus petit CD, on connoîtra que la liqueur qui est contenuë dans le Tuyau AB, a le même effet à l'égard du Tuyau CD, que si elle n'étoit que dans le Tuyau EF partie de AB, & ce Tuyau ou Cylin-

Plan-che 24. 125. Fig. Cylindre EF sera égal en pesanteur au Cylindre CG; parce que l'on suppose que les deux liqueurs qu'ils contiennent sont en Equilibre, ce qui fait voir par le Lemme precedent, que la hauteur du Cylindre EF, qui est la même que celle de AB, est à la hauteur du Cylindre CG, comme la gravité specifique du vif-argent contenu dans le Cylindre CG, est à la pesanteur specifique de l'eau contenuë dans le Cylindre EF, que l'on suppose la même que celle qui est contenuë dans le Cylindre AB. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

124. Fig. Ce que nous avons dit dans cette Proposition & dans la precedente, se doit aussi entendre du *Syphon*, qui est un Canal recourbé, dont les deux Tuyaux sont appellez *Branches*, étant évident qu'un Tuyau recourbé est la même chose que deux Tuyaux qui ont communication entre eux par un troisiéme Tuyau, lequel dans un Syphon est infiniment petit, comme G, par où les deux Branches GF, GH, se communiquent.

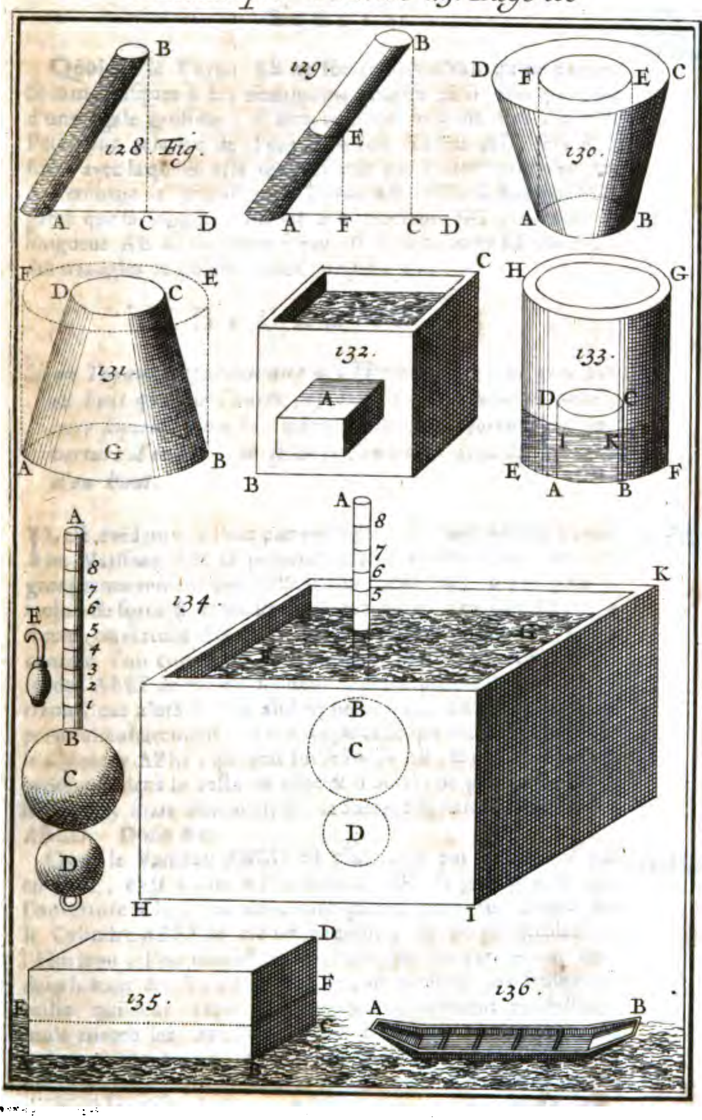
THEOREME V.

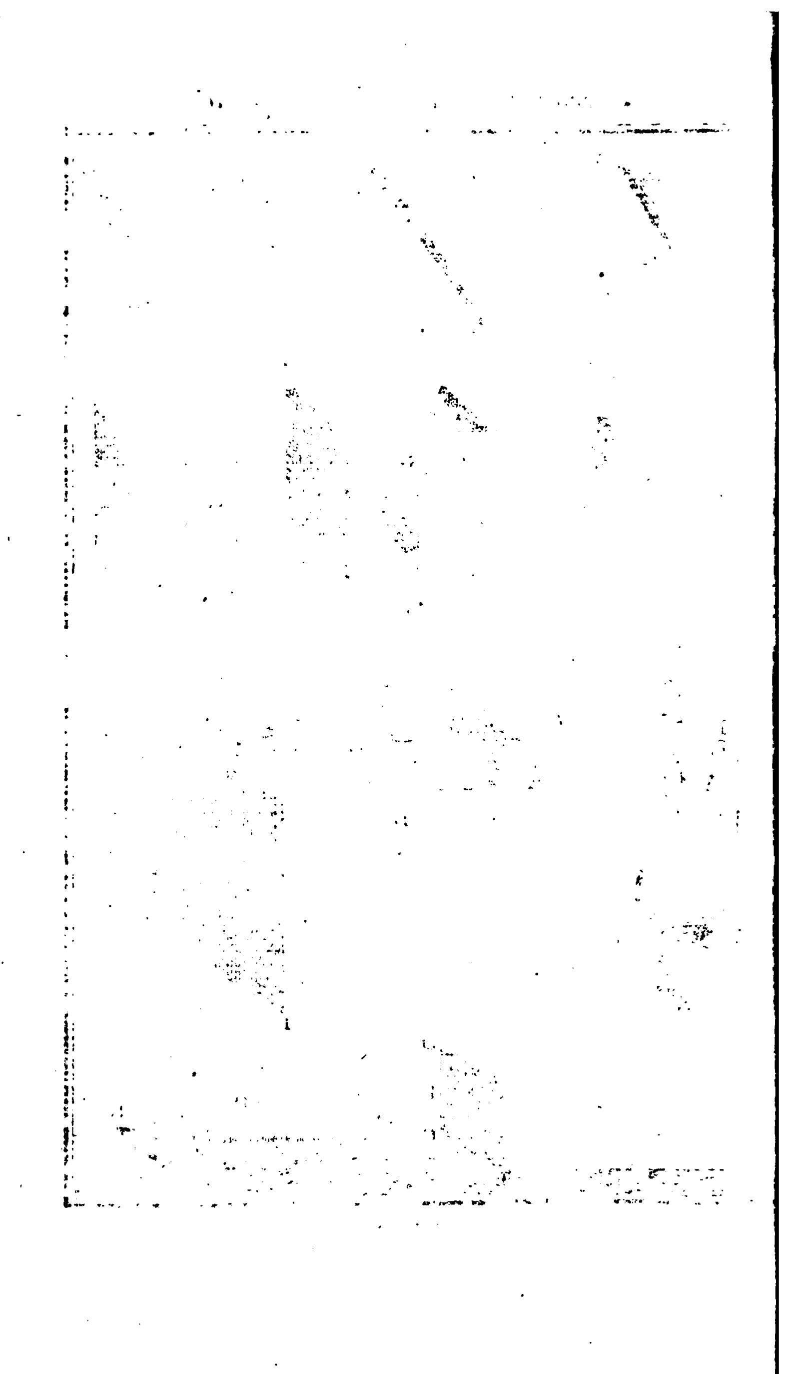
Si un Cylindre de quelque liqueur pesante est incliné à l'Horizon, la pesanteur relative de cette liqueur dans son Tuyau, est à la force avec laquelle elle tend à sortir par l'ouverture d'en bas du Tuyau, comme la longueur du même Tuyau est à sa hauteur.

Planche 25. 128. Fig. JE dis que si le Tuyau ou Cylindre AB incliné à l'Horizon AD, est rempli d'une liqueur pesante, par exemple d'eau, la pesanteur relative de cette eau dans le Tuyau AB, est à la force avec laquelle elle tend à sortir par l'ouverture d'en bas A, comme la longueur AB, est à la hauteur BC.

DEMONSTRATION.

Si l'on considere l'eau contenuë dans le Tuyau AB, comme un Poids qui tend à rouler sur un Plan incliné, l'on connoîtra *par Prop.* I. *Chap.* 2. *Liv.* 2. que la pesanteur relative de ce Poids est à la force qu'il a de décendre sur ce Plan, comme la longueur du même Plan est à sa hauteur; d'où il est aisé de conclure, que la Pesanteur relative de l'eau dans le Tuyau AB, est à la force avec laquelle elle tend à sortir par l'ouverture d'en bas A, comme la longueur AB du Tuyau, à sa hauteur BC. *Ce qu'il falloit démontrer.*


128 Fig.
129.
130.
131.
132.
133.
134.
135.
136.



Scolie.

Quoique le Tuyau AB ne fût rempli d'eau qu'en partie, comme jusques à E, neanmoins pourvû qu'il soit par tout d'une égale grosseur, il sera toûjours vray de dire, que la Pesanteur relative de l'eau dans son Tuyau AE, sera à la force avec laquelle elle tend à sortir par l'ouverture d'en bas A, comme la longueur du Tuyau AB, est à sa hauteur BC; parce que la longueur AB est à la hauteur BC, comme la longueur AE du Cylindre d'eau est à sa hauteur EF, à cause des triangles semblables ABC, AEF, &c. Planche 25. 129. Fig.

THEOREME VI.

Si un Tuyau perpendiculaire à l'Horizon, & plus gros par un bout que par l'autre, est rempli de liqueur pesante, cette liqueur aura la même force pour sortir par l'ouverture d'en bas, que si cette ouverture étoit égale à celle d'en haut.

Il est évident que l'eau par exemple, contenuë dans le Tuyau ou Vaisseau ABCD perpendiculaire à l'Horizon, & plus gros premierement par en haut que par en bas, n'a ni plus ni moins de force à décendre par l'ouverture d'en bas AB, que si cette ouverture AB étoit égale à l'autre ouverture CD, comme l'on connoîtra en imaginant sur la Base AB, le Cylyndre ABEF de même hauteur, & perpendiculaire à l'Horizon, car alors il sera aisé de juger, que comme l'eau pese perpendiculairement, il n'y a que celle qui est contenuë dans le Cylindre ABEF, qui pese sur le fonds AB, & que celle qui est contenuë dans le reste de côté & d'autre, ne pese point sur ce fonds AB, mais seulement sur la Surface interieure du Tuyau ABCD. Donc &c. 130. Fig.

Que si le Vaisseau ABCD est plus large par en bas que par en haut, c'est à dire si l'ouverture AB est plus grande que l'ouverture CD, en concevant pareillement sur la base AB le Cylindre ABEF de même hauteur, & perpendiculaire à l'Horizon, l'on connoîtra aisément que les parties qui sont dans le haut du Vaisseau ABCD, ne pressent pas seulement celles qui leur répondent perpendiculairement en dessous, mais encore les autres qui sont à côté par leur perpetuel mouvement; ce qui fait que les Parties A & B, sont autant pressées que la partie G, & que tout le fonds AB est autant pressé que si les côtez du Tuyau ABCD, étoient les côtez AF, BE, du Cylindre ABEF. Donc, &c. 131. Fig.

COROLLAIRE.

Planche 25. 131. Fig. Il suit évidemment de cette Proposition, que quelque forme qu'ayent plusieurs Vaisseaux de même hauteur, & perpendiculaires à l'Horizon, si on les remplit d'une même liqueur, leurs fonds seront également chargez, lorsqu'ils seront égaux les uns aux autres dans tous ces Vaisseaux.

THEOREME VII.

Un Corps dont la pesanteur est égale à celle du Volume de la liqueur dont il occupe la place, demeure en Equilibre dans un Vaisseau plein de cette liqueur.

Fig. 132. JE dis que si la pesanteur du Corps A, qui est plongé dans la liqueur du Vaisseau BC, est égale à celle du Volume de la même liqueur, par exemple de l'eau, dont il occupe la place, quelque situation que l'on donne à ce Corps A, & en quelque lieu qu'on le pose dans le Vaisseau BC, il demeurera en Equilibre, c'est à dire en repos sans monter ni décendre, parce que ce Corps A a autant de force que l'eau qui seroit en sa place, puisqu'on le suppose aussi pesant que cette eau, & que la même eau qui seroit en sa place demeureroit en repos, une liqueur n'en chassant pas une autre d'une égale gravité specifique.

SCOLIE.

On connoîtra de la même façon, que si le Corps A n'étoit enfoncé qu'en partie dans l'eau, en sorte que le Volume d'eau que cette partie occuperoit, fût d'une pesanteur égale à celle de tout le Corps A, ce Corps A, demeureroit en Equilibre, c'est à dire qu'il ne s'enfonceroit pas davantage, & qu'il ne feroit pas monter une plus grande quantité d'eau.

COROLLAIRE I.

Par là on voit la raison pourquoy l'on ne peut pas par le moyen d'un Plomb attaché à une longue corde, mesurer la profondeur de quelques Mers, parce que bien que le Plomb soit d'une gravité specifique plus grande que l'eau, si la corde est d'une gravité specifique moindre que l'eau, lorsque la profondeur de l'eau est bien grande, & le Plomb bien petit, il faudra faire enfoncer une si grande longueur de corde, qu'avec son Plomb elle pourra occuper un Volume d'eau égal en pesanteur à toute la corde avec son Plomb, & alors ce Plomb avec

sa

sa corde ne s'enfoncera pas davantage, & ne pourra pas faire connoître la profondeur qu'on cherche. Planche 25. Fig. 132.

Corollaire II.

On voit aussi la raison pourquoy lorsqu'on puise de l'eau, on ne sent point le Poids du Vaisseau qu'aprés qu'il est hors de l'eau, parce qu'auparavant il estoit soûtenu par l'eau dont il occupoit la place. Il ne faut pas croire pour cela que l'eau ne pese point dans son Centre, comme un Poids appliqué dans le Bassin d'une Balance ne laisse pas d'avoir une pesanteur, quoiqu'on ne la sente pas, lorsqu'il est contrepesé par un Poids égal appliqué dans l'autre Bassin de la Balance.

Corollaire III.*

Il est aisé de conclure de cette Proposition, qu'un Corps plus pesant que le Volume de la liqueur dont il occupe la place, doit s'enfoncer entierement, & aller à fond. D'où il suit qu'une liqueur dont la gravité specifique est plus grande que celle d'une autre liqueur, doit s'enfoncer étant versée dans cette autre liqueur, & prendre le lieu le plus bas en faisant monter cette autre liqueur plus legere.

Corollaire IV.

On conclud aussi facilement qu'un Corps moins pesant que le Volume de la liqueur dont il occupe la place, ne doit pas s'y enfoncer entierement, & qu'ainsi une petite hauteur de la même liqueur est capable de le soûtenir. D'où il suit qu'une liqueur dont la gravité specifique est moindre que celle d'une autre liqueur, doit demeurer en dessus, sans se mêler si on la verse doucement, & sur tout lorsqu'elle sera sensiblement plus legere que cette autre liqueur, comme l'Huile à l'égard de l'eau, ou l'eau à comparaison du Vif-argent, &c.

Ainsi il n'y a pas lieu de s'étonner de ce qu'il est arrivé quelquefois, qu'un Vaisseau ayant cinglé heureusement en Haute-Mer, s'est perdu & coulé à fonds en arrivant à l'embouchure de quelque Riviere d'eau douce, parce que l'eau de la Mer est plus pesante que l'eau douce, ce qui fait que le Volume d'eau dont le Vaisseau occupe la place dans la Mer étant plus pesant que la charge de ce Vaisseau, & moins pesant dans l'eau douce, il a eu plus de force pour supporter le Vaisseau dans la Mer, & n'en a pas eu assez pour le supporter dans l'eau douce, c'est à dire dans la Riviere, étant certain que l'eau de la

Planche 25. 132. Fig. Mer est d'une gravité specifique beaucoup plus grande que celle des Rivieres, des Puits, & des Fontaines.

Il n'y a pas aussi lieu de s'étonner de ce qu'une piece de bois ayant nagé pendant long-temps sur l'eau, à la fin coule à fonds, parce que ce bois peut être d'une pesanteur specifique égale ou un peu plus grande que celle de l'eau, sans neanmoins couler à fonds, à cause de plusieurs pores qu'il peut avoir, lesquels étant remplis d'air, cet air avec le bois font un Tout, dont la pesanteur peut être moindre que celle du Volume d'eau, que la piece de bois occupe, ce qui l'empêchera d'aller à fonds; mais l'eau peu à peu s'insinuant dans les pores, dont elle chasse l'air pour en prendre la place, étant mêlée avec le bois compose un Tout; dont la pesanteur peut surpasser celle du Volume d'eau qu'il occupe, ce qui le doit faire couler à fonds.

Il n'y a pas encore lieu de s'étonner de ce que les Oiseaux volent en l'air, quoiqu'ils soient plus pesans que l'air: & que les Hommes nagent dans l'eau, bien que leur pesanteur specifique soit plus grande que celle de l'eau; parce que les Oiseaux battent l'air avec leurs aîles, & les Hommes l'eau avec leurs bras & leurs jambes, ce qui les rend moins pesans, parce que leur mouvement se fait horizontalement, outre que le mouvement qu'ils donnent à la liqueur, fait que cette liqueur les presse plus par dessous qu'elle n'est pressée.

COROLLAIRE V.

Il s'ensuit aussi qu'un même Corps pesant s'enfonce differemment dans des liqueurs, dont les pesanteurs specifiques sont differentes, étant certain qu'il s'enfoncera davantage dans une liqueur que dans une autre plus pesante. Ainsi l'on void qu'un Vaisseau chargé s'enfonce plus dans une Riviere que dans la Mer, parce que, comme nous avons déja remarqué, l'eau des Rivieres est moins pesante que celle de la Mer; ce qui est quelquefois la cause de la perte du Vaisseau.

COROLLAIRE VI.

Il s'ensuit encore qu'un Corps pese moins dans l'eau que dans l'air de la quantité de la pesanteur du Volume d'eau qu'il occupe. D'où il suit que si une Balance chargée de deux Métaux, dont les pesanteurs specifiques soient inégales, demeure en Equilibre dans l'air, elle perdra son Equilibre dans l'eau, parce que les Métaux étant supposez differens, ils ne perdront pas également de leur pesanteur dans l'eau, étant certain que celuy dont la gravité specifique sera plus grande, perdra moins de sa pesanteur dans l'eau que l'autre, parce qu'il occupe un plus petit Volume d'eau.

Planche 25. 132. Fig.

COROLLAIRE VII.

Enfin, il s'ensuit que bien que les métaux soient plus pesans que l'eau, neanmoins une Boule creuse de fer doit nager sur l'eau, si le Volume de cette Boule avec l'air qu'elle contient, est égal en pesanteur à un semblable Volume d'eau, puisque toute sorte de Corps pesant surnage sans couler à fonds, lorsqu'il n'est pas plus pesant que le Volume d'eau dont il occupe la place. C'est ainsi que nous voyons flotter le cuivre dessus l'eau, quand il est creux, comme les Chaudrons, & couler à fonds, quand il est en billon.

Il arrive neanmoins qu'une aiguille commune de fer ou d'acier, qui n'est point mouillée, étant couchée tout doucement sur la Surface d'une eau dormante, surnage sans aller au fonds: mais cela vient de la secheresse de l'aiguille, à laquelle l'eau resiste. Comme la proprieté du Fer, quand il est libre & en Equilibre, est de se tourner vers le Pole, l'experience vous fera connoître qu'une aiguille d'acier étant couchée de son long sur la Surface d'une eau tranquille, comme nous avons dit, tournera l'une de ses deux extremitez vers le midy, & l'autre vers le Septentrion, aprés avoir fait sur l'eau plusieurs contours.

THEOREME VIII.

Un Prisme dont la Pesanteur specifique est moindre que celle de l'eau, étant posé dans le fond d'un Vase, sera en Equilibre, lorsqu'on y aura versé une telle quantité d'eau, que la hauteur de l'eau sera à celle du Prisme, reciproquement comme la gravité specifique du Prisme est à celle de l'eau.

Je dis que si le Prisme ABCD, dont la gravité specifique soit moindre que celle de l'eau, est posé dans le fond du Vase EFGH, sera en Equilibre quand on y aura versé de l'eau, à telle hauteur, que cette hauteur AI soit à la hauteur AD du Prisme: reciproquement comme la Pesanteur specifique du même Prisme est à la gravité specifique de l'eau. Planche 25. 133. Fig.

DEMONSTRATION.

Car puisque AI est à AD, comme la Pesanteur du Prisme ABCD, est à celle de l'eau, *par Supp.* si à la place des deux premiers termes AI, AD, l'on met les Prismes ABKI, ABCD, qui sont en même Raison, parce qu'ils ont des Bases égales, on connoîtra que le Prisme ABKI, est au Prisme ABCD,

Planche 25. 133. Fig. comme la pesanteur du Prisme ABCD, est à celle de l'eau, de sorte que si le Prisme ABKI est la moitié du Prisme ABCD, aussi la pesanteur du Prisme ABCD sera la moitié de celle de l'eau, & comme le Prisme ABIK ne pese aussi que la moitié du Prisme ABCD, parce que ce Prisme ABIK a été supposé égal à la moitié du Prisme ABCD, il s'ensuit que la pesanteur du même Prisme ABIK est égale à celle de l'eau, & que *par Prop. 7.* le Prisme ABCD est en Equilibre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que pour faire monter un Prisme d'une gravité specifique moindre que celle d'une liqueur, il faut verser de cette liqueur dans le Vase où le Prisme est renfermé, en telle quantité, que la hauteur de la liqueur soit à la hauteur du Prisme dans une Raison un peu plus grande que celle qui est entre la gravité specifique du Prisme & la Pesanteur specifique de la même liqueur.

CHAPITRE II.

Des Problêmes.

LA plûpart des Problêmes Hydrostatiques sont tres-agreables & tres-utiles dans l'usage de la vie humaine, nous mettrons seulement ici les plus necessaires, en laissant les curieux & les agreables, pour les ajoûter dans nos Recreations Mathematiques & Physiques.

PROBLEME I.

Trouver la Proportion qui est entre les Gravitez specifiques de plusieurs differentes liqueurs.

Planche 25. 134. Fig. PRenez un long Canal de verre, comme AB, qui doit par son extremité A d'en haut être fermé *hermetiquement*, c'est à dire par sa propre matiere fonduë par le moyen d'une Lampe semblable à celle dont se servent les Emailleurs, & avoir en son autre extremité B, la Bouteille C pleine d'air qui a communication avec celuy du Canal AB, de sorte que la Figure ABC, represente une Phiole, dont le Col est AB, qu'il faut diviser en un certain nombre de parties égales ou degrez, qui serviront pour connoître de combien une liqueur est plus pesante qu'une autre; car si on plonge la Phiole AC dans la li-

liqueur FG, que contient le Vase HIK, en la chargeant en A d'un petit poids, ou ce qui est le meilleur, en luy ajoûtant en dessous une petite Bouteille D, où il y ait du Vif-argent, qui est la liqueur la plus pesante de toutes, comme l'air qui est contenu dans la Phiole AC, est la liqueur la plus legere de toutes; ou bien encore au lieu de Vif argent, on peut acrocher en dessous un petit poids, comme E, qui servira par sa pesanteur pour faire décendre la Phiole perpendiculairement, & la fera enfoncer dans la liqueur plus ou moins, selon que cette liqueur sera plus ou moins pesante, dont la proportion se connoîtra par le nombre des degrez ou parties égales du Canal AB, qui s'enfonceront dans la liqueur. Ce Problême se peut aussi resoudre par le moyen du suivant. Planche 25. Fig. 134.

PROBLEME II.

Connoître la Raison qui est entre la Gravité specifique d'une liqueur, & celle d'un solide plus pesant que cette liqueur.

POur trouver la Raison qui est entre la pesanteur specifique d'un Métal & celle d'une liqueur, on pesera dans l'air avec des justes Balances une piece de ce Métal, dont la pesanteur sera supposée de dix livres: & ayant attaché la même piece de Métal à l'un des Bassins de la Balance avec un filet de soye, ou du crin de cheval, on la pesera dans la liqueur proposée, en sorte qu'elle soit entierement couverte par cette liqueur, sans que le Bassin y touche, & si sa pesanteur se trouve par exemple de neuf livres, qui est une livre moins que celle qui a été trouvée dans l'air, cette difference d'une livre fait connoître qu'un Volume de la liqueur proposée, égal à celui de la piece de Métal pese une livre, & que par consequent dans cet exemple, le Métal pese dix fois plus que la liqueur proposée.

C'est ainsi qu'on a trouvé que l'Or perd dans l'eau environ la dix-neuviéme partie de son poids, le Mercure ou Vif-argent la quinziéme, le Plomb la douziéme, l'Argent la dixiéme, le Cuivre la neuviéme, le Fer la huitiéme, & l'Etain la septiéme, & un peu plus, étant certain que tout Corps pese moins dans l'eau à proportion de l'eau dont il occupe la place, de sorte que si cette eau pese une livre, il pesera une livre moins qu'il ne faisoit en l'air, tant parce que l'eau étant difficile à diviser supporte davantage, que parce qu'étant mise hors de sa place, elle tâche de la reprendre, & presse à proportion de sa pesanteur les autres parties de l'eau qui environnent le Corps proposé.

C'est aussi en cette façon que l'on a reconnu, qu'en prenant de l'eau & du Métal de pareille grosseur, si l'eau pese 10 livres, l'Etain en pese 75, le Fer presque 81, le Cuivre 91, l'argent 104, le Plomb 116 & demie, le Vif-argent ou Mercure 150, & l'Or 187 & demie. Cette proportion se connoîtra mieux par la Table suivante, que nous avons tirée de l'Hydrostatique du P. de Chales.

COROLLAIRE.

On tire aisément de ce Problême la maniere de connoître la Proportion qui est entre les Pesanteurs specifiques des Liqueurs & des Métaux, & aussi des Liqueurs entre elles, & encore des Métaux ou des Liqueurs de même espece, qui ont quelque difference; car si l'on connoît la Proportion d'une Liqueur avec quelques Métaux, on connoîtra la Proportion de ces Métaux: & pareillement si l'on sçait la Proportion d'un Métal avec quelques Liqueurs, on sçaura la Proportion de ces Liqueurs. Comme si l'on sçait que la Pesanteur de l'eau douce est à celle de l'Or, comme 1 est à 19, & à celle du Plomb, comme 1 est à 11, on conclurra que la Gravité specifique de l'Or est à celle du Plomb, comme 19 est à 11. Pareillement si l'on sçait que la Pesanteur de l'Or est à celle de l'Eau douce, comme 19 est à 1, & à celle du Mercure comme 19 est à 14, on conclura que la Pesanteur specifique de l'Eau douce est à celle du Vif-argent, comme 1 est à 14.

C'est ainsi que l'on a construit la Table suivante, qui montre en nombres les Proportions des pesanteurs des Métaux, des Liqueurs, & de la Pierre sous un même Volume. Ainsi l'on void qu'en supposant qu'un certain Volume d'Or pese 100 livres, un pareil Volume de Mercure pese 71 livres & demie, qu'un égal Volume de Saturne, ou de Plomb pese 60 livres & demie, & ainsi des autres.

Matieres.	*Livres.*
Or pur	100
Mercure	$71\frac{1}{2}$
Plomb	$60\frac{1}{2}$
Argent	$54\frac{1}{2}$
Cuivre	$47\frac{1}{3}$
Leton	45
Fer commun	42
Etain commun	39
Etain pur	$38\frac{1}{2}$
Aimant	26
Marbre	21
Pierre	14
Crystal	$12\frac{1}{2}$
Eau	$5\frac{2}{3}$
Vin	$5\frac{1}{4}$
Cire	5
Huile	$4\frac{3}{4}$

C'est aussi de la même façon que l'on a supputé cette autre Table qui suit, où l'on void la Pesanteur d'un Pied cube & d'un Pouce cube de plusieurs Corps differens; où vous prendrez garde que la Livre vaut 2 Marcs ou 16 Onces: le Marc 8 Onces: l'Once 8 Gros; le Gros 3 Deniers, ou 72 Grains: le Denier 2 Mailles, ou 24 Grains: & la Maille 12 Grains.

Poids

	Poids d'un Pied cube.		Poids d'un Pouce cube.		
Matieres.	*Livres.*	*Onces.*	*Onces.*	*Gros.*	*Grains.*
Or	1326.	4.	12.	2.	17.
Mercure	946.	10.	8.	6.	8.
Plomb	802.	2.	7.	3.	30.
Argent	720.	12.	6.	5.	28.
Cuivre	627.	12.	5.	6.	36.
Fer	558.	0.	5.	1.	24.
Etain	516.	2.	4.	6.	17.
Marbre blanc	188.	12.	1.	6.	0.
Pierre de taille	139.	8.	1.	2.	24.
Eau de Seine	69.	12.	0.	5.	12.
Vin	68.	6.	0.	5.	5.
Cire	66.	4.	0.	4.	65.
Huile	64.	0.	0.	4.	43.
Chesne sec	58.	4.	0.	4.	22.
Noyer	41.	12.	0.	3.	6.

Quand on a une fois connu la pesanteur d'un Pied cubique de quelque Corps, il est aisé de connoître celle d'un Pouce cubique du même Corps, sçavoir en divisant la pesanteur connuë du Pied cubique par 1728, parce qu'un pied cube a 1728 pouces cubes. Ainsi sçachant qu'un pied cube d'Or pur pese 1326 livres & 4 onces, en divisant cette pesanteur par 1728, le Quotient donnera 12 Onces, 2 Gros, & 17 Grains pour la pesanteur d'un pouce cubique d'Or; & reciproquement si l'on sçait la pesanteur d'un pouce cube de quelque Corps, on aura celle d'un Pied cubique de la même matiere, en multipliant cette pesanteur connuë par 1728. Ainsi parce qu'un Pouce cube de Plomb pese 7 Onces, 3 Gros, & 30 Grains, si l'on multiplie cette pesanteur par 1728, on aura 802 Livres, & 2 Onces pour la pesanteur d'un Pied cube de Plomb.

Cette Table peut servir pour connoître la pesanteur d'un Corps, dont on connoît la Solidité, & reciproquement pour connoître la Solidité d'un Corps, dont on connoît la pesanteur. Comme si l'on veut connoître la Pesanteur d'une pierre de taille, dont la Solidité est connuë; par exemple de 36 pieds cubes, on multipliera par ce nombre 36 la pesanteur d'un pied cube de pierre, qui dans la Table precedente se trouve de 139 Livres & 8 Onces, le produit de la Multiplication donnera 5040 Livres pour la pesanteur de la pierre proposée, &c.

La

La Table precedente peut servir aussi pour la construction de la suivante, qui montre la pesanteur d'un Pied Cylindrique, & d'un Pouce Cylindrique de plusieurs Corps differens : où vous remarquerez que pour un *Pied Cylindrique* nous entendons un Cylindre qui a un pied pour le Diametre de sa Base, & autant pour sa Hauteur : & pour un *Pouce Cylindrique*, un Cylindre qui a un Pouce pour le Diametre de sa Base, & autant pour sa Hauteur.

La Table suivante a été construite par le moyen de la precedente, en multipliant la pesanteur de chaque Corps que l'on trouve dans la Table precedente, toûjours par 11, & en divisant le produit toûjours par 14 : mais si on la veut avoir plus juste, il faudra faire la Multiplication toûjours par 785. & la Division toûjours par 1000.

Elle peut servir comme la precedente, pour trouver la Solidité d'un Corps Cylindrique, dont on connoît la Solidité, ou seulement la hauteur & le Diametre de sa Base, car si l'on multiplie le quarré de ce Diametre par la hauteur, & le produit par la pesanteur marquée dans la Table, on aura celle du Cylindre proposé, &c.

	Poids d'un Pied Cylindriq.		Poids d'un Pouce Cylindr.		
Matieres	*Livres.*	*Onces.*	*Onces.*	*Gros.*	*Grains.*
Or pur	1042.	1.	7.	1.	65.
Mercure	743.	12.	5.	1.	23.
Plomb	630.	4.	4.	3.	1.
Argent	566.	9.	3.	7.	35.
Cuivre	499.	3.	3.	5.	29.
Fer	438.	7.	3.	0.	25.
Etain	405.	8.	2.	6.	38.
Marbre blanc	148.	5.	1.	3.	0.
Pierre de taille	109.	10.	1.	0.	8.
Eau de Seine	54.	13.	0.	5.	3.
Vin	53.	11.	0.	2.	70.
Cire	52.	1.	0.	2.	65.
Huile	50.	4.	0.	2.	51.
Chêne sec	45.	7.	0.	5.	27.
Noyer	33.	5.	0.	2.	30.

PRO-

PROBLEME III.

Trouver la Charge que peut porter un Vaisseau sur l'eau de la Mer, ou d'une Riviere.

IL est évident par ce qui a été dit dans le *Theor*. 7. qu'un Vaisseau peut porter autant pesant que l'eau qui luy est égale en grosseur, si l'on en rabat la pesanteur des cloûs & des bandes de fer, dont il est composé, car sans cela il pourroit naviger sur l'eau, parce que le bois dont il est fait, est à peu prés de la même pesanteur que l'eau.

Pour donc resoudre ce Problême, il faut sçavoir la capacité, ou le Volume du Vaisseau, & aussi la Pesanteur specifique de l'eau. On pretend qu'un Pied cube d'eau de la Mer pese environ 73 livres, c'est pourquoy si la capacité ou solidité du Vaisseau est par exemple de mille Pieds cubes, en multipliant mille par 73, on aura 73 mille livres pour la charge du Vaisseau, puisqu'un Volume d'eau de mille Pieds cubes pese 73 mille livres.

SCOLIE.

En termes de Marine la charge que peut avoir un Vaisseau, s'appelle *Portée*, ou *Port du Vaisseau*, qui ne s'exprime pas par livres, parce qu'on auroit de trop grands nombres à compter; mais par Tonneaux, un *Tonneau* étant la pesanteur de deux mille livres, ou de vingt Quintaux, parce qu'un Tonneau plein d'eau de la Mer pese à peu prés autant. Ainsi quand on dit, que la Portée d'un Vaisseau est par exemple de cent Tonneaux, cela veut dire qu'il peut porter la charge de 200000 livres, ou de 2000. Quintaux, parce que le *Quintal* est de 100 livres.

PROBLEME IV.

Etant connuë la Pesanteur d'un Prisme, marquer justement de combien il se doit enfoncer dans l'eau.

Planche 25. 135. Fig.

SI le Prisme ABCD pese par exemple 365 livres, on sçaura de combien il se doit enfoncer dans l'eau, en connoissant la gravité specifique de cette eau; si c'est de l'eau de la Mer, dont un Pied cubique pese 73 livres, on divisera par ce nombre 73 la pesanteur 365 du Prisme ABCD, & le Quotient 5 fera connoître que cinq Pieds cubes de la même eau pesent aussi 365 livres. D'où il est aisé de conclure que le Prisme ABCD se doit enfoncer dans l'eau, jusqu'à qu'il y occupe la place de cinq Pieds cubes: & ainsi pour sçavoir de combien il se

doit

doit enfoncer, il en faut retrancher par en bas un Prisme de cinq Pieds cubiques, & de mesme Base qui est connuë, parce que celle du Prisme ABCD est connuë, comme de 120 Pouces quarrez, par lesquels divisant cinq Pieds cubes, ou 8640 Pouces cubes, on aura 72 Pouces courans, ou 6 Pieds pour la hauteur AE, à laquelle le Prisme proposé ABCD s'enfoncera dans l'eau, parce que le Prisme ABCFE, qui se cache dans l'eau, est precisément de cinq Pieds cubes. Planche 25. 135. Fig.

Scolie.

C'est par cette maniere que connoissant la charge & le Volume d'un Vaisseau, comme du Vaisseau AB, on pourra connoître quel doit être son enfoncement, & par son enfoncement connoître sa charge: mais outre le Volume du Vaisseau, il faut sçavoir la solidité de chacune de ses parties. Si par exemple la solidité depuis le fond jusqu'à une certaine hauteur est de 450 Pieds cubes, & que la charge du Vaisseau soit de 32850 livres, qui est la pesanteur de 450 pieds cubes d'eau de la Mer, à raison de 73 livres pour la pesanteur d'un pied cube, on connoîtra qu'il doit s'enfoncer dans la Mer jusqu'à cette hauteur ou un peu plus, à cause du poids du Vaisseau: & reciproquement s'il s'enfonce dans la Mer jusqu'à cette hauteur, ou un peu davantage, sa charge se connoîtra par la solidité de la partie qui s'enfonce dans l'eau, laquelle ayant été supposée de 450 pieds cubes, qui occupent un Volume d'eau pesant 32850 livres, ces 32850 livres seront par consequent la charge du Vaisseau. 136. Fig.

PROBLEME V.

Connoître par l'Hydrostatique si une piece douteuse d'or ou d'argent est bonne ou fausse.

Si vous doutez de la bonté d'une piece d'or, quoiqu'elle soit du Poids qui luy convient, ayez une autre piece de bon or, qui pese autant, en sorte que chacune demeure en Equilibre dans l'air, étant posée dans les Bassins d'une juste Balance. Aprés cela pesez dans l'eau ces deux pieces d'or, en les attachant aux Bassins de la Balance avec du fil, ou du crin de cheval, afin qu'elles se puissent enfoncer dans l'eau sans que les Bassins soient moüillez: & alors si ces deux pieces d'or sont égales en bonté, elles demeureront en Equilibre aussi-bien dans l'eau que dans l'air, autrement celle qui pesera le moins dans l'eau, sera fausse, c'est à dire mêlée avec quelque autre Métal, plus ou moins, selon qu'elle sera plus ou moins

legere

legere dans l'eau, parce que les Métaux differens perdent differemment de leur pesanteur dans l'eau, celuy en perdant davantage qui est d'une Pesanteur specifique moindre, parce qu'il est soûtenu par un plus grand Volume d'eau, puisque pour peser autant qu'un Métal d'une gravité specifique plus grande; il doit avoir un plus grand Volume, qui occupera plus de place dans l'eau.

SCOLIE.

Vitru. l. 9. Chap. 3. Lorsque la piece proposée d'Or ou d'Argent sera d'une grosseur considerable, telle qu'étoit la Couronne d'or, que Hieron Roy de Syracuse proposa à Archimede, pour connoître si l'Orfévre y avoit employé les 18. livres d'or que qu'il luy avoit donné pour faire cette Couronne, soupçonnant que l'Orfévre y avoit mêlé beaucoup d'argent; il ne sera pas necessaire de peser dans l'eau les deux pieces d'or, mais il suffira de les plonger l'une aprés l'autre dans un Vase rempli en partie d'eau, étant certain que celle qui chassera plus d'eau que l'autre sera necessairement fausse, parce que bien qu'également pesante, elle sera d'un plus grand Volume, & par consequent mêlée avec un Métal d'une gravité specifique moindre.

L'Histoire rapporte que cette pensée vint à Archimede, quand il estoit dans le Bain, parce qu'ayant remarqué que son corps faisoit sortir autant d'eau qu'il occupoit de place, il jugea par là qu'il pourroit aisément connoître si dans la Couronne il y avoit de l'argent mêlé. Pour cette fin, il fit faire deux masses égales en pesanteur à celle de la Couronne, l'une d'or, & l'autre d'argent, & il plongea dans l'eau chacune de ces deux Masses, & aussi la Couronne, & ayant vû que l'argent avoit plus chassé d'eau que l'or & que la Couronne, & la Couronne plus que l'or, il conclut delà que la Couroñne n'étoit pas de pur or, & qu'il y avoit de l'argent mêlé; puisqu'elle occupoit un plus grand espace dans l'eau.

Pour connoître dans cet exemple la quantité de l'argent que l'Orfévre avoit mêlé dans la Couronne d'or, dont la pesanteur a été supposée de 18 livres, on mesurera exactement la diverse quantité d'eau qui correspondra à la grosseur de la Couronne & des deux Masses d'or & d'argent tout pur, que je suppose égales en pesanteur à la Couronne, & par consequent inégales en grandeur, aprés quoy l'on pourra conclure, que si la Couronne occupe plus de place dans l'eau que la Masse d'eau, ce ne sera qu'à proportion de l'argent qui y sera mêlé, dont la quantité se pourra connoître par la Regle d'Alliage en cette sorte.

Sup-

Supposons que la Masse d'or ait chassé une livre d'eau, celle d'argent une livre & demie, & celle de la Couronne une livre & un tiers, & dans cette supposition il s'agit d'allier l'or qui chasse une livre avec l'argent qui chasse une livre & demie, en sorte que le tout ensemble chasse une livre & un tiers. Pour cette fin disposez les trois nombres connus 1, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, comme vous voyez ici, en sorte que le nombre $1\frac{1}{3}$ qui répond à ce que l'on cherche, soit entre les deux autres. Aprés cela mettez la difference $\frac{1}{3}$ des deux premiers vis-à-vis du troisiéme $1\frac{1}{2}$, & la difference $\frac{1}{6}$ des deux derniers vis-à-vis du premier 1. Enfin ajoutez ensemble ces deux differences $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, & divisez par leur somme $\frac{1}{2}$, le nombre $\frac{1}{6}$ qui répond à l'or, & vous aurez $\frac{1}{3}$ pour la quantité de l'or qu'il y avoit dans la Couronne. Divisez aussi par la même somme $\frac{1}{2}$, le nombre $\frac{1}{3}$ qui répond à l'argent, & vous aurez $\frac{2}{3}$ pour la quantité d'argent qu'il y avoit dans la Couronne, dont la pesanteur étant de 18 livres, on connoîtra que dans cette supposition il y avoit dans la Couronne six livres d'or, & douze livres d'argent.

1	$\frac{1}{6}$
$1\frac{1}{3}$	
$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{2}$

Si vous voulez resoudre ce Problême par l'Algebre, considerez que puisque nous avons supposé que l'or chassoit une livre d'eau, l'argent une livre & demie, & la Couronne une livre & un tiers, c'est la même chose que si une certaine mesure d'or valoit une livre, & une semblable mesure d'argent une livre & demie, & qu'on voulût allier ensemble ces deux Métaux, en sorte que la même mesure de ce mélange valût une livre & un tiers. Ainsi il s'agit de trouver la quantité de l'or & de l'argent qu'il faut mêler ensemble, afin que la mesure de leur mélange vaille une livre & un tiers.

Pour cette fin, mettez x pour le nombre des mesures à une livre la mesure, & y pour le nombre des mesures à une livre & demie la mesure, & alors les mesures à une livre la mesure vaudront $1x$, & les mesures à une livre & demie la mesure vau-

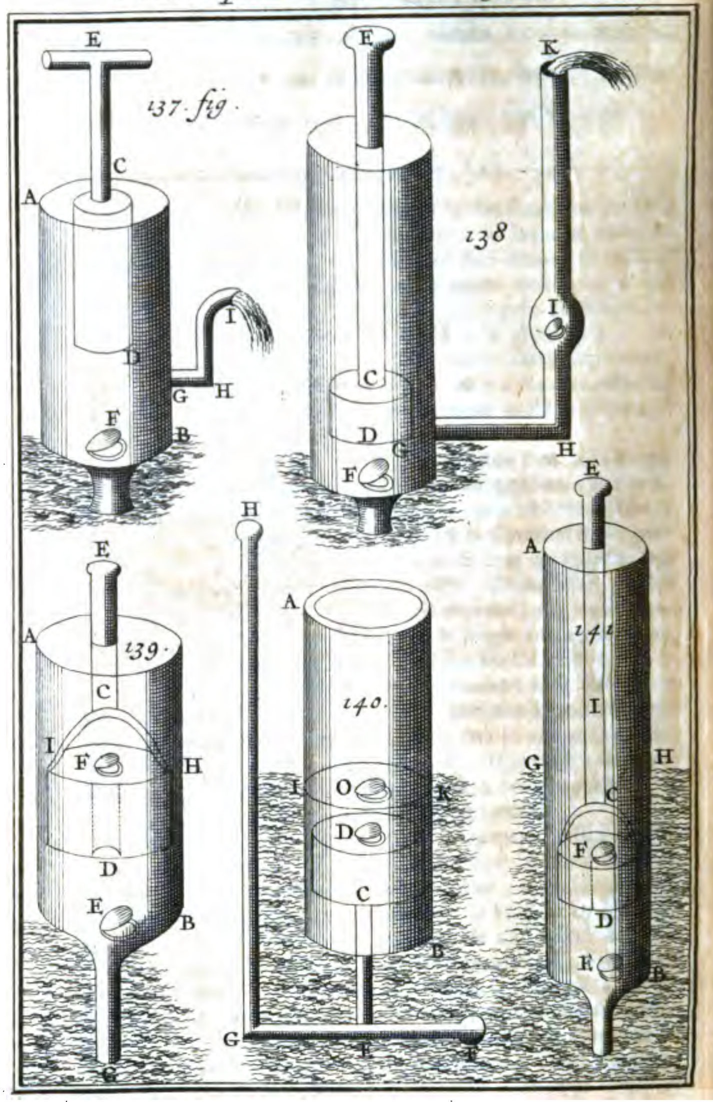
vaudront $\frac{3}{2}y$, & le tout ensemble vaudra $1x\frac{3}{2}y$: & comme les deux nombres de mesures ensemble, ou $x+y$ doivent valoir une livre & un tiers ; le mélange vaudra aussi $\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}y$. Ainsi l'on aura cette Equation, $1x+\frac{3}{2}y \backsim \frac{4}{3}x+\frac{4}{3}y$, laquelle étant multipliée par 6, pour éviter les Fractions, on aura cette autre Equation, $6x+9y \backsim 8x+8y$, de laquelle ôtant $6x$ & $8y$, on aura celle-cy, $y \backsim 2x$, qui fait connoître qu'à la place de y, on peut mettre $2x$; & parce que nous avons supposé que la Couronne qui vaut $x+y$, pese 18 livres, on aura cette Equation $x+y \backsim 18$, & si à la place de y, on met sa valeur trouvée $2x$, on aura cette autre Equation, $3x \backsim 18$, & par consequent $x \backsim 6$, & $y \backsim 12$, ce qui fait connoître que dans la Couronne il y avoit 6 livres d'or, & 12 livres d'argent, comme auparavant.

Si vous ne voulez pas recourir à l'Algebre, ni à la Regle d'Alliage, servez-vous de la Regle de Proportion, & considerez que puisque la Masse d'argent qui pese 18 livres, chasse une demie livre d'eau plus que l'or, & la Couronne qui pese aussi 18 livres chasse seulement un tiers de livre d'eau plus que l'or, à raison de l'argent qui y est mêlé, il faut dire, si une demie livre d'excés répond à 18 livres d'argent, à quoy répondra un tiers de livre d'excés ? & par la Regle de trois directe, vous trouverez 12 livres d'argent mêlé dans la Couronne.

Au lieu de deux Masses de même pesanteur & de differente grandeur avec la Couronne, l'on peut prendre deux Masses de même grandeur & de diverse pesanteur avec la même Couronne, & alors il est évident que si dans la Couronne il y a de l'argent mêlé, elle pesera moins que la Masse d'or à proportion de cet argent mêlé, que l'on trouvera en cette sorte.

Comme nous avons supposé que la Couronne pesoit 18 livres, elle pesera plus que la Masse d'argent à raison de l'or qu'elle contient, & moins que la Masse d'or, à raison de l'argent qu'elle comprend : c'est pourquoy si la Masse d'or égale en grandeur à la Couronne pese par exemple 24 Livres ; & celle d'argent seulement 16 livres, on dira si la difference 8 entre les pesanteurs des deux Masses d'or & d'argent, répond à 16 livres d'argent, à combien de livres d'argent répondra la difference 6 entre les pesanteurs de la Masse d'or & de la Couronne ? & par la Regle de trois directe, on trouvera 12 livres d'argent mêlé dans la Couronne, &c.

CHA-


137. fig.
E
C
A
D
I
G H
F
B
138
E
K
C
I
D
G
F
H
E
A
139.
C
I
F
H
D
E
B
G
H
A
140.
I
O
K
D
C
B
G
F
F
A
E
141
I
G
H
C
F
D
E
B

CHAPITRE III.

Des Machines Hydrauliques.

NOus n'aurions jamais fait, si nous voulions expliquer icy toutes les Machines qui ont été inventées pour la conduite & pour l'élevation des Eaux : c'est pourquoy nous parlerons seulement de celles qui sont les plus utiles, & qui conviennent le mieux à nôtre sujet.

Des Pompes.

LA *Pompe* est une Machine faite comme une Seringue, dont on se sert pour puiser l'eau qui est dans un lieu creux & bas, & l'élever par le moyen d'une piece de bois bien ronde, entourée d'étoupes, qu'on appelle *Piston*, qui va & vient dans un long Tuyau, qu'on nomme *Corps de Pompe*, & *Barillet*.

Soit AB le Corps de Pompe, & CD le Piston attaché à la Verge CE, qui sert pour mouvoir ce Piston CD dans le Barillet AB, qui doit être par tout bien fermé, excepté à l'extremité d'en bas qui est dans l'eau, où il doit avoir une petite ouverture par où l'eau entre dans le Barillet, lorsqu'on tire en haut ce Piston CD. Cette ouverture doit être couverte d'une *Soupape* F, qui sont deux pieces de cuir plates jointes ensemble, dont l'une contient l'ouverture, & l'autre la ferme, & tant plus l'une joint avec l'autre, tant plus la Soupape est parfaite. Planche 16. 137. Fig.

Les Soupapes ne se font pas toutes d'une même façon, ce qui leur donne des noms differens : car quand une Soupape est plate comme un ais, on la nomme *Clapet* : & l'on appelle *Axe* celle qui est ronde, & qui se termine en pointe comme un Cone. Celles dont on se sert le plus à present, sont rondes & convexes, qu'on appelle *Soupapes à queuë*, quand elles ont une queuë qui sort perpendiculairement du milieu de sa convexité, cette queuë servant par sa pesanteur à tenir la convexité en état de boucher le trou rond par où l'eau passe en poussant la Soupape, quand on léve le Piston.

On se sert trés-utilement de ces Soupapes pour arrêter l'eau dans une Pompe, en fermant le passage à l'eau, quand une fois elle a été tirée par le moyen du Piston CD, qui doit couler librement dans le Barillet AB, & en remplir exactement la capacité, afin que l'air ne puisse point passer entre deux, lors qu'on tire le Piston CD, car ainsi l'air ne pouvant pas succeder

Planche 26. 137. Fig. à sa Place, la Soupape F se levera & donnera passage à l'eau par le trou qu'elle bouchoit auparavant : & tout au contraire quand on baisse le Piston CD, en pressant l'eau qui a été tirée, la Soupape F se baisse, & l'eau ne trouvant plus de passage par là, est contrainte de passer & de sortir par le tuyau GHI, qui communique avec le Corps de Pompe.

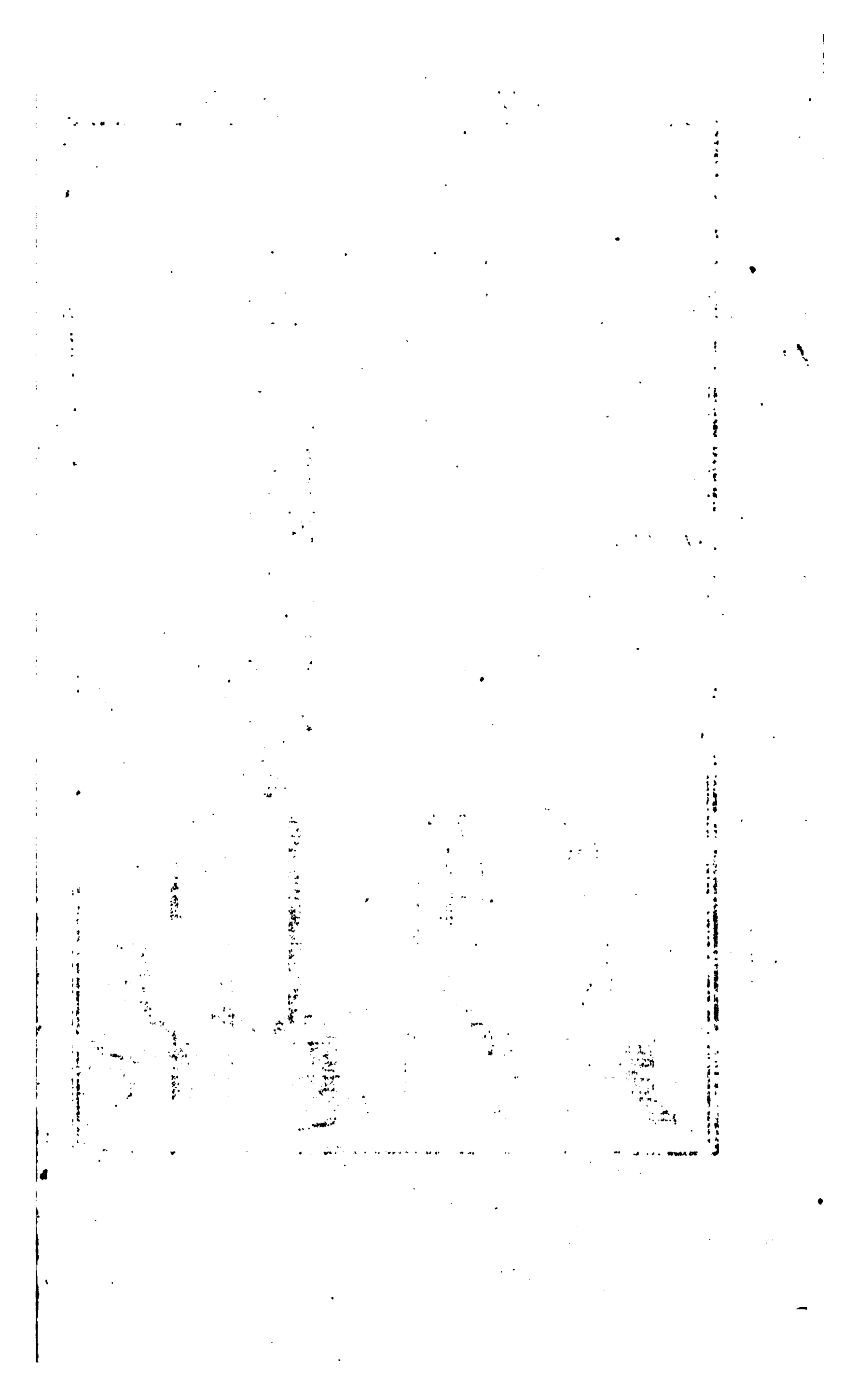
138. Fig. Une semblable Pompe est appellée *Foulante*, parce qu'elle fait sortir l'eau en la pressant, & l'on peut par son moyen élever l'eau aussi haut que l'on voudra, si l'on applique à la Verge CE une Puissance aussi grande qu'est la resistance de l'eau qui est dans le Canal HI, & si l'on ajoûte en I une Soupape qui s'ouvrira & donnera passage à l'eau, quand elle montera par le Canal HI, pour entrer dans le Canal IK, où étant montée elle y demeurera, parce que sa pesanteur fera baisser la Soupape I, qui s'ouvrira de nouveau, & donnera passage à une seconde eau, qui montera par le même Canal HI, quand on baissera le Piston CD. Ainsi en continuant de hausser & de baisser ce Piston, l'eau continuera à monter dans le Canal IK, jusqu'à ce qu'elle sorte par son extremité K.

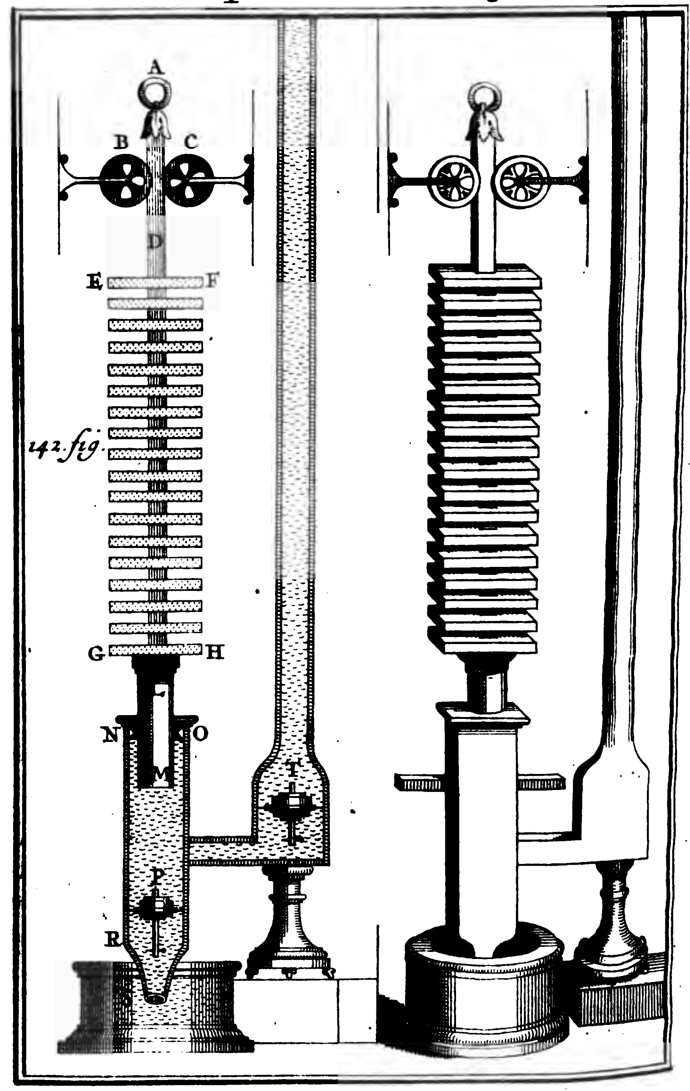
139. Fig. On appelle *Pompe aspirante*, celle qui tire l'eau quand on hausse le Piston, qu'il faut percer de part en part depuis D jusqu'à F, où il y doit avoir une Soupape, afin que quand l'eau sera montée en haussant le Piston CD, elle remonte par dessus ce Piston, en passant par l'ouverture D, quand on baissera le Piston, car ainsi il pressera l'eau de dessous, qui levera la Soupape F, qui se fermera aussi-tôt qu'on haussera le Piston, parce que l'eau pesera sur cette Soupape, qui s'ouvrira de nouveau quand on baissera le Piston, ce qui fera entrer une seconde eau dans le Corps de Pompe, lequel enfin se remplira jusqu'à l'extremité A, par où l'eau sortira.

Afin que la Soupape F soit libre, il faut que la Verge EC du Piston tienne en C ce Piston par une piece de fer recourbée ICH attachée fermement au Piston. Le Tuyau EG qui entre dans l'eau, peut être si long que l'on voudra, mais sa longueur doit être moindre que de 33 pieds, autrement l'eau ne pourroit pas monter, parce que toute la pesanteur de l'air, qui comme l'on croit, fait monter l'eau, ne la peut pas élever à une plus grande hauteur, ce que Galilée a experimenté le premier.

140. Fig. Enfin on appelle *Pompe expulsive*, celle par le moyen de laquelle on fait monter l'eau en la poussant de bas en haut; soit le Corps de Pompe AB divisé en deux parties AK, BI, dont BI doit être dans l'eau, avec le Piston CD, qui se meut dans cette partie BI de haut en bas, & de bas en haut, par le moyen de la Verge FG attachée fermement au point F, autour duquel on fait mouvoir cette Verge avec le Piston CD, & sa Verge EC, par le moyen de la Verge GH.

La




A
B
C
D
E
F
142. fig.
G
H
N
O
M
T
P
R

La Verge EC du Piston CD doit être un Canal continué dans le Piston CD jusqu'à D, où il doit avoir une Soupape, & il y en doit avoir aussi une en O : car ainsi en poussant en bas la Verge GH, pour faire décendre le Piston CD, ce Piston en pressant l'eau, la fera entrer de force dans le Canal EC, ce qui fera ouvrir la Soupape D, & l'eau passera en dessus : aprés quoy la pesanteur de cette eau fera baisser la Soupape, qui fermera le passage à l'eau, & l'empêchera de sortir par où elle étoit venuë ; ce qui fera que quand on haussera le Piston CD, il pressera l'eau qui sera en dessus, & la fera monter en ouvrant la Soupape O, & entrer dans la partie AK, & cette eau par sa pesanteur fera baisser la Soupape O, & demeurera ainsi dans la partie AK, laquelle en cette sorte se remplira petit à petit d'eau, qui à la fin sortira par l'extremité A d'en haut. Planche 26. 140. Fig.

On peut par le moyen de cette Pompe élever l'eau aussi haut que l'on veut, mais elle a cela d'incommode, que comme la Verge FG est dans l'eau, s'il luy arrive quelque accident, il est difficile d'y rémedier, outre que la Verge FG se mouvant circulairement autour du point F, le Piston CD ne se peut pas hausser ni baisser perpendiculairement. C'est pourquoy j'aimerois mieux me servir de cette autre sorte de Pompe expulsive, qui n'a que cela d'incommode, que la Verge du Piston doit être un peu grande.

Que le Corps de Pompe AB soit enfoncé dans l'eau par exemple jusqu'à GH, & que le Piston CD soit percé de part en part depuis D jusqu'à F, où il y ait une Soupape qui s'ouvrira lorsqu'on baissera le Piston CD, aprés qu'on l'aura élevé, pour faire entrer l'eau par la Soupape F, qui s'ouvrira en élevant le Piston, & se fermera en le baissant, ce qui fera ouvrir la Soupape F, qui donnera passage à l'eau, & se fermera lorsqu'on haussera de nouveau le Piston CD, & la Soupape E s'ouvrira en même temps, & donnera passage à l'eau que l'on fera monter ensuite par la Soupape F, en baissant le Piston comme auparavant : & en continuant ainsi à hausser & baisser le Piston CD, le Barillet se trouvera rempli d'eau, laquelle enfin sortira par son extremité A d'en haut. 141. Fig.

Le Chevalier Morland nous a donné depuis quelques années un nouveau Corps de Pompe, dont il fait grand état ; Je l'expliqueray ici dans les mêmes termes, & dans la même Figure qu'il nous l'a donnée. NOR represente en Profil un Corps « de Pompe. P la Soupape qui est au fonds du Corps de « Pompe. LN le Piston qui doit être un Cylindre de cuivre « tres-exactement tourné au Tour, & qui monte & décende « au milieu du Cylindre de l'eau contenuë dans le Corps de « Pompe, ne se frotant contre autre chose qu'à un petit Cercle « de cuir bien preparé, qui est posé dans un petit creux, à la tê- « Planche 27. 142. Fig.

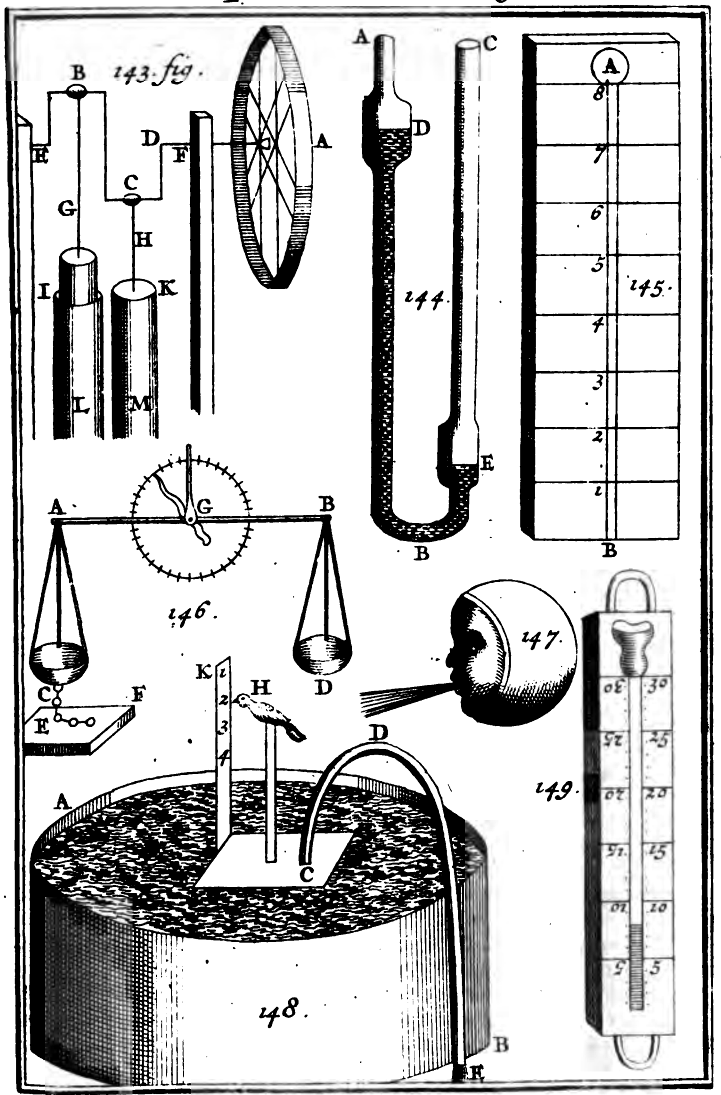
Planche 27. 142. Fig. ,, te du Corps de Pompe en dedans, vis-à-vis ON, qui fait glisser ,, le Piston si commodément en montant & en décendant, sans ,, perte d'eau, ni sans aucun frottement sensible, & à l'invention ,, duquel j'ay employé plus de douze années d'étude, & dépen- ,, sé beaucoup d'argent; & sans cette nouvelle invention, il m'au- ,, roit été entierement impossible de reduire l'Elevation des ,, eaux à la Mesure, au Poids, & à la Balance. ADL est la Verge du ,, Piston qui sert pour emmancher les Poids qui sont entre EF, & ,, GH, pour contrepeser à l'eau qui doit être levée; & pour tenir ,, le Piston perpendiculairement entre les deux Poulies B & ,, C. VT est le Tuyau de plomb; dans lequel l'eau est levée, ,, aprés qu'elle a passé par la Soupape T, sans pouvoir repasser ,, ni retomber dans le Corps de Pompe.

Planche 28. 143. Fig. On se sert ordinairement de la force des Rivieres, où l'on place cette Machine pour la faire joüer par le moyen d'une Roüe, comme A, dont les Aîles trempant en partie dans l'eau sont poussées par la force de la même eau, laquelle en cette façon fait tourner la Roüe, qui fait tourner la piece de fer recourbée BCD, qui s'appuye sur les deux points fixes E, F; & qui tournant sur ces points E, F, s'approche & s'éloigne successivement des ouvertures I, K, des deux Corps de Pompe IL, KM, & ainsi fait hausser & baisser les Pistons l'un aprés l'autre, avec leurs Verges BG, CH, qui sont attachées à la piece de fer recourbée BCD, aux deux points B, C. Au lieu d'une semblable piece recourbée on se sert dans les grandes Machines de quelques Leviers, qui en allant & venant de haut en bas, & de bas en haut, sert à faire hausser & baisser les Pistons, comme l'on peut voir à la grande Machine de Marly, proche de Paris, qui éleve l'eau de la Riviere de Seine sur un grand Aqueduc qui va jusqu'à Versailles: & à faute d'eau l'on peut se servir du Vent de la même façon que l'on sert dans les Moulins à Vent.

Des Barometres.

145. Fig. ON appelle *Barometre* une Machine dont on se sert pour connoître sensiblement les differens changemens qui arrivent dans la pesanteur de l'air, laquelle n'est pas la même en tout temps, ni en tout lieu, car nous sçavons par experience que quand l'air est chargé de vapeurs, il est plus pesant; & qu'il pese moins en un lieu élevé, qu'en un lieu bas. Les Barometres se font en plusieurs manieres, mais je me contenteray d'expliquer ici celle de Monsieur Hugens, parce que son Barometre me semble fort commode, se pouvant transporter aisément, & marquant sensiblement les moindres changemens de l'air.

Soit un Tuyau recourbé de verre ABC, fermé hermeti-


143. fig.
B
E
D
F
C
G
H
I
K
L
M
A
144.
A
C
D
E
B
145.
A
8
7
6
5
4
3
2
1
B
146.
A
G
B
C
D
E
F
147.
148.
K
1
2
3
4
H
D
A
C
B
E
149.
30
25
20
15
10
5

quement en une de ses deux extremitez A, & ouvert par l'autre extremité C, par où l'on versera du Vif-argent par l'autre extremité B, autant qu'il en sera besoin pour remplir la capacité de ce Tuyau, qui est depuis le milieu de la boëte cylindrique E, jusques vers le milieu de l'autre boëte D, qui doit être éloignée de la premiere E d'environ 27 pouces, parce qu'une colonne d'air depuis la terre jusqu'à la derniere Surface de l'air est en équilibre avec 27 ou 28 pouces de Vif-argent dans un Canal perpendiculaire : aprés quoy l'on remplira le reste du Tuyau CE de quelque autre liqueur qui ne géle point en hyver, & qui ne puisse pas dissoudre le Vif-argent, comme d'eau commune mélée avec une sixiéme partie d'eau forte. Planche 28. 144. Fig.

Lorsque le Vif-argent décendra par exemple d'un Pouce dans la boëte E, par la pesanteur de l'air, il montera d'autant dans la boëte D, & l'eau qui est dans le reste du Canal CE, décendra dans la boëte E, & si la capacité de cette boëte E est par exemple quinze fois plus grande que celle du reste du Tuyau CE, il faudra quinze Pouces d'eau de ce Canal pour remplir un Pouce de la boëte. Ainsi toutes les fois que le Mercure montera ou décendra d'un Pouce, l'eau montera ou décendra de quinze Pouces, & pareillement quand le Vif-argent décendra ou montera d'une Ligne, l'eau décendra ou montera de quinze Lignes, ce qui fait voir que ce Barometre marque les changemens de la pesanteur de l'air quinze fois plus sensiblement que les Barometres simples, & il le montrera encore plus sensiblement, si l'on augmente la capacité des boëtes D, E, &c.

Des Thermometres.

On appelle *Thermometre* un long Tuyau de verre bouché hermetiquement, qui a une petite bouteille en haut, comme A, & par dessous un col long AB, comme une Phiole renversée remplie en partie d'esprit de vin, ou de quelque autre liqueur qui ne géle point en hyver, que l'on fait ordinairement colorée, pour la mieux distinguer dans le Tuyau, dont on se sert pour mesurer les degrez de la chaleur ou de la froidure qui sont dans l'air exterieur. Pour cette fin, l'on divise toute la longueur du Tuyau en huit parties égales, & chacune encore en huit autres parties égales plus petites, pour avoir en tout 64 degrez, afin de connoître plus sensiblement le changement qui peut arriver en tout temps à la temperature de l'air, en prenant garde sur quel degré monte l'eau à chaque heure du jour, selon que la chaleur de l'air exterieur s'augmente & se diminuë : car l'air étant chaud, il fait rarefier l'air contenu dans le Tuyau AB, & cet air étant rarefié presse l'eau & la fait décendre : & tout au contraire quand l'air est froid, il se condense dans le tuyau, & donne place à l'eau pour monter. 145. Fig.

Planche 28. 145. Fig. Ainsi l'on peut comparer les plus grandes chaleurs d'un Eté avec celles d'un autre Eté, ou les plus grandes froidures d'un Hyver à celles d'un autre Hyver, & connoître de deux Chambres celle qui est la plus chaude, celle-là étant la plus chaude, où l'eau décendra le plus bas, la moindre chaleur étant capable de faire rarefier l'air contenu dans le Tuyau AB, comme on l'experimente sans peine, car si l'on applique la main tout doucement sur la bouteille A, la chaleur de la main fait aussi-tôt rarefier l'air, & décendre l'eau, qui reprendra tout doucement sa place, lorsqu'on aura ôté la main, ce qui est encore plus visible lorsqu'on échauffe la bouteille avec son haleine.

Des Hygrometres.

ON appelle *Hygrometres* une Machine, dont on se sert pour connoître les differentes dispositions de l'air à l'égard de sa secheresse & de son humidité, & prevoir en quelque façon la pluye dans un beau temps, l'humidité extraordinaire de l'air, quand le temps est beau, étant une marque d'une pluye future. Les Hygrometres se font en plusieurs manieres differentes, mais je me contenteray d'en expliquer seulement ici une.

146. Fig. Faites une Balance ordinaire AB, qui doit être suspenduë par son Centre de mouvement G, & mettez dans l'un de ses Bassins, comme D, une piece de plomb, & dans l'autre Bassin C une éponge qui demeure en équilibre avec ce plomb: & alors il arrivera que lorsque le temps sera humide, l'éponge s'humectant & se chargeant des petites parties d'eau, qui voltigent en l'air, ce qu'elle fera encore plus facilement, si elle a été auparavant trempée dans de l'eau salée, car bien qu'elle se soit sechée, elle sera plus susceptible de l'humidité de l'air; il arrivera, dis-je, que l'éponge deviendra plus pesante que le plomb, ce qui fera baisser son Bassin, & changer de situation à l'aiguille, qui tournera en même temps autour du point fixe G: & au contraire quand l'éponge sera dessechée par la secheresse de l'air, elle ne sera pas si pesante que le Plomb, & remontera par consequent, ce qui fera aussi tourner l'aiguille, qui montrera par son extremité les degrez de la secheresse de l'air sur la circonference du Cercle décrit du Centre de mouvement G. Mais au lieu d'aiguille & d'un semblable Cercle, l'on peut attacher à l'extremité du Bassin C, une petite chaîne CE composée de plusieurs petites boules, qui tombent sur un Plan horizontal EF, qui y seront dans un plus grand nombre, lorsque l'humidité de l'air sera plus grande, parce que dans ce cas le Bassin C décendra davantage par la pesanteur de l'éponge qui deviendra plus humide, & par consequent plus pesante.

Des Æolipyles.

ON appelle *Æolipyle* un Globe concave d'airain, ou de quelqu'autre semblable matiere qui puisse endurer le feu, qui étant rempli à moitié d'eau par un trou fort petit, & mis ensuite sur des charbons ardans ne produit son effet que lorsqu'il est échauffé, car alors la chaleur fait tellement rarefier l'eau qui est dedans, qu'elle la reduit en vent, qui sort par le même trou avec un siflement si impetueux, que si l'on y applique l'embouchure de quelque instrument à vent, comme d'un Flageolet, il sera capable de le faire joüer.

Pour donner plus d'ornement à cette Machine, on luy donne la figure d'une tête, où le trou est à la bouche qui peut soufler plus d'une heure durant. On luy donne aussi la figure d'une poire avec un petit col, ayant au bout un trou tres-petit, par où l'on fait entrer l'eau en chauffant l'Æolipyle, & en la jettant toute chaude dans de l'eau froide, qui faisant condenser l'air de dedans, que la chaleur avoit auparavant rarefié, contraint l'eau d'entrer par le même trou, pour ne point laisser de vuide. Planche 28. 147. Fig.

Si au lieu d'eau commune, on y met de l'eau de vie rectifiée, & qu'on mette le feu à la vapeur qui sortira, on aura le plaisir de voir un feu continuel, qui durera autant de temps que la vapeur continuera de sortir avec violence.

Des Clepsydres.

ON appelle *Clepsydre* une Horloge d'eau, ou de sable. Ces Horloges étoient bonnes auparavant qu'on eût l'artifice des *Montres* ou Horloges à roües : neanmoins comme les Horloges de sable sont encore à present en usage, & que les Horloges d'eau sont assez curieuses, nous dirons ici quelque chose des unes & des autres.

Premierement pour construire une Horloge d'eau, remplissez d'eau une Cuve, comme AB, & ayant experimenté combien il en sort d'eau dans l'espace de douze heures par le moyen du Syphon CDE, soûtenu par la piece de bois FG, qui flotte sur l'eau, marquez dans la Cuve même les intervalles horaires, & alors la piece de bois FG en se baissant à mesure que l'eau s'écoulera par l'extremité E du Syphon, qui doit être plus basse que la surface de l'eau, autrement l'eau ne s'écouleroit pas, elle marquera les heures. Ou bien mettez sur l'ais FG une petite statuë, ou bien quelqu'autre figure, comme un Oiseau, qui en décendant montrera les heures sur le 148. Fig.

Plan- che 28. Plan perpendiculaire IK. Ou bien encore l'on peut appliquer une corde autour d'un Axe horizontal mobile autour
248. Fig. de ses deux extremitez qui doivent s'appuyer sur deux points fixes, & attacher au bout de cette corde une piece de bois, faite, si l'on veut, comme un petit Vaisseau qui flotte sur l'eau, & lorsque l'eau s'écoule par l'ouverture E du Syphon CDE, dont une partie peut representer le Mast de ce petit Navire, & que ce Navire s'abaisse, l'Axe tournera, & si à l'une de ses deux extremitez il y a un Quadran avec son aiguille, cette aiguille montrera exactement les heures, pourvû que l'ouverture E soit telle que l'eau y passe en telle quantité, que dans l'espace de douze heures il ne s'en écoule qu'autant qu'il est necessaire, afin que le petit Vaisseau en s'abaissant fasse faire precisément un tour à l'Axe, car ainsi le bout de l'aiguille fera une circonference entiere de Cercle qu'il ne faudra plus que diviser en douze parties égales, comme dans les Quadrans ordinaires, &c.

Les Horloges de Sable sont si connuës de tout le Monde, qu'il seroit superflu d'en parler ici plus particulierement : c'est pourquoy sans m'arrêter à ce qu'il y a de commun, je parleray d'une nouvelle invention d'Horloges à Sable, que Monsieur de la Hire de l'Academie Royale des Sciences nous a communiquée depuis quelques années, en ces termes.

249. Fig. „ A la place de l'une des phioles qui composent les Horloges de Sable, on applique un Tuyau de verre de 20 pouces „ environ de longueur, & d'une ligne & demie à peu prés „ d'ouverture. Ce tuyau étant bien bouché par le bout qui „ n'est pas appliqué à la phiole, sert de seconde phiole, en „ sorte que lorsque le Sable décend de la phiole dans le tuyau, „ on le void monter peu à peu, & si distinctement que l'on „ peut observer à quelle hauteur il se trouve, au moins de „ 5 en 5 secondes de temps, & par consequent les minutes „ s'y trouvent tres-distinctement, si cette Horloge n'est „ que pour une demie-heure.

„ Lorsque tout le Sable qui doit passer dans la demie-heure „ est décendu dans le tuyau on retourne la Machine, & le „ Sable se vuidant du tuyau par la phiole, marque de même „ par sa décente dans le tuyau les hauteurs qui conviennent „ aux minutes & à leurs parties.

„ Pour se servir commodément de cette Machine, il faut „ l'appliquer sur un morceau de bois, en sorte que la moitié „ de la phiole & la moitié du tuyau soient enchassées dans „ l'épaisseur du bois. L'on attache deux cordons aux deux ex- „ tremitez du morceau de bois, pour la pouvoir tourner aisé- „ ment, étant toûjours suspenduë en l'air, ou contre quelque „ chose. On marque les divisions des minutes d'un côté du „ tuyau, pour la décente du Sable, lorsqu'il se remplit, & de „ même

même on en marque d'autres de l'autre côté, pour la dé- " Plan-
cente du Sable lorsqu'il se vuide. " che 28)
La Methode de faire ces divisions doit être de l'experien- " 149. Fig.
ce d'un Pendule, en cette sorte. On prendra un fil délié, au "
bout duquel on attachera une balle de plomb, pour servir de "
Pendule simple. Si la longueur de ce Pendule depuis l'endroit "
où le fil est attaché, jusqu'au centre de la balle est de 3 "
pieds, 8 lignes $\frac{1}{2}$, de la mesure de Paris, ce Pendule "
marquera dans ses Vibrations une seconde de temps, & quand "
il aura fait 60 Vibrations, on marquera une des divisions "
des minutes. Toute la division se doit faire avec le Pendule à "
mesure que le Sable montera ou décendra dans le tuyau, "
car les divisions ne sont pas toûjours égales, à cause de "
l'inégalité du tuyau, qui étant plus étroit en quelques en- "
droits, le Sable y monte plus vîte qu'aux autres qui sont "
plus larges. "

On remarquera que le Sable se vuidant du tuyau dans la "
phiole, parcourt d'abord des distances plus grandes que "
celles qui se font vers la fin, ce qui est causé par la décente "
du Sable par secousses, qui le fait un peu tasser dans le com- "
mencement; mais cela ne cause point d'irregularité, les di- "
visions étant faites par l'experience du Pendule. "

FIN.

Planche 28. 148. Fig.

Plan perpendiculaire IK. Ou bien en
quer une corde autour d'un Axe ho
de ses deux extremitez qui doivent
fixes, & attacher au bout de ce
faite, si l'on veut, comme r
l'eau, & lorsque l'eau s'écou
CDE, dont une partie peu
vire, & que ce Navire
de ses deux extremite
cette aiguille montr
l'ouverture E soit
dans l'espace de
est necessaire
faire precis
sera une
que divi
ordin
I
se

B L E

termes expliquez dans la Mecanique.

A

B

Bras

E

F

G

H

Mo-

N

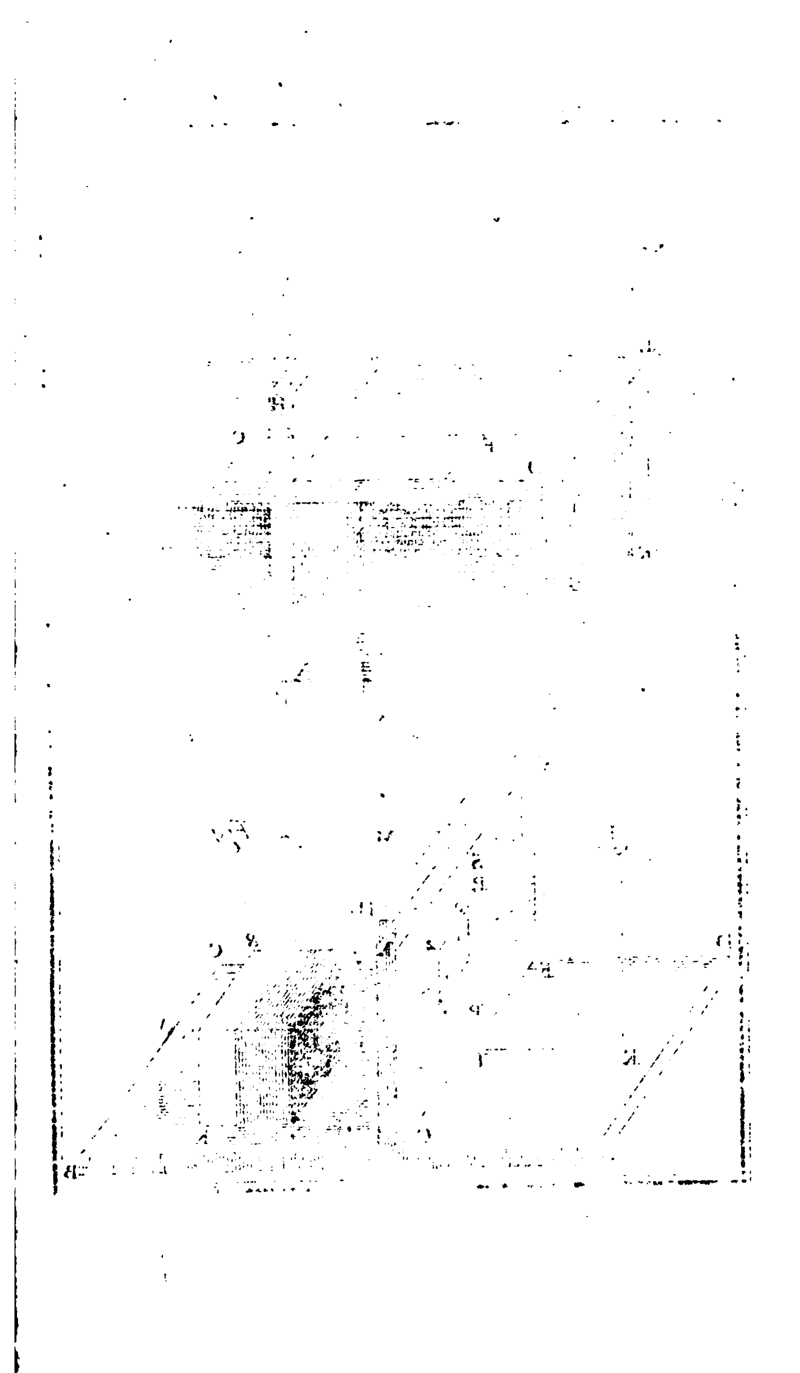
O

P

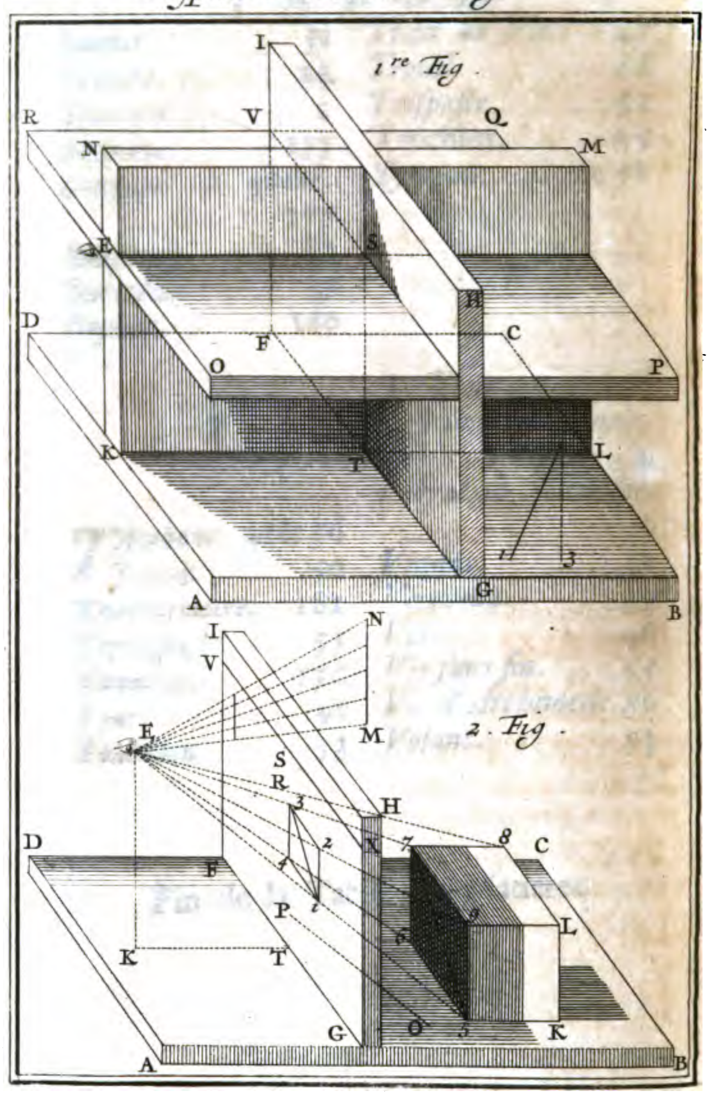
Piston

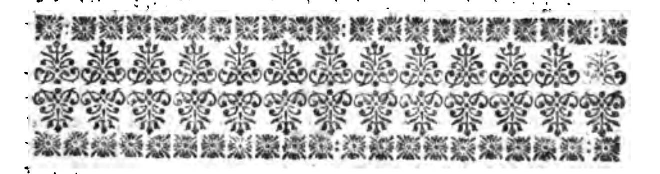
Son-

Fin de la Table des Matieres.



Perspective Planche 1. Page 1





TRAITÉ DE PERSPECTIVE.



A *Perspective* est l'Art de representer les Objets visibles, comme ils paroissent à l'œil dans le Tableau, que pour cette fin l'on suppose transparent, & ordinairement perpendiculaire à l'Horizon, & placé entre l'œil & l'objet. Cette representation se fait en tirant de tous les Points de l'objet jusqu'à l'œil des Rayons, qui rencontrent le Plan du Tableau en des points qui sont les apparences ou representations de ceux de l'objet.

On considere dans la Perspective sur tout l'œil, l'Objet, le Plan du Tableau, le Plan Geometral, le Plan Vertical, & un quatriéme Plan, qu'on appelle Plan horizontal ce qui a donné lieu aux Définitions suivantes.

DEFINITIONS.

LE *Plan Geometral* est une Surface plane parallele à l'Horizon, placée plus bas que l'œil, comme ABCD, dans laquelle on imagine les Objets visibles sans aucun changement, si ce n'est que quelquefois ils sont reduits de grand en petit, & sur laquelle on décrit l'Assiete de l'Objet que l'on veut representer en Perspective. Planche 1. Fig. 1.

L'*Assiete* d'un point d'un objet, qui est hors du Plan Geometral, est un point de ce Plan où tombe une ligne perpendiculaire du point proposé. Ainsi l'on connoîtra que l'Assiete de l'extremité 2 du Bâton incliné 1, 2, est le point 3, où le Plan Geometral ABCD se trouve coupé par la ligne 2, 3,

Planche I. Fig. I. qui luy est perpendiculaire, ce qui fait que le Plan Geometral ABCD, a été aussi appellé par quelques-uns *Plan d'assiete*.

Le *Tableau* est une Surface plane, que l'on suppose transparente comme du verre, & que l'on suppose ordinairement perpendiculaire au Plan Geometral, comme FGHI, que l'on place toûjours à quelque distance entre l'œil & les objets, pour y pouvoir representer ces objets en Perspective, ce qui fait que le Tableau a été appellé *Plan perspectif*.

Il arrive quelquefois que le Tableau est incliné, c'est à dire qu'il n'est pas perpendiculaire au Plan Geometral, ou à l'Horizon, & que sa Surface est courbe, comme quand on veut peindre sur la Surface d'une Voute, mais comme cela n'est pas ordinaire, nous concevrons dans la suite le Tableau comme un Plan perpendiculaire à l'Horizon.

La *Ligne de terre* est la commune section du Plan Geometral & du Tableau, comme FG, sur laquelle s'appuye le Tableau, ce qui fait que cette ligne est aussi appellée *Base du Tableau*.

Le *Plan Horizontal* est une Surface plane, qui passant par l'œil est perpendiculaire au Plan du Tableau, & par consequent parallele à l'Horizon, comme OPQR, qui passe par l'œil que nous supposons au point E.

La *Ligne Horizontale* est la ligne droite dans laquelle le Plan Horizontal & le Plan du Tableau s'entrecoupent, comme VX, qui est necessairement parallele à la Ligne de terre FG.

Le *Rayon principal* est une ligne droite tirée de l'œil perpendiculairement au Plan du Tableau, comme ES, qui se rencontre necessairement dans le Plan Horizontal.

Le *Point de vûë*, qu'on appelle aussi *Point principal*, & *Point de l'œil*, est le point où le Tableau se trouve coupé par le Rayon principal, comme S, qui est necessairement dans la Ligne Horizontale VX.

Le *Point de distance* est un point de la ligne Horizontale, éloigné du Point de vûë d'une distance égale au Rayon principal, comme V, ou X, les lignes SV, SX, étant égales chacune au Rayon principal ES.

Le *Plan Vertical* est une Surface plane, qui passant par le Rayon principal est perpendiculaire à l'Horizon, & par consequent au Plan Geometral, & au Tableau, comme KLMN, auquel la Ligne de terre FG, & la Ligne Horizontale VX sont necessairement perpendiculaires.

La *Ligne de station* est la ligne droite dans laquelle le Plan Vertical coupe le Plan Geometral, comme KL, qui est necessairement parallele au Rayon principal, & par consequent perpendiculaire au Tableau.

La *Ligne Verticale* est la Ligne droite, dans laquelle le

Tableau se trouve coupé par le Plan Vertical, comme ST, qui est necessairement perpendiculaire à la Ligne de station KL, & au Rayon principal EL, parce qu'elle est perpendiculaire au Plan Geometral, & au Plan Horizontal. Planche 1. 1. Fig.

La *Hauteur de l'œil* est une ligne droite, qui passant par l'œil est perpendiculaire au Plan Geometral, comme EK, qui est necessairement parallele & égale à la ligne Verticale ST.

Le *Point accidental* d'une ligne droite est le point où le Tableau se trouve coupé par une ligne droite tirée de l'œil parallelement à la ligne proposée. Ainsi l'on connoistra que le Point accidental de la ligne 5K, ou de sa parallele 9L est le point S. D'où il est aisé de conclure, que toutes les lignes paralleles au Tableau n'ont aucun Point accidental, & que toutes les autres qui sont paralleles entre elles, ont un même Point accidental. On connoît aussi facilement que toutes les lignes droites qui sont perpendiculaires au Tableau, ont pour Point accidental le Point principal S, & que celles qui font avec le Tableau un Angle demi-droit, ont pour Point accidental l'un des deux Points de distance. 2. Fig.

Le *Plan*, ou l'*Ichnographie* de quelque objet qu'on appelle aussi *Assiete*, est sa Projection Ortographique sur le Plan Geometral. Ainsi l'on connoît que le Plan d'un Cylindre droit est un Cercle, & que le Plan d'un Cube droit est un Quarré.

On appelle *Projection Ortographique* d'un objet la figure qui se forme sur le Plan Geometral, en tirant de tous les points de l'objet des lignes droites perpendiculaires au même Plan Geometral.

Mais on appelle *Front* la Projection ortographique d'un objet sur un Plan parallele au Tableau: & *Profil* la Projection ortographique d'un objet sur un Plan parallele au Plan Vertical.

La *Representation* ou l'*Apparence* d'un Point de quelque objet est un Point où le Tableau se trouve coupé par une ligne droite tirée de l'œil au point de l'objet proposé. Ainsi l'on connoît que l'Apparence du point M est le point *m*, & que l'Apparence du point N est le point *n*, & que par consequent l'Apparence de la ligne MN est *mn*.

Il est évident que si une ligne droite de quelque objet étant continuée ne passe pas par l'œil, son Apparence sera une ligne droite du Tableau, où il sera coupé par une Surface plane qui sera composée d'une infinité de lignes tirées de tous les points de la ligne proposée, & aboutissant à l'œil, comme autant de Rayons visuels, comme nous démontrerons plus particulierement au *Theor*. 1.

Il est évident aussi que si une Surface de quelque objet étant continuée ne passe pas par l'œil, son apparence sera

Planche 1. 2. Fig. une partie du Tableau, comprise entre les apparences des lignes qui bornent cette Surface. Ainsi en supposant que la Surface 5, 6, 7, 9, du Cube 5, L, 8, étant continuée, ne passe pas par l'œil E, son apparence sera la partie 1, 2, 3, 4, comprises entre les apparences 12, 23, 34, 14, des lignes 59, 97, 76, 56, qui bornent la Surface proposée 5, 6, 7, 9.

Enfin il est évident que si quelque partie d'un objet touche le Tableau, son apparence sera au même endroit du Tableau, où elle le touche. Ainsi l'on connoîtra que l'apparence de l'extremité P du Bâton incliné OP, qui touche le Tableau FGHI au point P, est le même point P.

Il suit de ce que nous venons de dire, que toutes les parties des objets qui sont plus bas que l'œil, ou que le Plan horizontal, doivent être representées dans le Tableau au dessous de la Ligne Horizontale VX; & que tout au contraire celles qui sont au dessus du Plan Horizontal, ou plus élevées que l'œil, doivent être representées dans le Tableau au dessus de la même Ligne Horizontale VX : & qu'enfin tous les objets qui sont à l'égard de l'œil à droite du Plan Vertical, doivent être representez dans le Tableau à la droite de la Ligne Verticale, & à la gauche ceux qui sont à la gauche du même Plan Vertical.

THEOREMES.

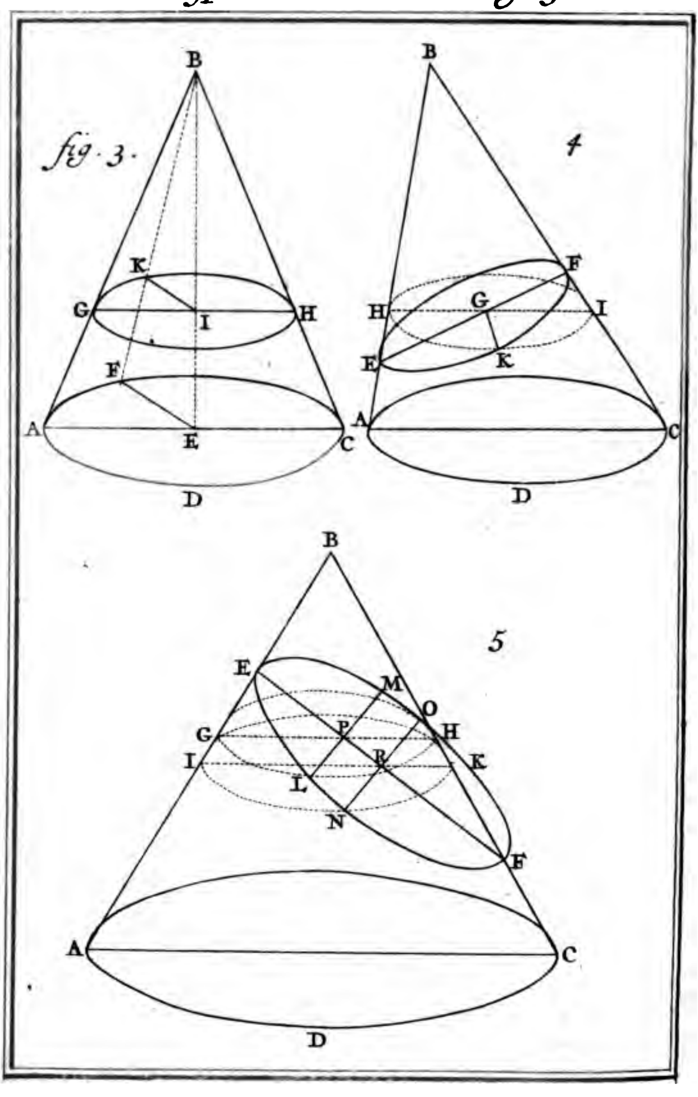
THEOREME I.

Si une ligne droite étant continuée ne passe pas par l'œil, son apparence dans le Tableau sera une ligne droite.

Planche 1. 2. Fig. SI la ligne droite MN étant continuée ne passe pas par l'œil E, je dis que son apparence *mn* dans le Tableau FGHI, est une ligne droite, parce que son Plan triangulaire MEN, que composent tous les Rayons visuels tirez de l'œil E par tous les points de la ligne MN, ne peut couper le Plan du Tableau FGHI que par une ligne droite, par 3. 11.

THEO-




fig. 3.
B
K
G
I
H
F
A
E
C
D
4
B
F
H
G
I
E
K
A
C
D
5
B
E
M
O
G
P
H
I
R
K
L
N
F
A
C
D

THEOREME II.

Si l'on coupe un Cone par un Plan parallele à sa Base, la Section sera un Cercle.

QUoique ce Theorême soit évident de luy-même, parce qu'un Cone est composé d'une infinité de Cercles paralleles entre eux & à sa Base qui est aussi un Cercle, ce qui a fait que dans la Gnomonique & dans la Geometrie, nous l'avons supposé comme démontré: neanmoins afin que rien ne manque dans ce petit Cours de Mathematique, je démontreray que si le Cone ABCD est coupé par un Plan GKH parallele à la Base ADC, qui est un Cercle, la Section GKH est aussi un Cercle, en cette sorte. Planche 2. 3. Fig.

Si l'on tire de la pointe B du Cone par le Centre E de la Base ADCF, qui est un Cercle, l'Axe BE, & que l'on coupe le Cone ABCD par un Plan qui passe par son Axe BE, la Section sera le Triangle ABC, lequel à cause de cela est appellé *Triangle de l'Axe*, qui se trouvera coupé par le Plan GKH, parallele à la Base ADCF, par la droite GH, qui *par* 16. 11. sera parallele au Diametre AC, parce que ces deux lignes AC, GH, sont les Sections des deux Plans paralleles ADC, GHK, par le troisiéme Plan ABC. C'est pourquoy les deux Triangles AEB, GIB, seront semblables, aussi-bien que les deux BEC, BIH, & la raison des deux lignes AE, GI, sera égale à celle des deux CE, HI, parce que chacune de ces deux Raisons est égale à celle des deux lignes BE, BI. D'où il suit que comme les deux lignes AE, CE, sont égales entre elles, parce que le point E est le Centre du Cercle ADCF, aussi les deux GI, HI, sont égales entre elles.

Si par le point F pris à discretion sur la circonference ADC, l'on tire à la pointe B du Cone ABCD, la droite BF, qui sera sur la Surface de ce Cone, & coupera le Plan GHK au point K, & qu'on mene les droites EF, IK, elles seront paralleles entre elles, *par* 16. 11. parce qu'elles sont les Sections des deux Plans paralleles ADC, GKH, & du troisiéme Plan EBF, ce qui rend semblables les deux Triangles BIK, BEF, & *par* 4. 6. la raison des deux lignes EF, IK, sera égale à celle des deux BE, BI, & par consequent à celle des deux AE, GI, & encore à celle des deux CE, HI, d'où il est aisé de conclure, que comme les deux AE, CE, sont égales entre elles, aussi bien que les deux GI, HI, aussi les trois IG, IH, IK, sont égales entre elles, & que par consequent la Section GKH est un Cercle. *Ce qu'il falloit demontrer.*

THEOREME III.

Si l'on coupe un Cone scaléne par un Plan qui étant perpendiculaire à la Base du triangle de l'Axe, retranche de ce Triangle vers la pointe, un autre Triangle semblable dans une situation contraire, la Section sera un Cercle.

Planche 2. 6. Fig.

JE dis que si le Cone scaléne ABCD est coupé par un Plan perpendiculaire à la Base AC du Triangle de l'Axe ABC, en sorte que le Triangle BEF terminé par la section EF de ce Plan coupant & du Triangle de l'Axe ABC soit semblable au même Triangle ABC, dans une situation contraire, ce qui s'appelle *Section soucontraire*, c'est à dire que l'Angle BEF soit égal à l'Angle ACB, & l'Angle BFE à l'Angle BAC, la Section EKF du Cone & du même Plan coupant est un Cercle.

DEMONSTRATION.

Si par le point G pris à discretion sur la commune Section EF du Plan coupant EKF & du Triangle de l'Axe ABC, l'on tire la ligne HI parallele au Diametre AC de la Base ADC du Cone, & que par cette ligne HI l'on fasse passer un Plan parallele à la même Base ADC, la Section HKI de ce Plan & du Cone sera un Cercle, dont le Diametre est HI, *par Theor.* 2. & parce que tant le Plan HKI, que le Plan EKF est perpendiculaire au Triangle de l'Axe ABC, leur commune Section GK sera perpendiculaire au même Triangle ABC, *par* 19. 11. & par consequent aux deux lignes HI, EF : & parce que chacun des deux Triangles BEF, BHI, est semblable au Triangle de l'Axe ABC, ils seront semblables entre eux & l'Angle F sera égal à l'angle H, & l'Angle E à l'Angle I, ce qui rend semblables les Triangles EGH, IGF, & l'on connoîtra *par* 4. 6. que les quatres lignes GH, GE, GF, GI, sont proportionnelles, & *par* 16. 6. que le Rectangle des deux lignes GE, GF, est égal à celuy des deux GH, GI, c'est à dire *par* 35. 3. au quarré de la ligne GK ; d'où il est aisé de conclure que la Section EKF est un Cercle. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME IV.

Si l'on coupe un Cone par un Plan qui étant perpendiculaire à la Base du Triangle de l'Axe, retranche de ce Triangle un autre Triangle dissemblable vers la pointe, la Section sera une Ellipse.

JE dis que si l'on coupe le Cone ABCD, dont la Base est le Cercle ADC, & le Triangle de l'Axe est ABC, par un Plan qui soit perpendiculaire à la Base AC, du Triangle de l'Axe ABC, en sorte que coupant les deux côtez AB, AC, de ce Triangle aux deux points E, F, il retranche du même Triangle de l'Axe ABC le petit Triangle dissemblable BEF, dont la Base EF est la commune Section du Plan coupant & du Triangle de l'Axe ABC; la Section ENFH de ce Plan coupant & du Cone est une *Ellipse*, sçavoir une Figure plane terminée par une ligne courbe, où les quarrez des Ordonnées à un Diametre, comme au diametre EF, sont proportionnels aux Rectangles sous les parties correspondantes du même Diametre. Planche 2. 5. Fig.

PREPARATION.

Que l'on coupe par la pensée le Cone ABCD, par un Plan, qui passant entre les extremitez E, F, de la ligne EF, qu'on appelle *Diametre de Section*, soit parallele à la Base ADC du Cone ABC, pour avoir par cette Section le Cercle GLHM, dont le Diametre GH étant la commune Section du Plan coupant & du Triangle de l'Axe ABC, sera parallele au Diametre AC de la Base ADC.

Que l'on coupe encore le Cone ABCD par un autre Plan, qui passant entre les mêmes extremitez E, F, du Diametre de Section EF, soit aussi parallele à la Base ADC du Cone ABCD, pour avoir par cette seconde Section le Cercle INKO, dont le Diametre IK étant la commune Section de ce second Plan coupant & du Triangle de l'Axe ABC, sera parallele à la Base AC du même Triangle ABC, & par consequent au Diametre GH.

Enfin tirez par les points opposez L, M, où la Section ENFH se trouve coupée par le Cercle GLHM, la droite LM qui sera divisée à Angles droits & en deux également par le Diametre de Section EF, au point P, où les deux Diametres EF, GH, s'entrecoupent. Pareillement tirez par les deux Points opposez N, O, où la même Section ENFH se trouve

coupée par le Cercle INKO, la droite NO, qui sera aussi coupée à Angles droits & en deux également par le Diametre de Section EF, au point R, où les deux Diametres EF, IK, s'entrecoupent. D'où il suit que les deux lignes LM, NO, sont des Ordonnées au Diametre EF, & que ce Diametre EF est un Axe.

Planche 2. 5. Fig.

DEMONSTRATION.

Cette Preparation étant faite, on aura dans les Triangles semblables GPE, IRE, cette Analogie, GP, IR :: EP, ER; & dans les deux semblables HPF, KRF, on aura celle-cy, HP, KR :: FP, FR : & si des termes homologues de ces deux Analogies on forme des Rectangles, comme vous voyez ici, on aura cette troisiéme Analogie.

GP,	IR ::	EP,	ER.
HP,	KR ::	FP,	FR.
GPHP,	IRKR ::	EPFP,	ERFR.

GPHP, IRKR :: EPFP, ERFR, dans laquelle mettant à la place des deux premiers termes, sçavoir du Rectangle des lignes GP, HP, & du Rectangle des lignes IR, KR, les deux Quarrez PL, RN, qui leur sont égaux, par la nature du Cercle, on connoîtra que le Quarré PL, est au Quarré RN, comme le Rectangle des lignes EP, FP, est au Rectangle des lignes ER, FR, & que par consequent la Section ENFH est une Ellipse. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME V.

Si un Cercle est parallele au Tableau, son Apparence dans le Tableau sera aussi un Cercle.

SI l'on imagine par tous les points du Cercle proposé autant de Rayons qui aboutissent à l'œil, il se formera un Cone, dont la pointe sera l'œil, & la Base sera le Cercle: & comme ce Cone se trouve coupé par un Plan parallele à sa base, sçavoir par le Tableau, il s'ensuit, *par Theor.* 2. que la Section ou l'Apparence est un Cercle. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEO-

THEOREME VI.

Si un Cercle n'est point parallele au Tableau, & que son Plan étant continué ne passe pas par l'œil, son Apparence dans le Tableau sera ou une Ellipse, ou un Cercle.

SI l'on imagine par tous les points du Cercle proposé autant de Rayons qui aboutissent à l'œil, il se fera comme dessus, un Cone qui sera coupé obliquement par le Plan du Tableau, & dont par consequent la Section ne peut être qu'une Ellipse, *par Theor*. 4. à moins que la Section du Cone ne soit souncontraire, auquel cas elle feroit un Cercle, *par Theor*. 3.

THEOREME VII.

Si une ligne droite est parallele au Tableau, son Apparence dans le Tableau à luy sera parallele.

SI la ligne 6, 7, est parallele au Tableau FGHI, je dis que son Apparence 3, 4, luy est parallele : car si l'on imagine le long de la ligne proposée 6, 7. un Plan parallele au Tableau, comme le Plan 5, 6, 7, 9, les Sections de ces deux Plans paralleles FGHI, 5679, par le troisiéme Plan Triangulaire 6E7, sçavoir 6, 7, & 3, 4, seront paralleles, *par* 16. 11. Planche 1. 2. Fig.

COROLLAIRE.

Il suit de cette Proposition, que si la ligne proposée est parallele à la Ligne de terre FG, comme 5, 6, son Apparence 1, 4, sera aussi parallele à la Ligne de terre FG : & que si la ligne proposée est parallele au Plan Vertical, ou perpendiculaire à l'Horizon, comme 5, 9, son Apparence 1, 2, sera perpendiculaire à la Ligne de terre FG : & enfin que si la ligne proposée est inclinée à l'Horizon, comme 5, 7, son Apparence 1, 3, sera semblablement inclinée, en sorte qu'étant prolongée autant qu'il en sera besoin, elle fera avec la Ligne de terre FG, un Angle égal à celuy que fait la ligne proposée avec le Plan Geometral.

THEOREME VIII.

Si une ligne droite étant continuée rencontre le Tableau, son Apparence étant prolongée dans le Tableau, passera par son Point accidental.

SI la ligne 7, 8, étant continuée rencontre le Tableau FGHI, je dis que son Apparence 3R dans le Tableau sera une partie de la ligne S3, qui est menée par l'Apparence 3 du point 7, & par le Point accidental S, terminé dans le Tableau par le Rayon ER parallele à la ligne proposée 7, 8; 2. Fig.

c'est

Planche 1. 2. Fig. c'est à dire que si dans la ligne 7, 8, on prend autant de points qu'on voudra, comme 8, & que de là on mene autant de Rayons vers l'œil E, comme E8, ce Rayon E8 passera par quelque point de la ligne S3, comme R.

DEMONSTRATION.

Car le Plan qui passe par les deux lignes paralleles ES, 78, coupe celuy du Tableau par la ligne S3, & parce que les points E, 8, sont pris dans deux lignes paralleles, la ligne E8 menée d'un point à l'autre, est necessairement dans leur Plan, *par* 7. 11. c'est pourquoy lorsqu'elle passe dans le Tableau, ce doit être dans la commune Section S3. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de ce Theorême, que l'Apparence d'une ligne perpendiculaire au Tableau, telle qu'est ici la ligne proposée 7, 8, est une ligne droite, qui étant continuée passe par le point principal S, & que l'Apparence d'une Ligne Horizontale qui fait avec le Tableau un Angle demi-droit, ou de 45 degrez, passe par le Point de distance qui est de ce côté-là.

THEOREME IX.

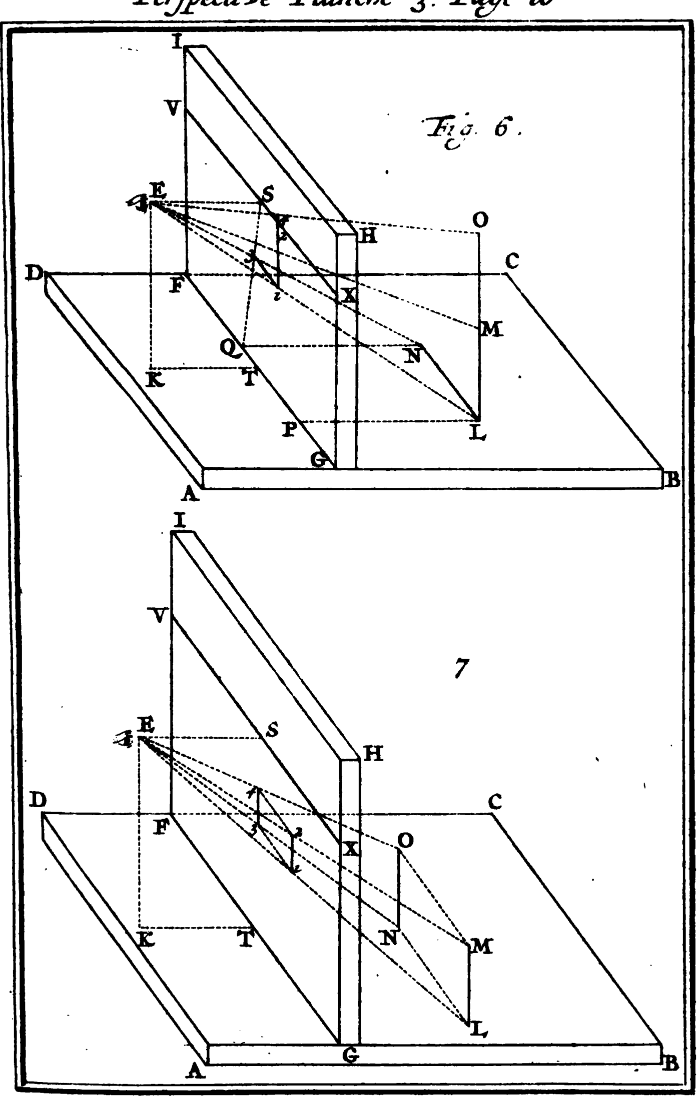
Si d'un même point il part deux lignes droites égales entre elles, & paralleles au Tableau, leurs Apparences dans le Tableau seront aussi égales entre elles.

Planche 3. 6. Fig. SI du point L, il part les deux lignes droites & égales LM, LN, qui soient paralleles au Tableau FGHI, je dis que leurs Apparences 12, 13, sont aussi égales entre elles, comme l'on connoîtra en tirant de l'œil E, les Rayons EL, EM, EN.

DEMONSTRATION.

Car la ligne 12 est parallele à la ligne LM, & la ligne 13 à la ligne LN, *par Theor.* 6. ce qui rend semblables les deux Triangles ELN, E13, & aussi les deux ELM, E12; d'où il est aisé de conclure, *par* 4. 6. que la Raison des deux lignes EL, E1, est égale à celle des deux LM, 12, & aussi à celle des deux LN, 13, & que par consequent les quatre lignes LM, LN, 12, 13, sont proportionnelles: & parce que les deux premieres LM, LN, sont supposées égales, il est de necessité que les deux dernieres 12, 13, soient aussi égales. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Co-


Fig. 6.
I
V
E
S
H
O
D
C
F
X
M
Q
N
K
T
P
L
G
A
B
7
I
V
E
S
H
D
C
F
X
O
K
T
N
M
L
G
A
B

COROLLAIRE.

Il s'ensuit *par* 10. 11. que puisque les deux lignes LM, LN, sont paralleles aux deux 12, 13, l'Angle L des deux lignes LM, LN, est égal à l'Angle 1 de leurs Apparences 12, 13. Planche 3. 6. Fig.

THEOREME X.

Si une ligne droite parallele au Tableau est divisée en parties égales, leurs Apparences dans le Tableau seront aussi égales.

SI la ligne droite LO est parallele au Tableau FGH, & qu'elle soit divisée par exemple en deux également au point M, je dis que les Apparences 12, 24, des parties égales LM, MO, sont aussi égales entre elles, comme l'on connoîtra en tirant de l'œil E, les Rayons EL, EM, EO. 6. Fig.

DEMONSTRATION.

Car la ligne 14 est parallele à la ligne LO, *par Theor.* 7. ce qui rend équiangles les deux Triangles ELM, E12, & aussi les deux EMO, E24, d'où l'on conclud *par* 4. 6. que la Raison des deux lignes EM, E2, est égale à celle des deux LM, 12, & aussi à celle des deux MO, 24, & que par consequent les quatre lignes LM, MO, 12, 24, sont proportionnelles : & parce que les deux premieres LM, MO, sont supposées égales, les deux dernieres 12, 24, seront aussi égales. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

Si la ligne LO étoit continuée vers O, en sorte que la partie qui luy seroit ajoûtée, fût égale à LM, ou à MO, on démontreroit de la même façon que l'Apparence de cette nouvelle ligne ajoûtée seroit égale à l'Apparence 12, de la partie LM, ou à l'Apparence 24 de l'autre partie MO.

THEO-

THEOREME XI.

Si deux lignes droites égales & paralleles entre elles & au Tableau, sont également éloignées du Tableau, leurs Apparences dans le Tableau seront égales entre elles.

Planche 3. 7. Fig.

LEs lignes LM, NO, sont supposées égales & paralleles entre elles & au Tableau FGHI, & de plus également éloignées du même Tableau, en sorte que la ligne LN, ou MO, qui joint leurs extremitez, soit parallele à la Ligne de terre FG, & par consequent à la Ligne Horizontale VX. Cela étant, je dis que les apparences 12, 34, des deux lignes égales LM, NO, sont aussi égales.

DEMONSTRATION.

Car puisque *par Theor. 6.* les Apparences des lignes LM, NO, paralleles au Tableau FGHI, sçavoir 12, 34, sont paralleles entre elles, aussi bien que les deux 13, 24, qui sont les Apparences des lignes LN, MO, paralleles entre elles & au Tableau, la figure 1, 2, 4, 3, sera un Parallelogramme, dont les deux côtez opposez 12, 34, sont *par* 34. 1. égaux entre eux. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME XII.

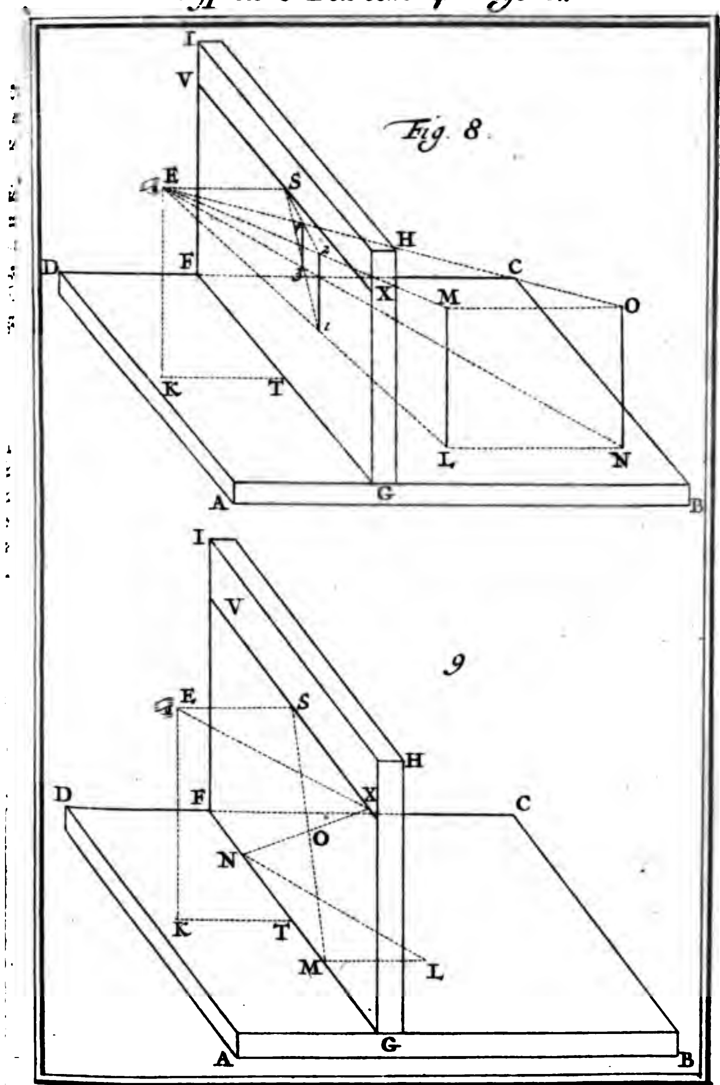
Si de tant de points que l'on voudra d'une ligne droite, qui étant prolongée rencontre le Tableau, on tire autant de lignes droites égales entre elles, & paralleles aussi entre elles & au Tableau, leurs Apparences seront bornées dans le Tableau par des lignes droites, qui étant prolongées passeront par le Point accidental de cette ligne droite.

Planche 4. 8. Fig.

QUe des deux points L, N, de la ligne droite LN, dont le Point accidental est S, l'on tire les droites LM, NO, égales entre elles, & paralleles entre elles & au Tableau FGHI; je dis que les Apparences 12, 34, de ces deux lignes LM, NO, doivent être bornées par les lignes 13, 24, qui étant prolongées aboutiront au Point accidental S.

DEMONSTRATION.

Car puisque les lignes LM, NO, sont paralleles & égales entre elles, les lignes LN, MO, qui joignent leurs extremitez, seront aussi égales & paralleles entre elles, *par* 33, 1, &


Fig. 8
I
V
E
S
H
D
F
C
X
M
O
K
T
L
N
A
G
B
9
I
V
E
S
H
D
F
X
C
O
N
K
T
M
L
A
G
B

& l'une de ces deux lignes, sçavoir LN étant supposée parallele au Rayon ES, l'autre ligne MO sera aussi parallele au même Rayon ES, & le point S sera le Point accidental des deux lignes LN, MO, auquel doivent concourir leurs Apparences 23, 24, *par Theor*. 7.

PROBLEMES.

PROBLEME I.

Etant donné un point dans le Plan Geometral, trouver son Apparence dans le Tableau.

LE point donné dans le Plan Geometral ABCD soit L, dont il faille trouver l'Apparence dans le Tableau FGHI, dont le point de vûë est S, à l'égard de l'œil en E, & la Ligne Horizontale VX; marquez sur cette Ligne Horizontale VX, les deux parties SV, SX, égales chacune au Rayon principal ES, ou à la distance de l'œil au Tableau; pour avoir en V & en X, les deux points de distance, par le moyen desquels on trouvera l'Apparence du point proposé L, en cette sorte. Planche 4. 9. Fig.

Tirez de ce point L, la Ligne LM, perpendiculaire à la Ligne de terre FG, & du point M, où cette perpendiculaire coupe la Ligne Horizontale, tirez au Point principal S, la droite SM. Portez la longueur de la perpendiculaire LM, depuis M sur la Ligne de terre FG à droit ou à gauche, par exemple en N, & tirez par ce point N & par le point de distance opposé X, la droite XN, qui donnera sur la ligne SM l'Apparence du point proposé L au point O.

DEMONSTRATION.

Car si l'on joint les droites EX, LN, on connoîtra aisément qu'elles sont paralleles entre elles, parce qu'elles font avec le Tableau des Angles Demi-droits, à cause des Triangles isoscéles rectangles ESX, LMN, c'est pourquoy le Point de distance X sera le Point accidental de la ligne LN, & *par Theor*. 8. l'Apparence du point L sera en quelque point de la ligne XN, & comme il est aussi dans la ligne SM, parce que la ligne LM est perpendiculaire au Tableau, le point O de leur commune Section doit être la representation du point proposé L. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

SCOLIE.

Planche 4. 9. Fig.

Il est évident que l'Apparence O du point L n'est qu'à l'égard du point E, où nous avons supposé l'œil, & où par consequent il doit être placé quand on aura à regarder le Tableau d'un endroit où le point O represente exactement le point L : car si l'œil est ailleurs qu'en E, ou le Point de vûë se changera, ou bien la distance de l'œil au Tableau, & alors les Points de distance V, X, ne seront plus les mêmes : & la representation du point L se fera ailleurs qu'au point O.

On peut à l'aide de ce Problême representer dans le Tableau telle figure qu'on voudra supposer dans le Plan Geometral : car si cette figure est composée de lignes droites, on cherchera l'Apparence de chacune en particulier, en trouvant les Apparences des deux points qui la bornent : & si elle est composée de quelques lignes courbes, on en trouvera l'Apparence en joignant par une ligne plusieurs points du Tableau, qui soient les Apparences d'autant d'autres points qu'on aura marquez à discretion dans les lignes courbes du Plan Geometral.

PROBLEME II.

Etant donné un point dans le Plan Geometral, d'où il part une ligne droite perpendiculaire à l'Horizon d'une grandeur donnée, trouver l'Apparence de cette ligne dans le Tableau.

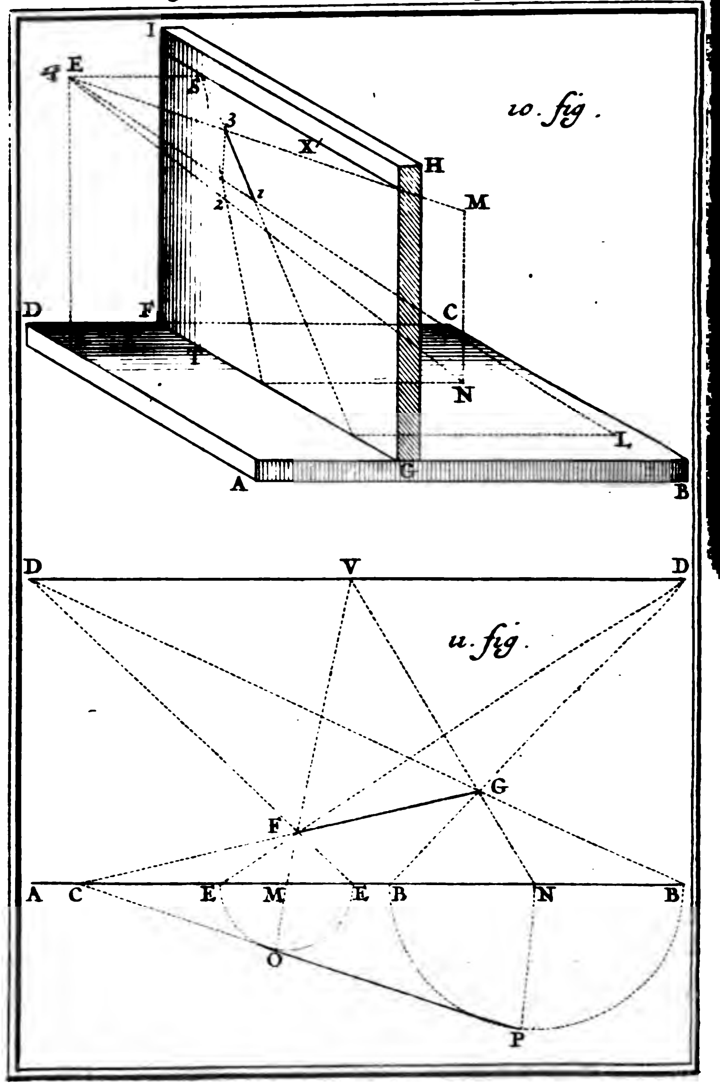
Planche 3. 6. Fig.

LE point L est donné dans le Plan Geometral ABCD, & il en part une ligne à plomb, dont la longueur LM est donnée. Il est proposé de trouver l'Apparence de cette ligne LM dans le Tableau FGHI, dont le point principal est S, & les deux Points de distance sont V, X.

Ayant tiré par le point L, la ligne LN parallele à la Ligne de terre FG, & égale à la proposée LM; tirez des points L, N, les lignes LP, NQ, perpendiculaires à la Ligne de terre FG, & *par Probl.* 1. achevez de trouver les Apparences 1, 3, des deux points L, N, c'est à dire l'Apparence 1 3 de la ligne LN. Aprés cela élevez du point 1, la ligne 1 2 perpendiculaire à la Ligne de terre FG, & égale à la ligne 1 3, & cette perpendiculaire 1 2 sera l'Apparence de la ligne proposée LM.

DEMONSTRATION.

Car la ligne LM étant perpendiculaire au Plan Geometral ABCD, son Apparence dans le Tableau sera perpendiculaire à la Ligne de terre FG, *par Theor.* 7. & elle passera par le point 1, qui est l'Apparence du point L : & parce que LM est perpendiculaire & égale à LN, qui part du point L, & qui est parallele à la Ligne de terre FG, les Apparences de ces deux lignes



I
E
4
5
3
X
H
1
2
M
10. fig.
D
F
C
N
L
A
G
B
D
V
D
11. fig.
G
F
A
C
E
M
E
B
N
B
O
P

lignes égales LM, LN, doivent être égales, *par Theor.* 9. c'est pourquoy la ligne 12, qui part du point 1, ayant été tirée perpendiculaire à la Ligne de terre FG, & égale à la ligne 13, qui est l'Apparence de la ligne LN, sera l'Apparence de la ligne LM. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.* Planche 3. 6. Fig.

SCOLIE.

Dans la pratique la ligne LN n'avoit pas besoin d'être tirée, il falloit seulement aprés avoir tiré du point L, la ligne LP perpendiculaire à la Ligne de terre FG, prendre sur cette Ligne de terre PG, la partie BQ égale à la ligne proposée LM, & tirer du Point principal S, par le point Q, la droite SQ, qui terminera au point 3, la ligne 13 parallele à la Ligne de terre FG, & cette ligne 13 sera la longueur de la perpendiculaire 12 qu'on cherche.

On peut par le moyen de ce Problême representer dans le Tableau tel Prisme qu'on voudra, dont la hauteur sera connuë, & dont le Plan sera donné dans le Plan Geometral, en décrivant l'Apparence de ce Plan dans le Tableau, *par Probl.* 1. & en élevant des points de cette Apparence des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre, & égales à la hauteur du Prisme proposé, comme il vient d'être enseigné.

PROBLEME. III.

Etant donné dans le Plan Geometral un point, d'où il part une ligne droite inclinée d'une grandeur donnée, trouver l'Apparence de cette ligne penchante dans le Tableau.

Supposons que du point L, qui est donné dans le Plan Geometral ABCD, il parte une ligne inclinée LM, dont la longueur & la position soit donnée. Pour en trouver l'Apparence dans le Tableau FGHI, dont le Point de vûë est S, & l'un des deux Points de distance est X, tirez de l'extremité M d'en haut la droite MN perpendiculaire au Plan Geometral ABCD, pour avoir en N sur ce Plan Geometral l'Assiete de l'extremité M; & ayant trouvé *par Probl.* 1. les Apparences 1, 2, des deux points L, N, qui sont sur le Plan Geometral ABCD, trouvez *par Probl.* 2. l'Apparence 2, 3, de la perpendiculaire MN, & menez la droite 1, 3, qui sera l'Apparence de la ligne inclinée LM, parce que le point L est representé par le point 1, & le point M par le point 3. Planche 5. 10. Fig.

SCOLIE.

On peut aussi par le moyen de ce Problême representer dans

Planche 5. 10. Fig. dans le Tableau un Corps incliné & taludé, dont on aura l'Ichnographie sur le Plan Geometral, & la hauteur de toutes ses parties, sçavoir en cherchant *par Probl.* 1. l'Apparence du Plan du Corps incliné, & en cherchant ensuite l'Apparence de toutes les lignes inclinées qui bornent ce Corps incliné, comme il vient d'être enseigné.

La Perspective pratique que nous enseignerons aprés ces Problêmes, vous fera mieux entendre la pratique des trois Problêmes precedens, qui pourroient suffire pour les pratiques ordinaires de la Perspective: mais pour resoudre plusieurs difficultez qui peuvent arriver, nous ajoûterons encore ici les Problêmes suivans.

PROBLEME IV.

Etant donnée dans le Tableau l'Apparence d'une ligne droite du Plan Geometral, trouver dans le même Plan Geometral la grandeur & la position de cette ligne droite.

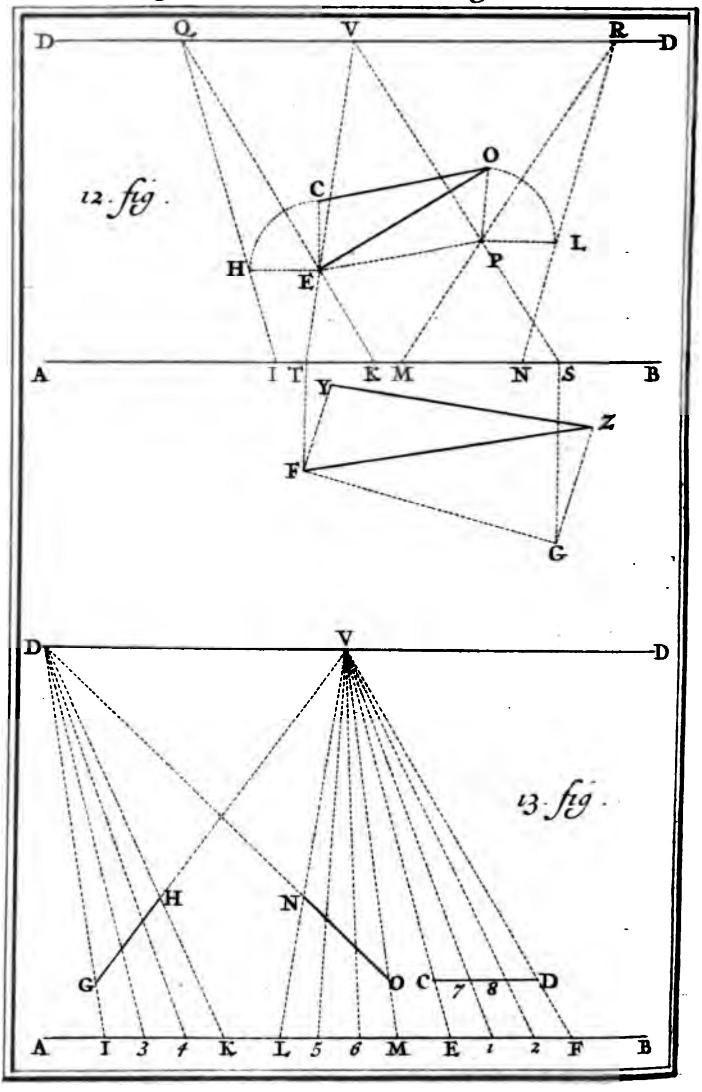
Planche 5. 11. Fig. LA ligne AB represente la Ligne de terre, & sa parallele DD la Ligne Horizontale, sur laquelle on a marqué le Point de vûë V, & les deux points D, D, de distance également éloignez du Point principal V. Nous marquerons toûjours ces choses par les mêmes lettres, pour n'être pas obligez de les repeter davantage. Le reste qui est au dessous de la Ligne de terre AB sera pris pour le Plan Geometral, que l'on doit concevoir au derriere du Tableau.

La ligne FG est l'Apparence d'une ligne du Plan Geometral, & il est proposé de trouver sur le même Plan Geometral la longueur & la position de cette ligne qui est representée dans le Tableau par la ligne FG. Tirez par les deux extremitez F, G, de la ligne proposée FG, à l'un des deux Points de distance D, les droites DB, DE, & au Point principal V, les droites VM, VN, & par les points M, N, de la Ligne de terre AB, tirez à la même Ligne de terre les perpendiculaires MO, NP, en sorte que MO soit égale à ME, & NP à NB, & menez la droite OP, qui sera la ligne qu'on cherche.

DEMONSTRATION.

Car il est évident *par Probl.* 1. que le point F est l'Apparence du point O, & le point G l'Apparence du point P, & que par consequent la ligne FG est l'Apparence de la ligne OP. Ainsi nous avons trouvé sur le Plan Geometral la grandeur & la position de la ligne OP, dont l'Apparence FG a été donnée dans le Tableau. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Sc-


D
Q
V
R
D
O
12. fig.
C
L
H
E
P
A
I
T
K
M
N
S
B
Y
Z
F
G
D
V
D
13. fig.
H
N
G
O
C
7
8
D
A
I
3
4
K
L
5
6
M
E
1
2
F
B

SCOLIE.

On peut se passer du Point principal V, lorsqu'on a les deux Points de distance comme ici, sçavoir en tirant par ces deux points de distance D, D, & par les extremitez F, G, de la ligne proposée FG, les droites DE, DB, & en divisant en deux également la distance EE au point M, & la distance BB au point N, pour achever le reste comme auparavant.

Il est évident que lorsque la ligne proposée FG ne sera pas parallele à la Ligne Horizontale AB, elle rencontrera étant prolongée la même Ligne Horizontale en un point, comme C, qui sera le même par lequel passera la ligne OP aussi prolongée, dont la ligne FG est l'Apparence, ce qui peut apporter quelque abregé dans la pratique.

Si la ligne proposée FG étoit courbe, auquel cas elle representeroit aussi une ligne courbe, on trouveroit de la même façon sur le Plan Geometral cette ligne courbe, sçavoir en trouvant sur le Plan Geometral plusieurs de ses points, comme l'on a trouvé le point O, dont F est l'Apparence, & le point P, dont G est l'Apparence.

Si la ligne proposée FG tendoit au Point principal V, auquel cas les deux points M, N, conviendroient ensemble, elle representeroit une ligne perpendiculaire au Tableau, *par Theor.* 8. & alors il suffiroit d'en trouver sur le Plan Geometral une de ses extremitez, pour en tirer à la Ligne de terre AB une perpendiculaire, qui étant égale à la distance des points E, B, terminez par les deux Rayons qui partent d'un même point de distance D, sera la ligne qu'on cherche.

PROBLEME V.

Etant donnée l'Apparence & l'Assiete dans le Tableau d'une droite élevée au dessus du Plan Geometral, trouver la longueur & la hauteur de cette ligne au dessus du même Plan Geometral.

On donne dans le Tableau la ligne droite CO, & l'Assiete EP, d'une ligne droite élevée sur l'Horizon, & il est proposé de trouver la longueur de la ligne CO, & la hauteur des deux extremitez C, O, c'est à dire la longueur des deux perpendiculaires CE, OP. Planche 6. 12. Fig.

Tirez premierement du Point de vûë V, par les deux points E, P, les droites VE, VP, qui étant prolongées donneront sur la Ligne de terre AB, les points T, S, par le moyen des-

Planche 6. 12. Fig. desquels, & par le Problême precedent, vous trouverez la position & la longueur FG de l'Assiete EP.

Aprés cela tirez par le point d'Assiete E à la ligne de terre AB la parallele EH égale à la perpendiculaire CE, & du point Q pris à discretion sur la Ligne Horizontale DD, tirez par les points E, H, les droites QI, QK, qui donneront sur la Ligne de terre AB, la hauteur IK du point C.

Pareillement tirez par l'autre Point d'Assiete P, à la Ligne de terre AB, la parallele PL égale à la perpendiculaire OP, & du point R pris à volonté sur la Ligne Horizontale DD, tirez par les deux points P, L, les droites RM, RN, qui donneront sur la Ligne de terre AB, la hauteur MN du point O.

Enfin tirez du point F, la ligne FY perpendiculaire à la ligne FG, & égale à la hauteur trouvée IK : & pareillement du point G, la ligne GZ perpendiculaire à la même ligne FG, & égale à la hauteur trouvée MN, & joignez la droite YZ, qui representera la longueur de la ligne proposée CO.

SCOLIE.

Si la ligne proposée CO est courbe, on trouvera les hauteurs de plusieurs de ses points, comme nous avons trouvé celles des points C, O, aprés quoy l'on trouvera sur la ligne FG, qui peut être droite & courbe les positions des mêmes points, pour tirer de ces nouveaux points d'Assiete des perpendiculaires à la droite FG, & égales aux hauteurs trouvées correspondantes aux mêmes points, & en joignant les extremitez de toutes ces perpendiculaires par une ligne courbe, cette nouvelle courbe sera celle qui est representée dans le Tableau par la courbe proposée.

Lorsqu'il arrivera que les hauteurs trouvées IK, MN, seront égales entre elles, cela fera connoître que la droite proposée CO est horizontale, c'est à dire parallele au Plan Geometral, & alors il ne sera pas necessaire de tirer les deux perpendiculaires FY, GZ, pour connoître la longueur de la ligne CO, parce que dans ce cas cette longueur sera égale à la ligne FG, à cause des deux égales, & paralleles FY, GZ, &c.

On peut aisément par le moyen de ce Problême trouver la longueur & la position sur le Plan Geometral d'une ligne inclinée, dont on a l'Apparence dans le Tableau, & son Assiete. Comme si l'on donne dans le Tableau la ligne inclinée EO, & son Assiete EP, il n'y a qu'à trouver sur le Plan Geometral le point F, dont E soit la representation, & la ligne FG, dont EP soit l'Apparence, avec la hauteur MN, dont OP soit l'Apparence, & élever du point G, sur FG, la perpendiculaire GZ égale à la hauteur trouvée MN, pour joindre

la droite FL, qui donnera la longueur & la position de la ligne inclinée EO. Planche 6. 12. Fig.

PROBLEME VI.

Diviser en parties égales en representation l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne droite située sur le Plan Geometral.

IL peut arriver plusieurs cas, parce que la ligne proposée dans le Tableau peut être parallele à la Ligne de terre; ou concourir au Point de vûë, ou à l'un des deux Points de distance, ou bien à quelque autre point de la Ligne Horizontale: mais tous ces cas se resoudront de la même façon, par le moyen d'un point que nous prendrons indifferemment sur la Ligne Horizontale; comme vous allez voir. 13. Fig.

Pour diviser la ligne proposée GH, qui tend au Point principal V, par exemple en trois parties égales en representation, tirez par ses deux extremitez G, H, du point D pris à discretion sur la Ligne Horizontale DD; les droites DG, DH; & les prolongez jusqu'à ce qu'elles rencontrent la Ligne de terre AB, en deux points, comme I, K. Aprés cela divisez la partie IK en trois parties égales aux points 3, 4, par lesquels tirant au même point D, des lignes droites, elles diviseront la ligne proposée GH en trois parties égales en representation.

DEMONSTRATION.

La Demonstration de cette pratique sera évidente à celuy qui considerera le point D comme le Point accidental de quatre lignes paralleles entre elles qui sont representées par les lignes qui partent de ce Point accidental D, & qui diviseront en trois parties égales la ligne du Plan Geometral, dont la proposée GH est l'Apparence.

Pareillement pour diviser en trois parties égales en representation, la ligne NO, qui tend au Point de distance D, on tirera par leurs extremitez N, O, du point V pris à discretion sur la Ligne Horizontale DD, les droites VL, VM, & ayant divisé la partie LM de la Ligne de terre AB, en trois parties égales aux points 5, 6, on tirera par ces points 5, 6, au même point V. des lignes droites qui diviseront la ligne proposée NO en trois parties égales en representation.

On travaillera de la même façon pour toute autre ligne; mais quand elle se rencontrera parallele à la Ligne de

 terre,

Planche 6. 13. Fig. terre, comme CD, il suffira de la diviser simplement en trois parties égales aux points 7, 8, ce qui fera la même chose que si l'on divisoit la partie EF en trois également aux points 1, 2, parce que cette ligne CD representant une ligne parallele au Tableau, *par Theor.* 7. ses divisions doivent être égales entre elles, *par Theor.* 10.

SCOLIE.

Ce Problême se peut aussi resoudre generalement en cherchant *par Probl.* 1. sur le Plan Geometral la ligne dont la proposée dans le Tableau est l'Apparence, & en divisant en parties effectivement égales cette ligne du Plan Geometral, que nous appellerons dans la suite *Ligne Geometrale*, & qu'on appelle aussi *Ligne Objective*, ce terme s'appliquant generalement à toute ligne, qui étant hors du Tableau appartient à quelque objet. Aprés quoy l'on tirera des points de division de cette Ligne Geometrale des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre qui sera coupée par ces perpendiculaires en des points, par où tirant autant de lignes droites au point de vûë, ces lignes droites diviseront la proposée en parties égales en representation. Cela se peut pratiquer encore plus generalement par le moyen du *Probl.* 8.

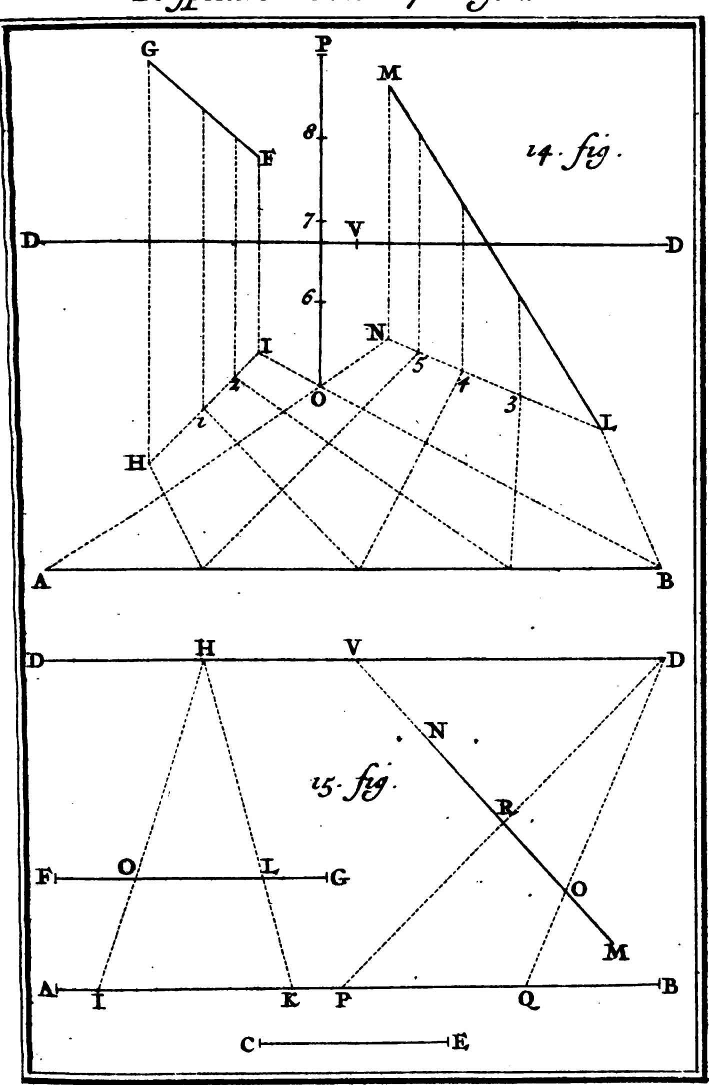
PROBLEME VII.

Diviser en parties égales en representation l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne objective élevée sur le Plan Geometral.

Planche 7. 14. Fig. Il peut aussi arriver plusieurs cas differens, parce que la ligne proposée dans le Tableau peut representer une ligne qui soit toute hors du Plan Geometral, ou qui touche en l'une de ses deux extremitez le Plan Geometral, l'autre extremité étant en l'air, & que dans ces deux cas cette ligne peut être ou inclinée, ou perpendiculaire à l'Horizon.

Tous ces cas se resoudront par le moyen de l'Assiete de la ligne proposée, excepté celuy auquel cette ligne est perpendiculaire à la Ligne de terre AB, comme OP, parce que son Assiete n'étant qu'un point, on ne peut pas s'en servir pour diviser la ligne proposée en parties égales en representation, mais il sera facile de resoudre ce dernier cas, comme vous verrez aprés avoir résolu les premiers en cette sorte.

Pour diviser premierement la ligne FG qui represente une ligne objective élevée sur le Plan Geometral, par exemple en trois parties égales en representation, divisez *par Probl.* 6. l'Assiete HI en trois parties égales en representation aux


G
P
M
8
F
14. fig.
7
V
D
D
6
N
I
5
2
4
O
3
1
L
H
A
B
D
H
V
D
N
15. fig.
R
O
L
F
G
O
M
A
I
K
P
Q
B
C
E

aux points 1, 2, & tirez de ces deux points 1, 2, autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, qui diviseront la ligne proposée FG en trois parties égales en representation. Planche 7. 14. Fig.

Pareillement pour diviser par exemple en quatre parties égales en representation la ligne inclinée LM, dont l'Assiete est LN, on divisera *par Probl. 6.* cette Assiete LN en quatre parties égales en representation, & des points de division 3, 4, 5, on élevera autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, qui diviseront la ligne proposée LM en quatre parties égales en representation, comme il étoit proposé.

Parce que la ligne OP est perpendiculaire à la Ligne de terre AB, on connoît *par Theor. 7.* qu'elle represente une ligne objective parallele au Tableau, & *par Theor. 10.* que ses divisions sont égales : c'est pourquoy pour la diviser par exemple en quatre parties égales en representation, on la divisera en quatre parties effectivement égales aux points 6, 7, 8, qui seront les points de la division que l'on demande.

SCOLIE.

Parce que la ligne FG tend au Point principal V, son Assiete HI tend aussi au Point de vûë V, & alors pour la diviser en parties égales en representation, l'on se peut servir du Point de distance D, qui est son Centre diviseur : mais comme l'Assiete LN de la ligne inclinée LM ne tend pas au Point principal V, son Centre diviseur sera à un autre point de la Ligne Horizontale DD. Nous allons enseigner à le trouver dans le

PROBLEME VIII.

D'un point donné sur l'Apparence donée dans le Tableau d'une Ligne Geometrale, retrancher une partie égale en representation à une ligne donnée.

Il peut encore arriver plusieurs cas differens, parce que la ligne donnée dans le Tableau peut être parallele à la Ligne de terre AB, où elle peut tendre au Point principal V, ou à l'un des deux Points de distance D, ou bien à quelqu'autre point de la Ligne Horizontale DD. 15. Fig.

Tous ces cas se resoudront d'une même maniere, sçavoir par un point que nous marquerons sur la Ligne Horizontale DD, & que nous appellerons *Centre diviseur*, qui se trouve differemment selon la position de la ligne donnée dans le Tableau, comme vous allez voir.

Premierement si la ligne proposée dans le Tableau est parallele à la Ligne de terre AB, comme FG, son Centre diviseur

Planche 7. 15. Fig. se pourra prendre en tel point qu'on voudra de la Ligne Horizontale DD, comme en H : c'est pourquoy s'il faut retrancher depuis le point donné O vers G, une partie égale en representation à la ligne donnée CE, tirez du Centre diviseur H, par le point donné O, le Rayon HO, & le prolongez jusqu'à ce qu'il rencontre la Ligne de terre AB, en quelque point, comme en I. Aprés cela faites IK égale à CE, & menez le Rayon HK, qui déterminera sur la ligne donnée FG, la partie OL égale en representation à la ligne donnée CE.

Secondement si la ligne donnée dans le Tableau tend au Point principal V, comme MN son Centre diviseur sera celuy qu'on voudra des deux Points de distance D. Si donc on donne sur cette ligne le point O, pour en retrancher une partie égale en representation à la ligne donnée CE, on tirera du point D par le point O, le Rayon DQ, & ayant fait QP égale à CE, on tirera le Rayon DP, qui retranchera de la ligne donnée MN, la partie OR égale en representation à la ligne donnée CE.

Planche 8. 16. Fig. Mais si la ligne donnée dans le Tableau tend à quelqu'autre point de la Ligne Horizontale DD, par exemple au Point de distance D, comme FG, son Centre diviseur se trouvera en tirant par le Point principal V, la ligne VL perpendiculaire à la Ligne Horizontale DD, & égale à la distance VD de l'œil au Tableau, & en portant la distance DL depuis D à droit ou à gauche sur la Ligne Horizontale DD en M, qui sera le Centre diviseur de la ligne proposée FG. Si donc on donne la ligne CE, & le point O, l'on tirera le Rayon MOH, & ayant fait HA égale à CE, le Rayon MA déterminera sur la ligne proposée FG, la partie OK, égale en representation à la ligne donnée CE.

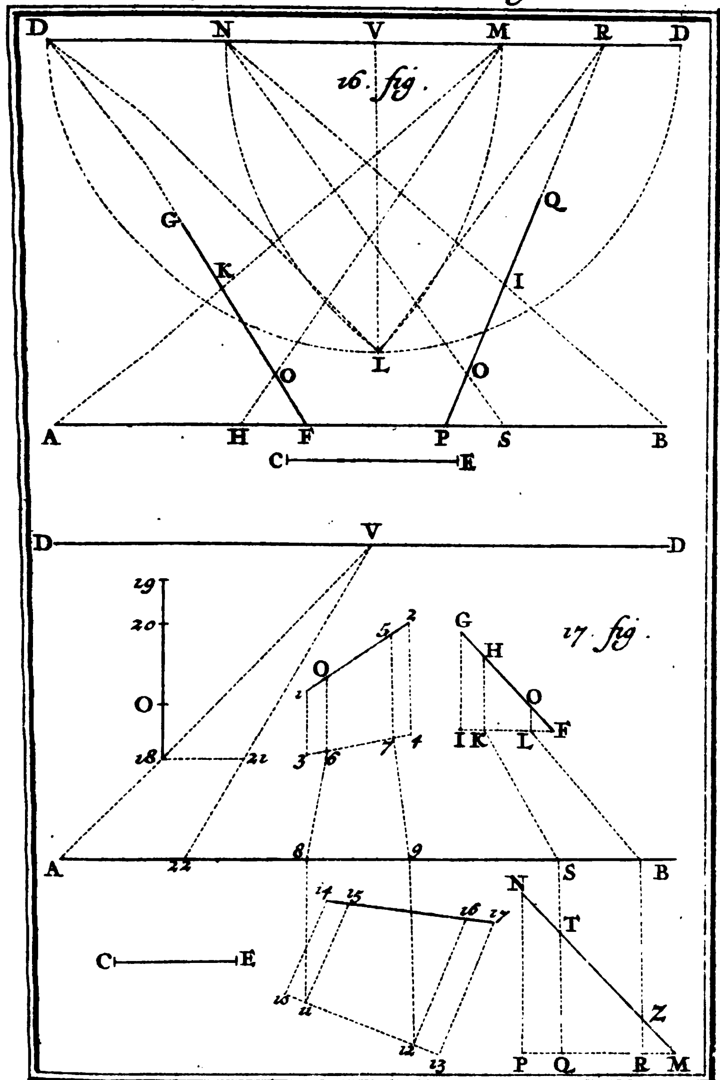
Pareillement pour trouver le Centre diviseur de la ligne PQ, qui tend au point R de la Ligne Horizontale DD, portez la distance RL de ce point L à l'œil depuis le même point R à droit ou à gauche sur la Ligne Horizontale DD en N, qui sera le Centre diviseur de la ligne PQ. Si donc on donne la ligne CE, & le point O sur la ligne proposée PQ, & que l'on tire le Rayon NOS, pour faire SB égale à CE, en tirant le Rayon NB, on aura sur la ligne proposée PQ la partie OI égale en representation à la ligne donnée CE.

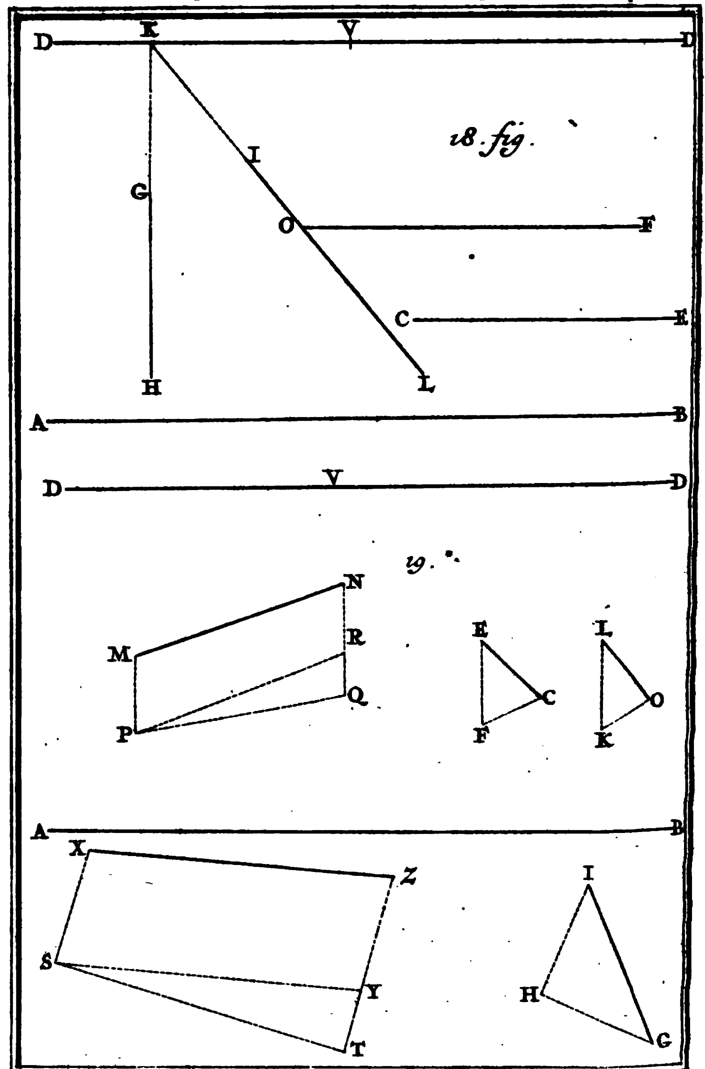
DEMONSTRATION.

La Démonstration de cette pratique sera évidente si l'on considere que le point R est le Point accidental de la Ligne Géometrale, dont PQ, est l'Apparence, *par Theor.* 8. & que le point L represente l'œil, en prenant la ligne LV pour le Rayon principal, de sorte que la ligne LR sera celle qui détermine dans

le

Perspective Planche 8. Page 22




D
K
V
D
18. fig.
I
G
O
F
C
E
H
L
A
B
D
V
D
19.
N
R
M
E
L
Q
C
O
P
F
K
A
B
X
Z
I
S
Y
H
T
G

e Tableau le Point accidental R, & qui par consequent sera parallele à la Ligne Geometrale representée par la ligne PQ dans e Tableau : car si par ces deux lignes paralleles on fait passer un Plan, & qu'on les fasse mouvoir horizontalement avec leur Plan, la Geometrale autour du point P, & sa parallele LR autour du point R, jusqu'à ce que ce Plan convienne avec celuy du Tableau, auquel cas le point L parviendra en N, & la Ligne Geometrale conviendra avec la partie PP de la Ligne de terre AB, ce point N sur la Ligne Horizontale DD aura le même effet sur le Plan du Tableau que le point L en l'air, & il sera par consequent le Centre diviseur de la ligne proposée PQ. Planche 8, 16. Fig.

SCOLIE.

Il n'est pas mal-aisé de juger que l'on peut de la même façon ajoûter à une semblable ligne donnée dans le Tableau une ligne d'une grandeur donnée en representation, & que l'on peut aussi par le moyen de ce Problême resoudre le precedent, mais ce Problême se peut aussi resoudre par le moyen du suivant.

PROBLEME IX.

D'un point donné sur l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne droite élevée au dessus du Plan Geometral, retrancher une partie égale à une ligne donnée.

IL peut aussi arriver plusieurs cas, parce que la ligne donnée dans le Tableau, peut representer une ligne inclinée sur le Plan Geometral, ou perpendiculaire au Plan geometral, ou bien une ligne tout-à-fait élevée sur le Plan geometral, qui peut être parallele au Plan geometral, ou inclinée, ou perpendiculaire au même Plan Geometral.

Tous ces cas se resoudront d'une même façon, sçavoir par le moyen de l'Assiete de la ligne proposée dans le Tableau, excepté quand cette ligne sera perpendiculaire à la Ligne de terre, parce que dans ce cas son Assiete n'étant qu'un point, on ne peut pas s'en servir comme quand elle est une ligne droite, mais il sera facile de resoudre ce cas aprés avoir resolu les autres en cette sorte.

Que la ligne FG dont l'Assiete est IF, represente une ligne inclinée sur le Plan geometral, & qu'il en faille retrancher depuis le point donné O vers G, une partie égale en representation à la ligne donnée CE. 17. Fig.

Ayant trouvé *par Probl.* 5. la ligne PM, dont l'Assiete IF soit la representation, & la ligne MN, dont la ligne

Planche 8, 17. Fig. proposée FG soit l'Apparence, tirez du point donné O, la ligne OL perpendiculaire à la Ligne de terre AB, & du Point principal V, par le point L, la droite LB, qui rencontre ici la ligne de terre AB, en B, par où vous tirerez à la même ligne de terre AB, la perpendiculaire BR, qui donnera sur PM le point R, dont L est l'Apparence. Elevez de ce point R sur PM, la perpendiculaire RZ, qui donnera sur MN le point Z, dont le point donné O est l'Apparence. Faites ZT égale à la ligne donnée CE, & tirez du point T, sur PM la perpendiculaire TQ, & du point Q à la ligne de terre AB, la perpendiculaire QS. Enfin tirez du Point principal V, par le point S, le Rayon SK, & du point K à la ligne de terre AB, la perpendiculaire KH, qui déterminera sur la ligne proposée FG, la partie OH en representation à la ligne ZT, ou à la ligne donnée CE.

Pareillement si l'on donne le point O sur l'Apparence donnée 1, 2, d'une ligne élevée sur le Plan geometral, dont l'Assiete est 3, 4, pour en retrancher une partie égale en representation à la ligne donnée CE; tirez de ce point O, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire O6, & ayant trouvé *par Probl.* 5. la ligne 10, 13, dont l'Assiete 3, 4, soit l'Apparence, & la ligne 14, 17, dont la ligne proposée 1, 2, soit la representation, tirez du Point principal V, par le point 6, la droite 6, 8, & par le point 8, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire 8, 11, & encore par le point 11, à l'Assiete Geometrale 10, 13, la perpendiculaire 11, 15, qui donnera sur la ligne 14, 17, le point 15, depuis lequel on prendra sur la même ligne 14, 17, la partie 15, 16, égale à la ligne donnée CE, pour tirer du point 16 à la ligne 10, 13, la perpendiculaire 16, 12, & du point 12, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire 12, 9; aprés quoy l'on tirera du point 9, au Point principal V, le Rayon 7, V, & on élevera du point 7, la ligne 7, 5, perpendiculaire à la ligne de terre AB, & l'on aura sur la ligne proposée 1, 2, la partie O5 égale en representation à la ligne donnée CE.

Si le point O est donné sur une ligne perpendiculaire à la ligne de terre AB, comme 18, 19, dont le point d'Assiete est 18, tirez par ce point 18, à la ligne de terre AB, la parallele 18. 21, terminée par deux Rayons, tirez du point V pris à discretion sur la Ligne Horizontale DD, par les points A, 22, éloignez entre eux sur la ligne de terre AB, d'une distance égale à la ligne donnée CE, & faites O, 20, égale à 18, 21, & la partie O, 20, sera égale en representation à la ligne donnée CE.

PROBLEME X.

Tirer d'un Point donné dans le Tableau, à l'Apparence donnée dans le même Tableau d'une ligne geometrale, une parallele en representation.

IL peut arriver deux cas, parce que la ligne proposée dans le Tableau peut être parallele à la ligne de terre AB, comme CE, ou bien étant prolongée elle peut rencontrer en quelque point la Ligne Horizontale, comme GH, qui rencontre la Ligne Horizontale DD au point K, qui *par Theor.* 8 est le Point accidental de la ligne geometrale, dont GH est la representation. Planche 9. 18. Fig.

Pour tirer en premier lieu à la ligne donnée CE, parallele à la ligne de terre AB, par le point donné O, une ligne parallele en representation, l'on tirera par ce point donné O, à la ligne de terre AB, la parallele OF, qui *par Theor.* 4. sera parallele en representation à la ligne donnée CE, c'est à dire qu'elle representera une ligne geometrale parallele à celle que la ligne CE represente.

Pour tirer en second lieu par le même point donné O, une ligne parallele en representation à la ligne donnée GH, qui étant prolongée rencontre la Ligne Horizontale DD au point K, tirez par ce point K, & par le point donné O, la ligne IL, qui *par Theor.* 5. sera parallele en representation à la ligne donnée GH.

PROBLEME XI.

Tirer d'un point donné dans le Tableau à l'Apparence donnée dans le même Tableau d'une ligne droite élevée au dessus d'un Plan Geometral, une parallele en representation.

IL peut aussi arriver plusieurs cas differens à l'égard de la ligne donnée dans le Tableau, parce qu'elle peut representer une ligne droite qui touche en l'une de ses deux extremitez le Plan Geometral, ou qui est tout-à-fait élevée au dessus du Plan Geometral, & que dans ces deux cas la ligne proposée peut representer une ligne inclinée au Plan Geometral, ou parallele au Plan Geometral, ou bien perpendiculaire au même Plan Geometral, auquel cas la ligne proposée est perpendiculaire à la ligne de terre, & reçoit une solution particuliere, comme vous verrez.

Pour

Planche 9. 29 Fig.

Pour tirer en premier lieu par le point donné O, dans le Tableau une ligne parallele en representation à l'Apparence donnée CE d'une ligne droite inclinée au Plan Geometral, & touchant le même Plan Geometral en un point, dont C est l'Apparence; tirez *par Probl.* 10. par le point donné O, à l'Assiette CF, la parallele OK, qui soit égale en representation à la même Assiette CF, ou à la ligne GH, dont CF est la representation, ce qui se peut faire *par Probl.* 8. car je suppose que *par Probl.* 3. on a trouvé sur le Plan Geometral la figure GHI, dont CEF est l'Apparence. Aprés cela tirez du point K, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire KL, égale en representation à la perpendiculaire EF, ou à la perpendiculaire HI, dont EF est la representation, ce qui se peut faire *par Probl.* 2. & menez la droite OL, qui sera parallele en representation à la ligne proposée CE.

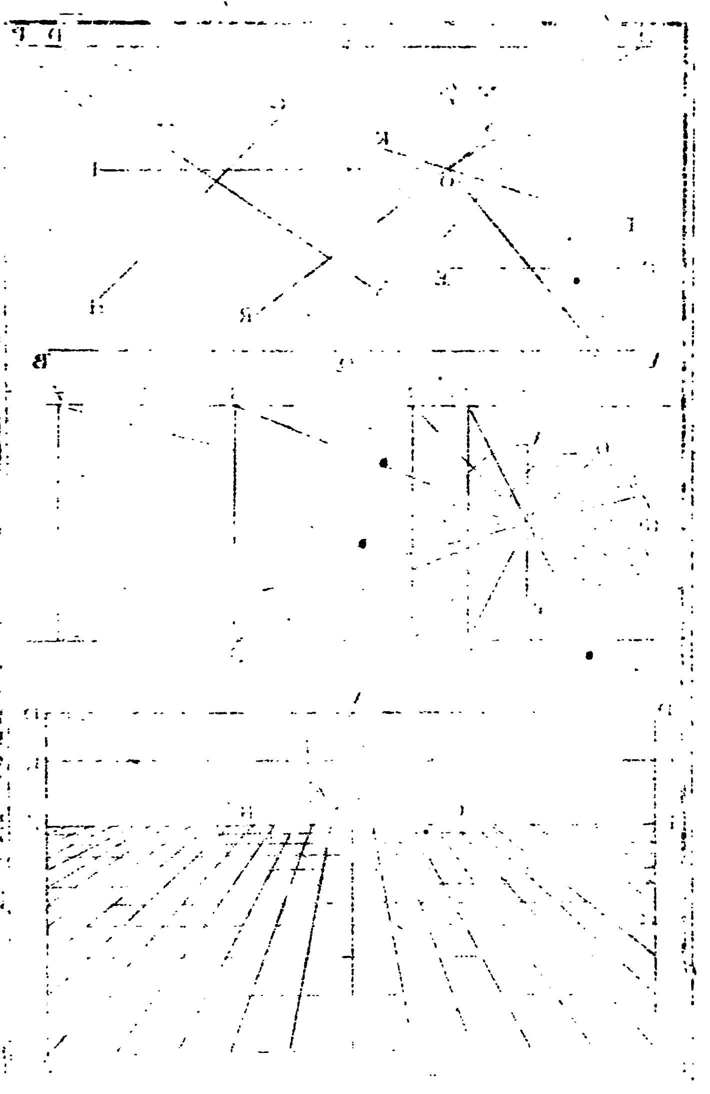
Si la ligne proposée est tout-à-fait élevée au dessus du Plan Geometral, comme MN, dont l'Assiette est PQ, ayant trouvé *par Probl.* 3. la figure STZX, sur le Plan Geometral, dont la figure PQNM soit l'Apparence dans le Tableau, tirez par le point S du Plan Geometral à la ligne XZ, la parallele SY, & ayant fait *par Probl.* 2. la ligne QR égale en representation à la ligne TY, menez la droite PR, qui representera une ligne inclinée au Plan Geometral, & parallele à la proposée MN. C'est pourquoy si, comme nous venons d'enseigner dans le premier cas, on tire par le point donné dans le Tableau une ligne parallele en representation à la ligne PR, cette parallele sera aussi parallele en representation à la ligne proposée MN.

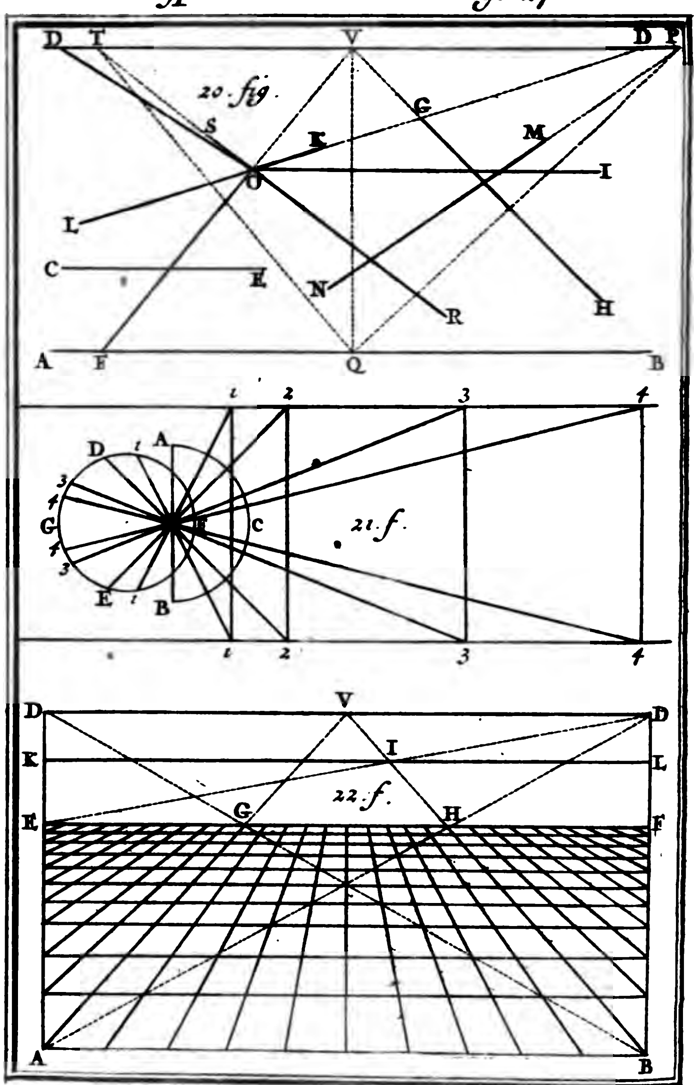
Il est évident *par Theor.* 4. que si la ligne donnée dans le Tableau est parallele à la ligne de terre AB, sa parallele en representation sera aussi parallele à la meme Ligne de terre AB; & que si la même ligne donnée dans le Tableau est perpendiculaire à la Ligne de terre AB, en sorte qu'elle represente une ligne perpendiculaire à l'Horizon, sa parallele en representation sera aussi perpendiculaire à la même Ligne de terre AB.

COROLLAIRE.

On tire de ce Problême la maniere de trouver le Point accidental d'une ligne proposée dans le Tableau : car si par un point pris à volonté dans le Tableau, on tire une ligne parallele en representation à la proposée, le point de Section dans le Tableau de ces deux lignes paralleles en representation, sera le Point accidental de la ligne proposée.

PRO-





D T V D P
20. fig.
S G K M
O I
L
C E N
R H
A F Q B
1 2 3 4
D 1 A
3 4 G 4 3
E C
21. f.
E 1 B
1 2 3 4
D V D
K I L
22. f.
E G H F
A B

PROBLEME XII.

D'un Point donné dans le Tableau, tirer une ligne perpendiculaire en representation à une ligne droite donnée dans le même Tableau.

Il peut arriver deux cas principaux, parce que la ligne donnée dans le Tableau peut representer une ligne geometrale, ou une ligne élevée au dessus du Plan Geometral, mais comme ce second cas n'est pas de grand usage, nous ne parlerons que du premier, qui peut avoir aussi plusieurs cas differens, parce que la ligne donnée dans le Tableau peut être parallele à la ligne de terre, ou concourir au Point de vûë, ou à l'un des deux Points de distance, ou bien à quelqu'autre point de la Ligne Horizontale.

Premierement si la ligne donnée dans le Tableau est parallele à la ligne de terre AB, comme CE, & que le point donné soit O, on tirera de ce point O par le Point principal V, la droite OF, qui sera perpendiculaire en representation à la ligne donnée CE. Planche 10. Fig. 20.

Si la ligne donnée dans le Tableau tend au Point principal V, comme GH, on tirera par le point donné O, à la Ligne de terre AB, la parallele OI, qui sera perpendiculaire en representation à la ligne proposée GH.

Si la ligne donnée dans le Tableau tend à l'un des deux Points de distance D, comme KL, on tirera à l'autre Point de distance D par le point donné O, la droite DO, qui sera perpendiculaire en representation à la ligne proposée KL, parce que chacune de ces deux lignes fait avec le Tableau un Angle demi-droit; ce qui fait que ces deux mêmes lignes font entre elles un Angle droit.

Enfin si la ligne donnée dans le Tableau rencontre la Ligne Horizontale DD en quelqu'autre point, comme MN, qui la rencontre au point P, tirez du Point principal V, la ligne droite VQ perpendiculaire à la Ligne Horizontale DD, & égale à la distance VD de l'œil au Tableau, & ayant joint la droite QP, tirez-luy par le point Q, la perpendiculaire QT, qui donnera sur la Ligne Horizontale DD le point T, duquel on tirera par le point donné O, la droite RS, qui sera perpendiculaire en representation à la ligne proposée MN. Nous ne donnons point la démonstration de toutes ces petites pratiques, parce qu'elle est facile à trouver à celuy qui entend bien les Theorêmes precedens.

PERSPECTIVE PRATIQUE.

LA *Perspective Pratique* est celle qui par des abregez, c'est à dire par des regles courtes & faciles represente en Perspective tout ce que l'on veut dans le Tableau, elle se divise en *Perspective Lineale*, qui est la diminution des lignes dans le Plan du Tableau, où elles en representent d'autres éloignées du Tableau : & en *Perspective Aërienne*, qui est la diminution des teintes & des couleurs, qui n'appartient proprement qu'aux Peintres, c'est pourquoy nous n'en parlerons pas ici davantage.

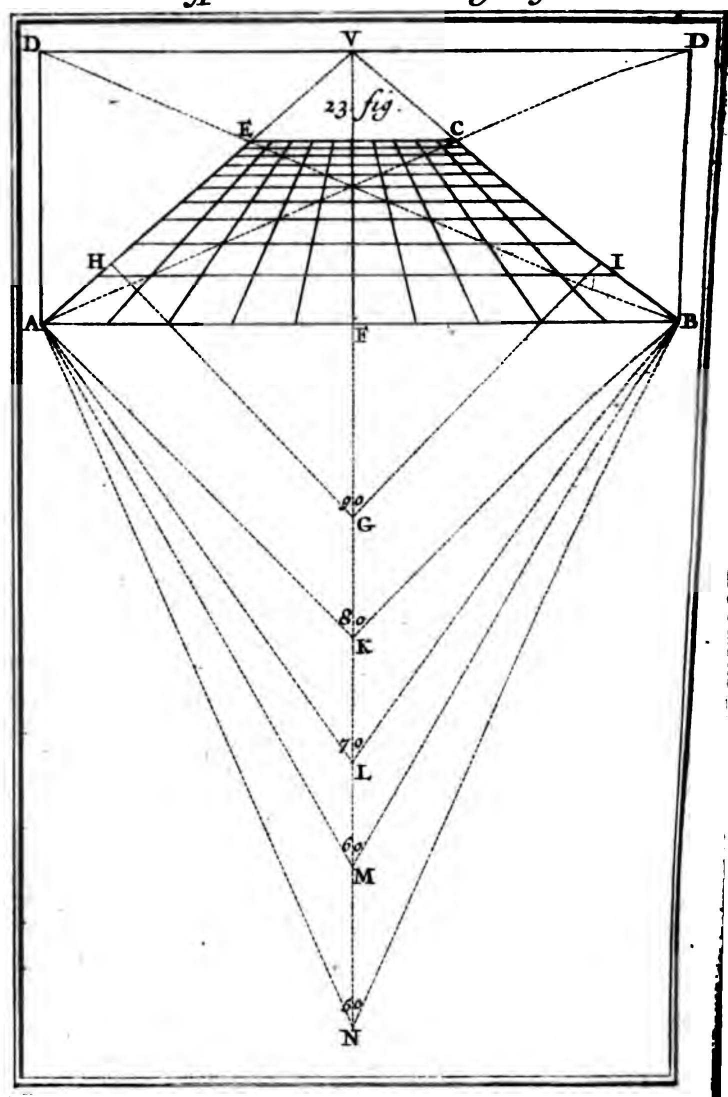
Les Problêmes precedens ne sont que pour la theorie de la Perspective prise en general, & les suivans seront pour la Perspective Pratique, où il n'y aura aucunes Démonstrations, parce qu'il sera tres-facile de les comprendre à celuy qui aura quelque connoissance dans la Geometrie, & qui aura bien compris les Theorêmes precedens.

Avant que de venir à aucune pratique, il faut sçavoir à peu prés de combien les Points de distance doivent être éloignez du Point de vûë, ou ce qui est la même chose, sous quel Angle on doit regarder un Tableau, afin que tout ce qu'on y veut representer y paroisse dans une juste proportion, & compris aisément de l'œil par un seul regard.

Planche 10. 21. Fig. Pour trouver cet Angle, considerons l'œil DGE, dont la prunelle est vers F, & la Retine vers G, qui ne s'étend tout au plus que depuis D jusqu'à E, qui sont deux points diametralement opposez. Il est certain que cet œil ne peut appercevoir que les objets qui sont contenus dans l'enceinte du Demi-cercle ACB, & que ceux en même temps qui peuvent tracer leurs images dans la Retine DGE, & c'est pour cela que nous ne l'avons pas étenduë au delà d'un Demi-cercle.

Cela étant supposé, si l'œil regarde l'objet 2, 2, sous un Angle droit 2O2, sa representation contiendra la Retine, DGE, mais ses extremitez 2, 2, ne seront pas vûës si distinctement, parce que leurs Rayons O2, O2, tomberont sur les extremitez D, E, de la Retine, & l'œil peinera un peu, s'il veut regarder distinctement cet objet tout entier 2, 2.

Le


D
V
D
23 fig.
E
C
H
I
A
F
B
90
G
80
K
70
L
60
M
60
N

Le même œil ne pourroit pas voir les extremitez de l'objet 1, 1, parce que les Rayons O1, O1, ne tomberoient pas dans la Retine DGE. Il regarderoit fort commodément l'objet 3, 3, parce qu'il le verroit sous l'Angle 3O3 moindre qu'un droit, ce qui ne le peineroit pas tant. Il verroit encore plus facilement l'objet 4, 4, pour la même raison. Mais si l'objet étoit fort éloigné, l'Angle visuel seroit trop petit, & la representation de cet objet ne seroit pas assez distincte, à cause de la confusion des Rayons visuels. Planche 10. 21. Fig.

Pour connoître presentement sous quel Angle on doit regarder un objet, par exemple un Quarré, qui renferme tout ce que l'on veut representer en Perspective, supposons que le Plan ABDD soit celuy du Tableau, dont DD est la Ligne Horizontale, que le Point de vûë soit V, les Points de distance D, D, & que la ligne de terre soit AB, parallele à la Ligne Horizontale DD, qui en est éloignée de toute la hauteur de l'œil au dessus du Plan Geometral. Supposons aussi que AB soit la longueur du côté du Quarré, que nous voulons representer en Perspective, dont l'Apparence dans le Tableau s'appelle *Quarré Perspectif*, comme ABCE. Planche 11. 23. Fig.

Cela étant supposé, si l'œil du Spectateur étoit en G, il ne pourroit pas voir les deux extremitez A, B, du Quarré Perspectif, parce qu'il ne peut voir tout au plus que sous l'Angle HGI, qui est droit. Mais s'il étoit en K il pourroit voir les extremitez A, B, parce que l'Angle AKB est droit. Il verroit mieux les extremitez A, B, s'il étoit en L, & il les verroit encore mieux s'il étoit en M, où l'Angle AMB est de 60 degrez; & ce sera de là qu'on verra les objets en leur perfection, parce que la representation qui s'en fait dans l'œil, n'est ni trop grande, ni trop petite, à cause de l'Angle visuel AMB, qui n'est ni trop grand, ni trop petit. L'Angle visuel ANB est aussi tres-raisonnable.

Pour donc avoir les Points de distance, prenez la distance FK, ou pour mieux faire, la distance FL, ou mieux encore la distance FM, ou bien encore si vous voulez, la distance FN, & la transportez sur la ligne Horizontale DD, de part & d'autre depuis le Point principal V, aux points D, D, qui seront les Points de distance. Car si cette distance VD étoit moindre que FK, le Quarré Perspectif ABCE paroîtroit difforme, parce qu'il seroit vû sous un Angle obtus, & par consequent trop grand, comme vous avez vû.

Ainsi l'on peut tenir pour une maxime generale, que l'éloignement des Points de distance depuis le Point de vûë, doit pour le moins être égal à FA ou à FB, c'est à dire l'espace qu'il y a depuis l'extremité de la Ligne Verticale VF, à l'un des Coins de la Perspective: & mêmes il sera bon de faire cette distance un peu plus grande, & comme dans ce cas il se pourroit faire que le

Plan

Plan du Tableau ne seroit pas assez large pour recevoir deux
Planche. 11. 23. Fig. Points de distance, on en marquera un seul, & au lieu de
placer le Point principal de front, on le placera de côté.

Pour commencer par ce qu'il y a de plus aisé, qui sont les representations des Points, des Lignes, & des Plans, il faut partager en deux la feüille de papier sur laquelle on veut travailler, par la Ligne AB, qui sera la Ligne de terre, que nous marquerons toûjours par les mêmes lettres A, B, le haut de cette feüille, sçavoir ABDD, sera prise pour le Plan du Tableau, & le bas pour le plan Geometral. Le Point principal V, & le Point de distance D, seront aussi toûjours marquez par les mêmes lettres; comme nous avons déja dit ailleurs.

PRATIQUE I.

Trouver dans le Tableau l'Apparence d'un point donné dans le Plan Geometral.

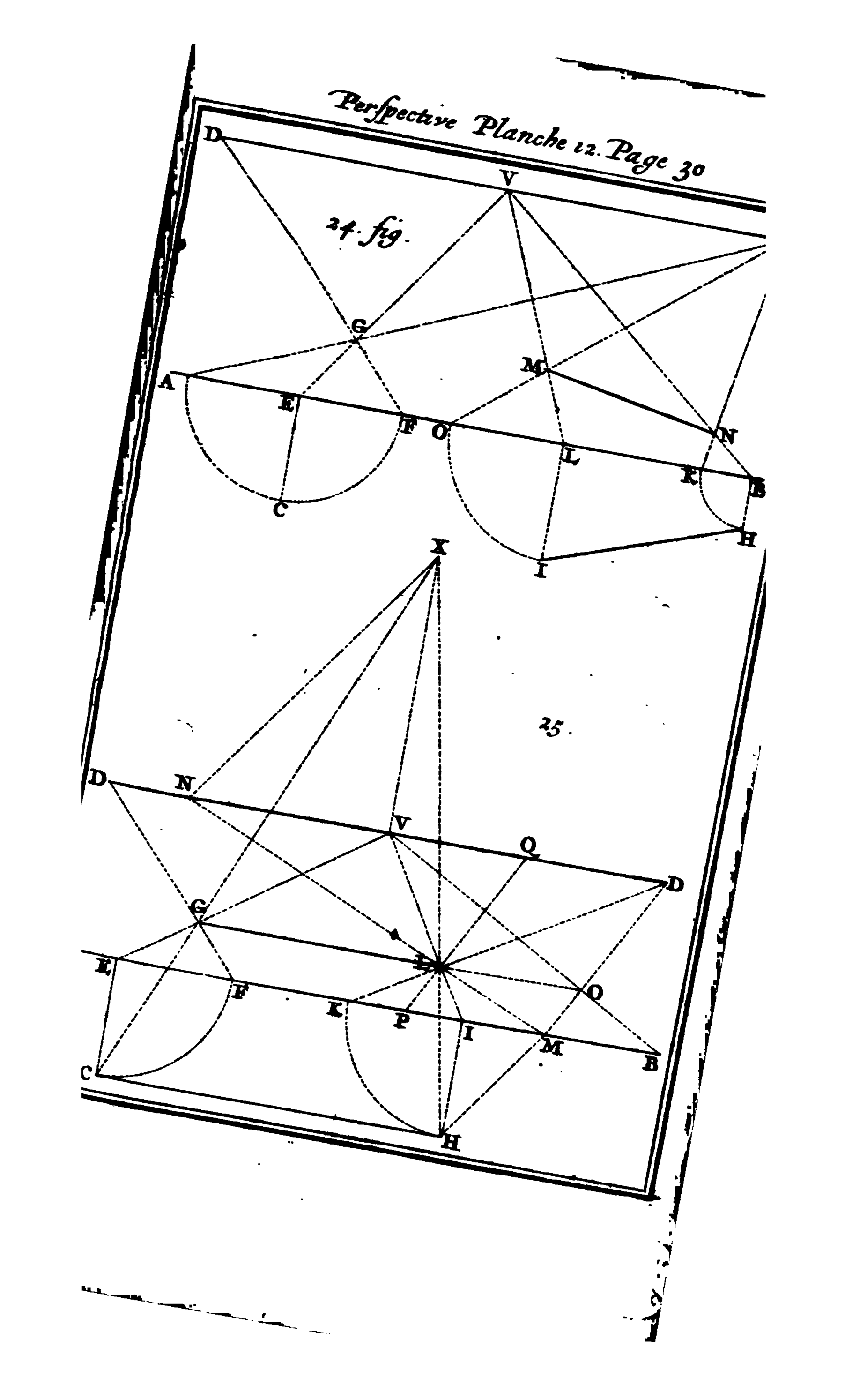
Planche 12. 24. Fig. POur trouver l'Apparence du point C, qui est donné dans le Plan Geometral, abaissez de ce point C, sur la Ligne de terre AB, la perpendiculaire CE; & du point E, tirez au Point principal V, la droite VE. Prenez sur la Ligne de terre AB, depuis E, la partie EF, ou bien la partie EA, égale à la perpendiculaire CE, & tirez du point A au Point de distance opposé D, ou bien du point F au Point de distance opposé D, une ligne droite qui donnera sur la ligne VE l'Apparence du point donné C en G.

SCOLIE.

Comme ce Probléme est le fondement de tous les autres qui suivent, j'enseigneray icy quelques autres moyens pour le resoudre, dont on peut se servir tres-utilement dans quelques rencontres, & je resoudray aussi deux difficultez qui peuvent arriver dans la pratique.

On peut donc premierement trouver l'Apparence G du point donné C, sans se servir du Point principal V, lorsqu'on a dans le Tableau les deux Points de distance D, D, sçavoir dans l'intersection des deux Rayons DA, DF. Mais comme on n'a ordinairement qu'un seul Point de distance sur la Ligne Horizontale DD, cette seconde Methode est plus curieuse qu'utile, c'est pourquoy j'en ajoûteray une troisiéme qui est plus courte & plus commode.

Pour


24. fig.
D
V
G
M
A
E
F
O
L
N
K
B
C
H
I
X
25.
D
N
V
Q
D
G
E
L
F
K
P
I
O
M
B
C
H

G

E E O F B

G

[illegible]

Pour donc trouver l'Apparence du point C, qui est donné sur le Plan Geometral, abaissez comme auparavant, de ce point donné C, sur la Ligne de terre AB, la perpendiculaire CE, & ayant fait EF égale à CE, tirez le Rayon DF. Aprés cela élevez du Point principal V, sur la Ligne Horizontale DD, la perpendiculaire VX égale à la distance VD de l'œil au Tableau, & le point X servira de Point de distance, pour trouver dans le Tableau les Apparences de tous les points que l'on voudra supposer dans le Plan Geometral, comme ici pour le point donné C, car en tirant le Rayon CX, on aura sur le Rayon DF, l'Apparence du point proposé C, au point G. Planche 22. Fig.

On auroit aussi pû trouver cette Apparence sur le Rayon EV, mais comme les deux Rayons CX, EV, peuvent difficilement se couper, lorsque le point donné C est presque vis-à-vis du Point principal V, & qu'ils ne se coupent point du tout, lorsque ce point C est tout-à-fait vis-à-vis le Point de vûë, il vaudra mieux dans la pratique se servir du Rayon DF que du Rayon EV.

Ainsi pour trouver par cette maniere l'Apparence du point H, qui est donné sur le Plan Geometral, tirez de ce point H, sur la Ligne de terre AB, la perpendiculaire HI, & ayant fait IK égale à cette perpendiculaire HI, tirez au point K du Point de distance opposé D, le Rayon DK, qui sera coupé par le Rayon XH, en quelque point, comme en L, qui sera l'Apparence du point proposé H.

Au lieu de tirer du point donné H, sur la Ligne de terre AB, une perpendiculaire, on luy peut tirer telle autre ligne oblique qu'on voudra, comme HM, à laquelle on tirera par le point X, la parallele XN, car joignant la droite MN, on aura sur le Rayon XH, l'Apparence L du point proposé H.

La premiere Methode qui se pratique par l'un des Points de distance marqué sur la Ligne Horizontale DD est la plus commode & la plus ordinaire, c'est pourquoy dans la suite nous nous en servirons toûjours, & pour la rendre plus familiere, nous la repeterons encore ici pour le point donné H.

Ayant tiré du point donné H, la ligne HI perpendiculaire à la Ligne de terre AB, & ayant tiré du point I au Point principal V, le Rayon VI, faites IK égale à la perpendiculaire HI, & menez par le Point K & par Point de distance opposé D, le Rayon DK, qui donnera sur le Rayon VI, le point L, qui sera l'Apparence qu'on cherche.

S'il arrive qu'en portant la longueur de la perpendiculaire HI sur la Ligne de terre AB, le point K tombe hors de la largeur du Tableau, on la portera de l'autre côté, s'il y a un autre Point de distance: mais s'il n'y en a qu'un, ce qui est le plus ordinaire, tirez par le point B, pris à discretion sur la

Planche 12. 26. Fig. la Ligne de terre AB, & par le Point principal V, le Rayon VB, & ayant fait MB égale à la perpendiculaire HI, tirez le Rayon DM, qui donnera sur le Rayon VB, le point O, par où vous tirerez à la Ligne de terre AB, la parallele OL, qui donnera sur le Rayon VI, le point L qu'on cherche.

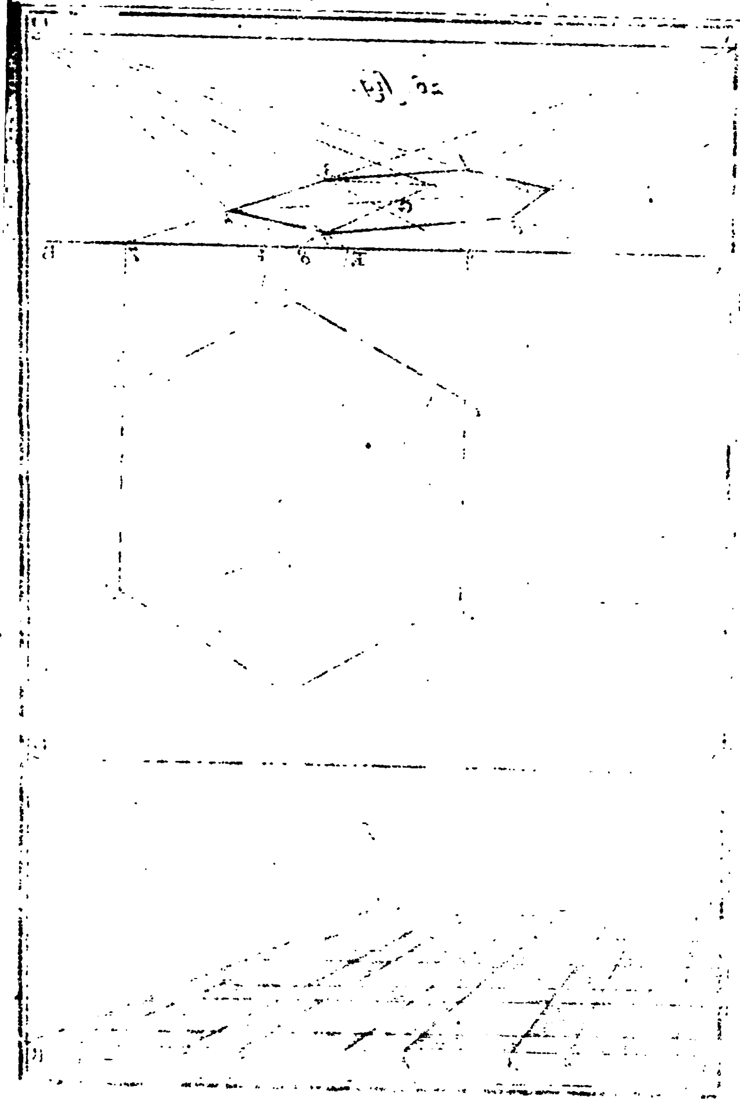
Pour faire que tout ce que l'on veut mettre en Perspective paroisse dans une juste proportion, on est quelquefois obligé d'éloigner beaucoup l'œil du Tableau, ce qui peut empêcher de pouvoir marquer le point D de distance sur la Ligne Horizontale DD; Dans ce cas on mettra seulement la moitié de la distance de l'œil au Tableau sur la Ligne Horizontale DD, depuis le Point principal V en Q, qui representera l'un des Points de distance: & alors il faudra seulement porter aussi la moitié de la ligne perpendiculaire HI, sur la Ligne de terre AB, depuis I en P, & en tirant le Rayon QP, on aura sur le Rayon VI, le point L, comme auparavant, pour l'Apparence du point proposé H.

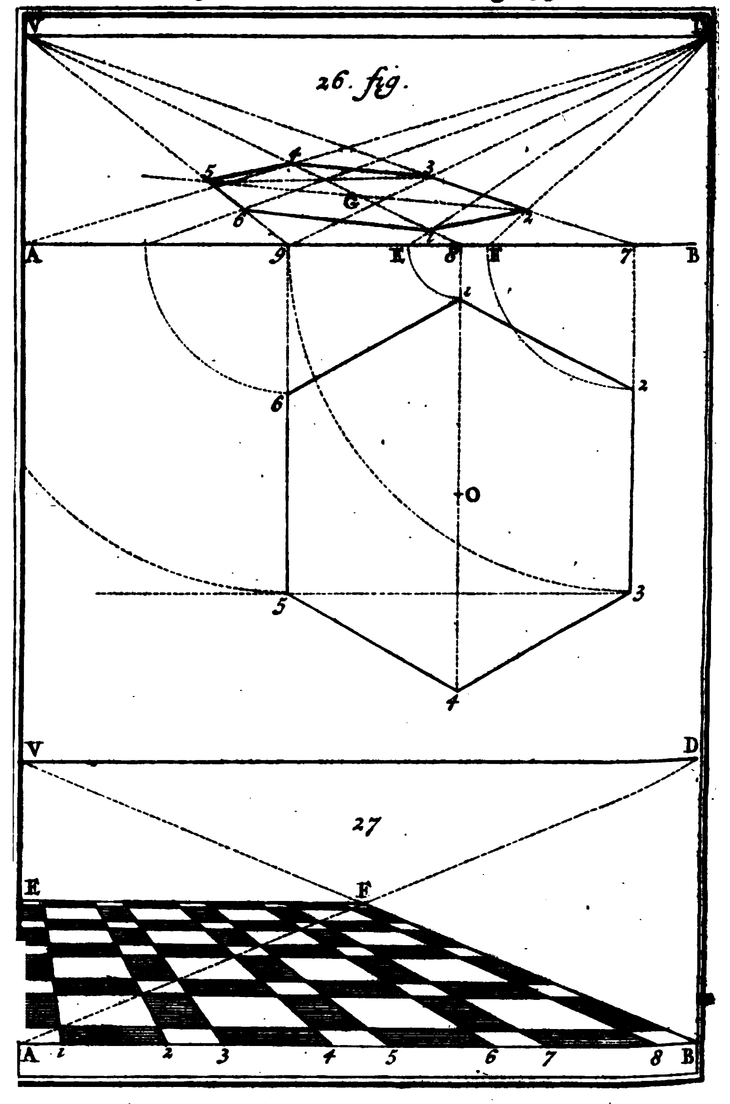
PRATIQUE II.

Trouver dans le Tableau l'Apparence d'une ligne droite donnée sur le Plan Geometral.

Planche 12. 24. Fig. POur trouver dans le Tableau l'Apparence de la ligne droite HI qui est donnée sur le Plan Geometral, tirez de ses deux extremitez H, I, les droites HB, IL, perpendiculaires à la Ligne de terre AB, & menez par les deux points L, B, au Point principal V, les deux Rayons VL, VB. Faites LO égale à LI, & tirez du point O, par le Point de distance opposé D, le Rayon DO, qui donnera sur le Rayon VL, l'Apparence du point I en M. Faites pareillement BK égale à BH, & tirez du point K, par le Point de distance opposé D, le Rayon DK, qui donnera sur le Rayon VB, l'Apparence du point H en N. Enfin joignez la droite MN, qui sera l'Apparence de la ligne proposée HI.

25. Fig. Pareillement pour trouver l'Apparence de la ligne droite CH, qui est donnée sur le Plan Geometral, ayant tiré de ses deux extremitez C, H, les lignes CE, HI, perpendiculaires à la Ligne de terre AB, & du Point principal V, par les deux points E, I, où ces deux perpendiculaires coupent la Ligne de terre, les Rayons VE, VI, faites EF égale à EC, & IK égale à IH, & tirez par le point F, au Point de distance opposé D, le Rayon DF, qui donnera sur le Rayon VE, l'Apparence du point C en G, & pareillement tirez du point K, au Point de distance opposé D, le Rayon DK, qui donnera sur le Rayon VI,




26. fig.
V
D
4
5
3
G
6
2
1
A
9
E
8
F
7
B
1
2
6
O
5
3
4
V
D
27
E
F
A
1
2
3
4
5
6
7
8
B

VI, l'Apparence du point H en L, c'est pourquoy si l'on joint la droite GL, on aura l'Apparence de la ligne proposée CH. Ainsi des autres. Planche 12. 25. Fig.

SCOLIE.

La pratique & la theorie vous fourniront plusieurs abregez, étant certain *par Theor.* 7, que si la ligne proposée CH, est parallele à la Ligne de terre AB, son Apparence dans le Tableau; sçavoir GL, sera aussi parallele à la même Ligne de terre : & *par Theor.* 8. que lorsque la ligne donnée sur le Plan Geometral sera perpendiculaire à la Ligne de terre; son Apparence dans le Tableau étant continuée passera par le point de vûë, & par le Point de distance quand elle fera avec la Ligne de terre un Angle demi-droit.

Lorsque la ligne donnée dans le Plan Geometral ne sera pas droite, l'on tirera de plusieurs de ses points autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre, par le moyen desquelles & de ce qui vient d'être dit, on trouvera dans le Tableau les Apparences de tous ces points, lesquelles étant jointes par une ligne courbe, cette ligne courbe sera l'Apparence de la proposée.

PRATIQUE III.

Trouver dans le Tableau l'Apparence d'une Figure plane donnée sur le Plan Geometral.

POur trouver dans le Tableau ABDV, l'Apparence de l'Exagone regulier 1, 2, 3, 4, 5, 6, qui est donné dans le Plan Geometral, on tirera de tous ses Angles autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, & par les points 7, 8, 9, où elles coupent la même Ligne de terre AB, l'on tirera au Point principal V, les lignes V7, V8, V9, par le moyen desquelles, & par ce qui vient d'être dit, on trouvera les Apparences des lignes qui bornent l'Exagone proposé. Comme pour trouver l'Apparence de la ligne 1, 2, on portera la longueur de la perpendiculaire 8, 1, sur la Ligne de terre AB depuis 8 en E, & la longueur de la perpendiculaire 7, 2 sur la même Ligne de terre AB, depuis 7 en F, & l'on tirera du Point de distance opposé D, les Rayons DE, DF, &c. Planche. 13. 26. Fig.

Planche 13. Fig. 26.

SCOLIE.

On peut ici travailler par abregé, pour trouver l'Apparence du point 5, dont la perpendiculaire 9, 5, ne se peut pas transporter sur la Ligne Horizontale AB, depuis le point 9 vers la partie opposée au Point de distance, parce que le Plan du Tableau ne se rencontre pas assez étendu : car comme les deux points 5, 3, se trouvent dans une ligne parallele à la Ligne de terre AB, ayant trouvé dans le Tableau l'Apparence du point 3 sur la ligne V7, il n'y a qu'à tirer par l'Apparence 3, à la Ligne de terre AB, une parallele qui donnera sur le Rayon V9, l'Apparence de l'autre point 5. On fera si l'on veut, la même chose à l'égard des deux points 2, 6, qui sont aussi également éloignez de la Ligne de terre AB.

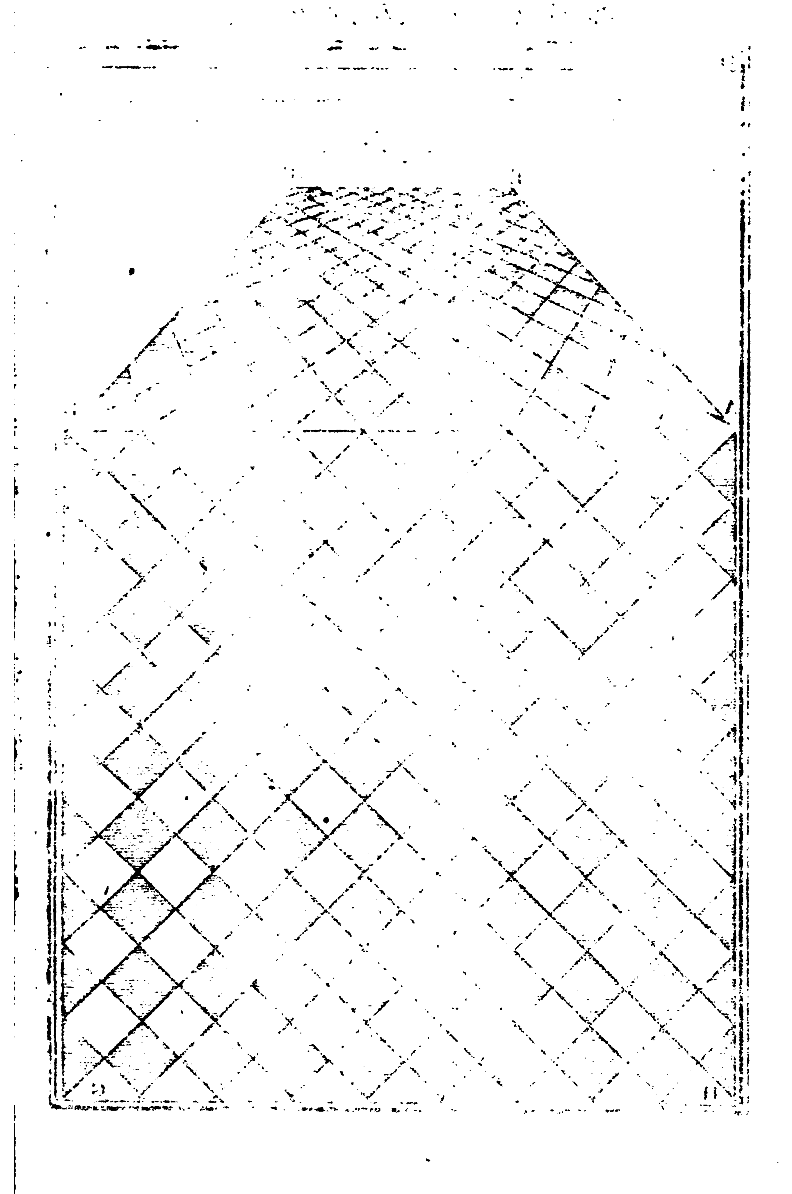
On peut trouver encore autrement l'Apparence du point 5, non seulement par les abregez qui ont été enseignez dans la *Prat.* 1. mais encore en cette sorte. Parce que le Polygone proposé 1, 2, 3, 4, 5, 6, est regulier, si sur la ligne V8, l'on trouve l'Apparence G de son Centre O, & que par ce point G, qu'on appelle *Centre Apparent*, on tire au point 2 de l'Apparence du point 2 diametralement opposé au point 5, une ligne droite, cette ligne droite étant prolongée donnera sur le Rayon V9 l'Apparence du point 5 qu'on cherche. C'est de la même façon que le Rayon V8 donne sur le Rayon DA l'Apparence du point 4 diametralement opposé au point 1. Ainsi des autres.

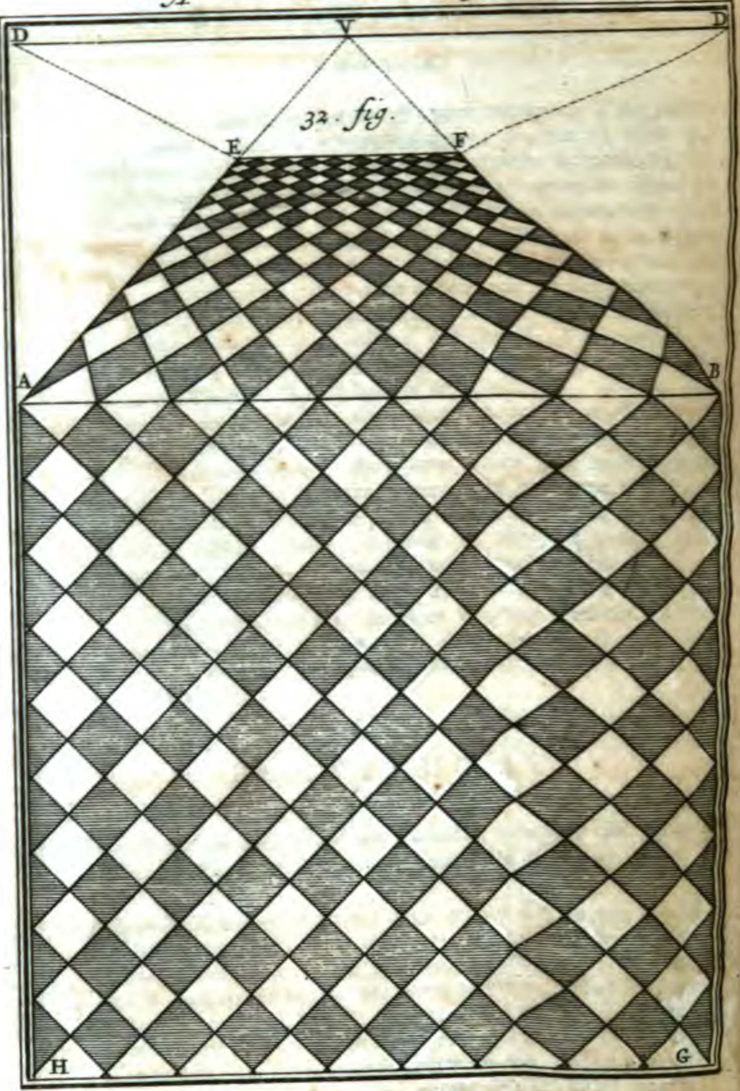
PRATIQUE IV.

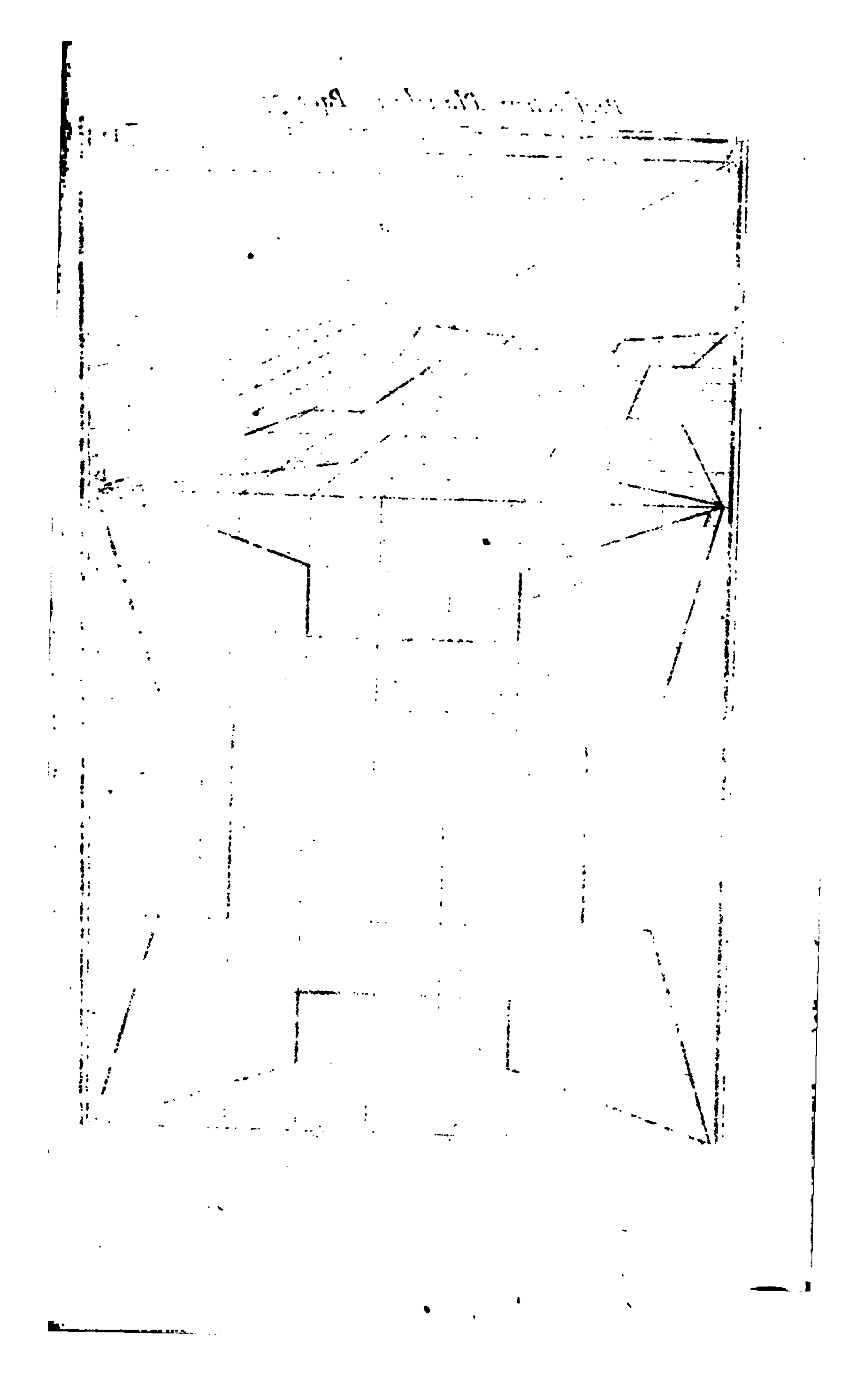
Representer en Perspective un Plancher composé de Quarrez égaux & vûs de face, sans Plan Geometral.

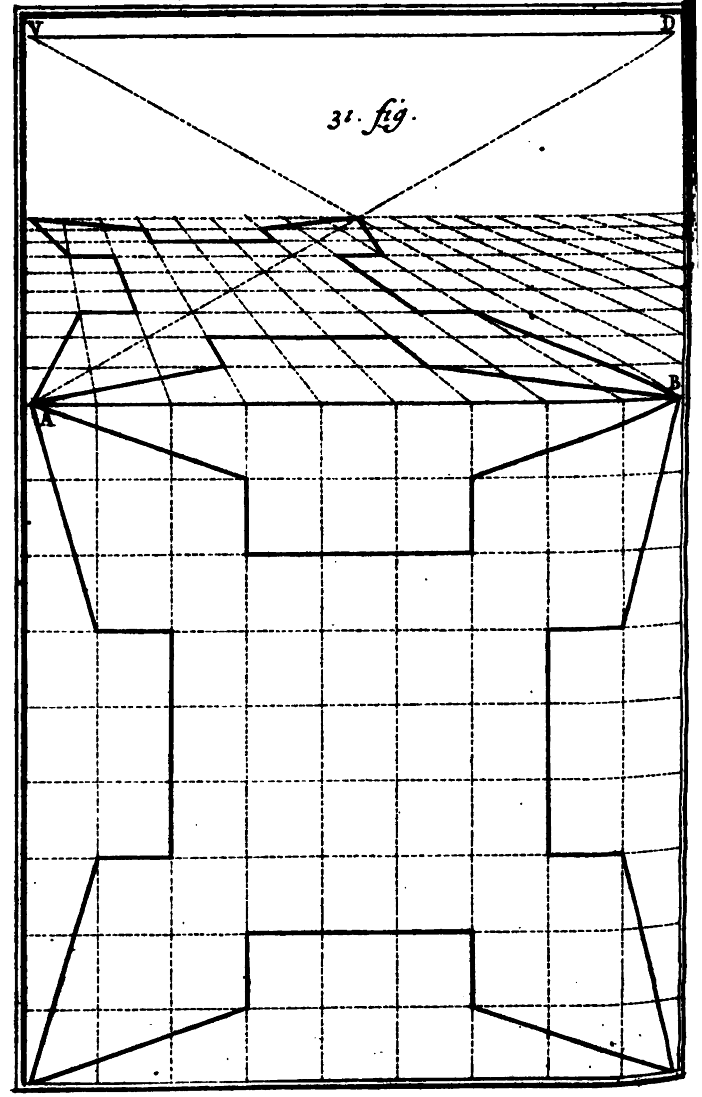
Planche 10. 22. Fig.

DIvisez la Ligne de terre AB en autant de parties égales qu'il vous plaira, dont chacune representera le côté d'un Quarré. Tirez par chaque point de division au Point principal V, autant de lignes droites ou Rayons, dont les deux derniers seront VA, VB, & par le point A, qui est le commencement de la division, tirez au Point de distance opposé D, le Rayon AD, qui coupera les precedens en des points, par où l'on tirera à la Ligne de terre AB, autant de paralleles, dont la derniere sera EF, qui aura ses divisions égales entre les deux points G, H, lesquelles on pourra continuer depuis G vers E, & depuis H vers F, pour tirer par ces nouveaux points de division, du Point principal V, d'autres Rayons, qui donne-




D
V
D
32. fig.
E
F
A
B
H
G




V
D
31. fig.
A
B

donneront sur les deux lignes DA, DB, qui passent par les deux Points de distance D, les mêmes points par où passent les paralleles precedentes à la Ligne de terre, & par où par consequent on pourra tirer des Rayons au Point principal V, sans qu'il soit besoin de prolonger les divisions de la ligne GH. Planche. 16. 22. Fig.

Ainsi l'on aura en Perspective tous les Quarrez qui peuvent entrer dans l'espace ABFE; & si vous en voulez davantage, tirez par le point E, au Point de distance opposé D, le Rayon DE; qui coupera ceux qui partent du Point principal V, en des points, par où l'on tirera comme auparavant, à la Ligne de terre AB, autant de paralleles, dont la derniere sera KL, qui passe par la Section I des Rayons VB, DE, &c.

SCOLIE.

Si l'on décrit dans le plan Geometral des Quarrez, dont les côtez soient égaux aux parties de la Ligne de terre AB, les petits quarrez perspectifs seront les apparences de ceux du Plan Geometral, & l'on s'en pourra servir trés commodément pour mettre en Perspective une ou plusieurs Figures composées de plusieurs lignes, par exemple un Polygone fortifié; qui étant décrit parmi les quarrez du Plan Geometral, il ne sera pas difficile de le décrire en Perspective parmi les quarrez du Tableau, en le faisant passer par les mêmes quarrez du Tableau, que du Plan Geometral. Il ne faut que regarder la Figure pour comprendre tout cela. Planche 15. 31. Fig.

PRATIQUE V.

Representer en Perspective un Plancher de Quarreaux vûs par l'Angle, sans Plan Geometral.

Si vous voulez representer tous ces Quarreaux vûs par l'Angle dans un Plancher quarré vû de front, dont le côté AB soit determiné sur la Ligne de terre, on décrira premierement l'Apparence de ce Quarré, en tirant par les deux extremitez A, B, de ce côté, au Point principal V, les Rayons VA, VB, & aux deux Points de distance D, les Rayons DFA, DEB, qui couperont les deux precedens VA, VB, en deux points, comme F, E, que vous joindrez par la droite EF, qui sera parallele à la Ligne de terre, ce qui fait que par un seul Point de distance, l'on peut aisément décrire le Quarré Perspectif ABFE, que vous diviserez en Quarreaux vûs par l'Angle en cette sorte. Planche 16. 32. Fig.

Ayant comme dans la *Prat.* 4. divisé la partie AB de la Ligne de terre, ou le côté du Quarré Perspectif en parties

Planche 16. 32. Fig. égales, tirez par les points de division à chaque Point de distance D, autant de lignes droites, qui par leurs communes intersections formeront les Apparences des Quarreaux vûs par l'Angle, dont il sera facile de remplir tout le Quarré Perspectif ABFE, parce que tous les Rayons qui partent des deux Points de distance D, divisent également dans les mêmes points le côté EF parallele au côté AB, qui est aussi divisé également & dans les mêmes points par les mêmes Rayons qui partent des deux points de distance D.

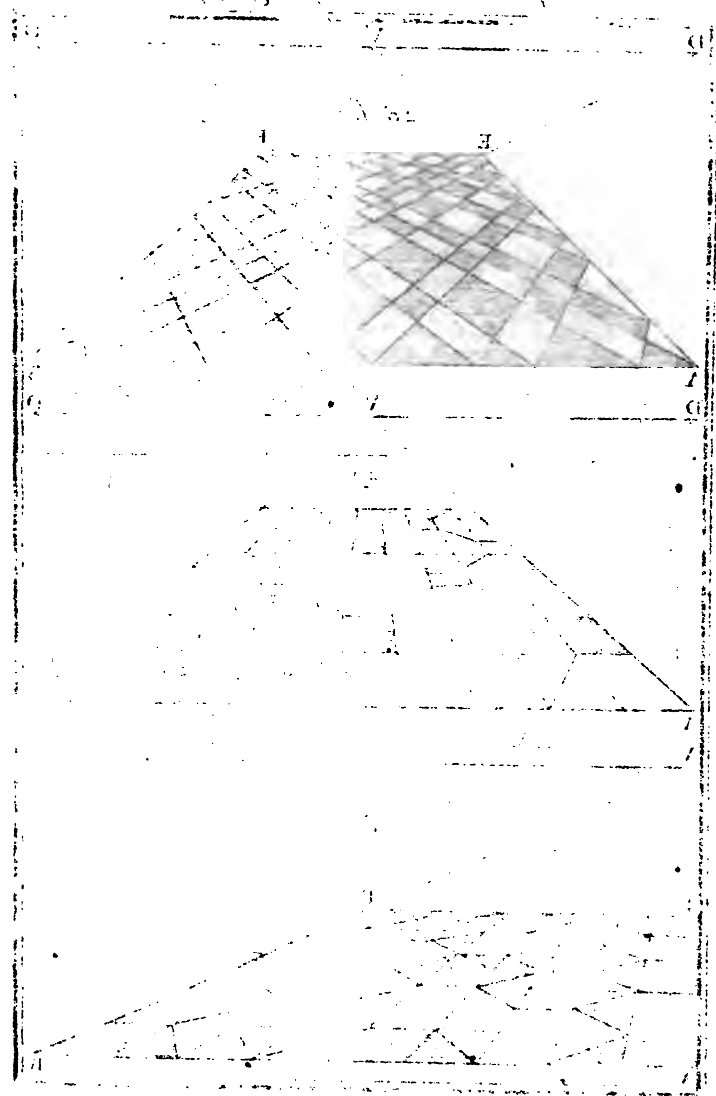
SCOLIE.

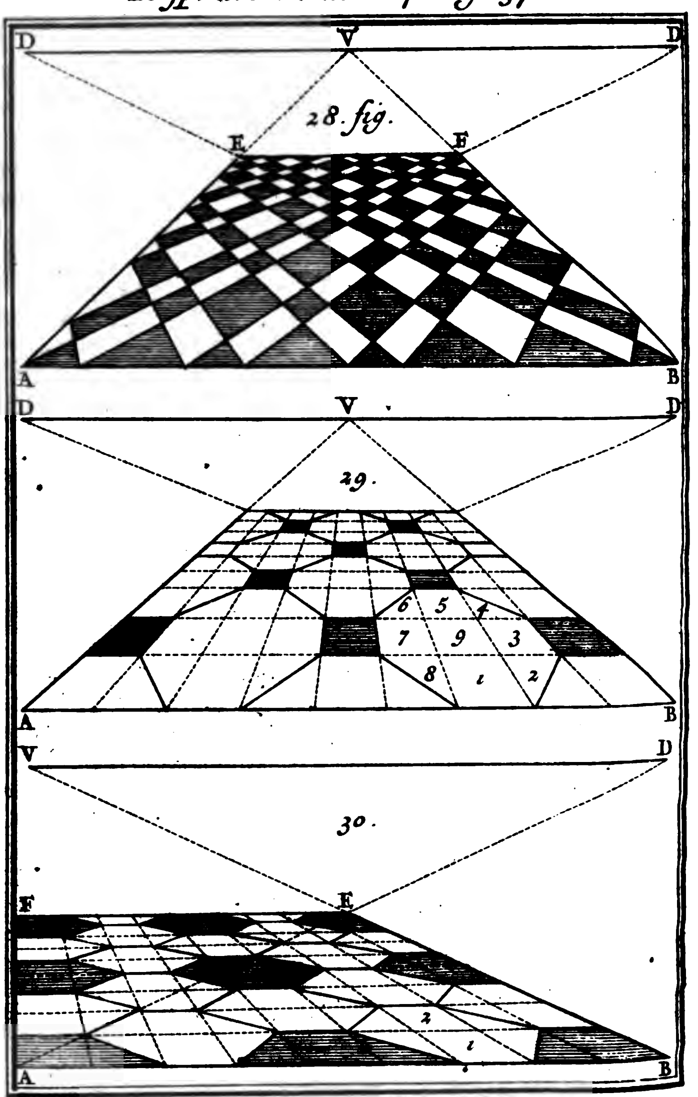
Si l'on fait sur le même côté AB un Quarré dans le Plan Geometral, comme ABGH, dont le Quarré Perspectif ABFE en soit la representation, & que l'on divise ce Quarré du Plan Geometral ABGH en d'autres petits quarrez par des lignes paralleles aux Diagonales AG, BH, on se pourra servir de ce Quarré ainsi divisé, comme il a été enseigné dans la *Prat.* 4. pour mettre facilement en Perspective plusieurs choses à la fois, dont le dessein sera tracé sur le Quarré du Plan Geometral.

PRATIQUE VI.

Representer en Perspective un Plancher composé de Quarrez égaux vûs de face, & entourez d'une Liziere, sans Plan Geometral.

Planche 13: 27. Fig. Divisez la Ligne de terre AB en autant de parties alternativement égales & inégales que vous voudrez de quarreaux & de lizieres, aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; & menez de tous ces points au Point principal V: autant de Rayons, ou lignes droites, dont la derniere sera VB, & la premiere sera VA. Aprés cela tirez du point A au Point de distance opposé D, le Rayon DA, qui coupera ceux qui partent du Point de vûë, en des points par où l'on tirera autant de lignes droites paralleles à la Ligne de terre AB, dont la derniere sera EF, qui termine le Quarré Perspectif ABFE, & l'on aura la representation du Plancher qu'on demande, & on le pourra continuer en tirant par le point E & par le Point de distance D, un autre Rayon, &c.




D
V
D
28. fig.
E
E
A
B
D
V
D
29.
6
5
4
7
9
3
8
1
2
A
B
V
D
30.
F
E
2
1
A
B

PRATIQUE VII.

Representer en Perspective un Plancher composé de Quarrez égaux vûs par l'Angle, & entourez d'une Liziere, sans Plan Geometral.

DIvisez comme auparavant la Ligne de terre AB, en parties alternativement égales & inégales, & tirez par les points de division aux Points de distance D, D, autant de lignes, que vous terminerez dans le Quarré Perspectif ABFE, qui se décrira comme auparavant, & tout sera fait. Planche 14. 28. Fig.

PRATIQUE VIII.

Representer en Perspective un Plancher composé d'Octogones entremélez de petits Quarreaux, sans Plan Geometral.

DIvisez la Ligne de terre AB en parties égales, comme si vous vouliez faire un Plancher composé simplement de Quarrez vûs de front, & faites-le effectivement, comme il a été enseigné en la *Prat.* 4. Aprés cela prenez à volonté le quarré 9, & les huit autres qui sont tout autour, sçavoir 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, & dans les quarrez 2, 4, 6, 8, menez les Diagonales qui doivent tendre aux Points de distance D, D, & vous aurez un Octogone, & les autres se feront de la même façon. 29. Fig.

SCOLIE.

Il est évident qu'entre ces Octogones ainsi décrits, il se rencontrera de petits quarrez tels que l'on demande, & que les mêmes Octogones ne sont pas reguliers, puisque quatre de leurs côtez sont égaux aux côtez des petits quarrez, & que les autres quatre sont égaux aux Diagonales des mêmes quarrez.

PRATIQUE IX.

Representer en Perspective un Plancher composé d'Exagones, sans Plan Geometral.

Planche 14. 30. Fig.

FAites premierement un Plancher ABEF, sur la Ligne de terre AB, comme il a été enseigné dans la *Prat.* 4. Prenez à volonté deux quarreaux contigus, comme 1, 2, & tirez les Diagonales des deux autres quarreaux qui sont à droit & à gauche, & vous aurez un Exagone, qui servira de modele pour les autres, parce qu'ils se décrivent de la même façon.

SCOLIE.

Il est aussi évident que ces Exagones ainsi décrits ne representent pas des Exagones reguliers, puisque leurs côtez ne sont pas égaux en representation, les plus grands étant les Diagonales des quarrez faits sur les plus petits, comme dans les Octogones precedens.

PRATIQUE X.

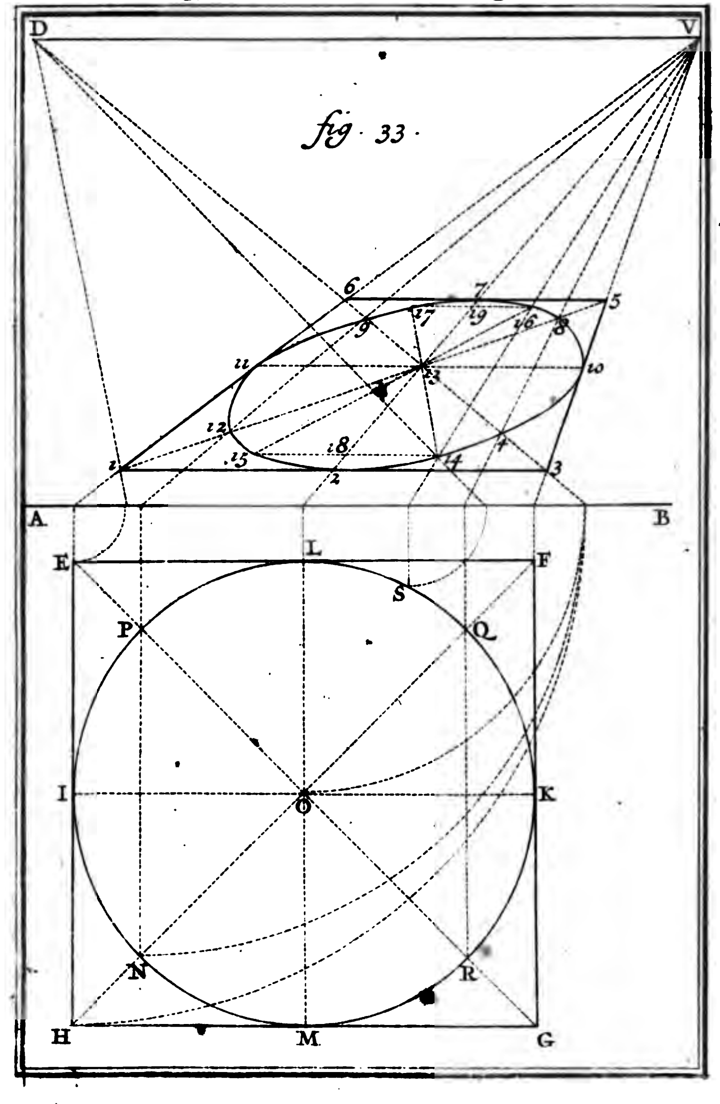
Trouver dans le Tableau l'Apparence d'un Cercle donné dans le Plan Geometral.

Planche 17. 33. Fig.

POur trouver l'Apparence du Cercle ILKM, qui est donné dans le Plan Geometral, décrivez autour de ce Cercle le Quarré EFGH, dont un côté EF, ou GH soit parallele à la Ligne de terre AB, & l'autre côté EH, ou FG, soit par consequent perpendiculaire à la même ligne de terre AB. Tirez les deux Diagonales EG, FH, qui s'entrecoupant au Centre du Cercle O, donneront sur la circonference du Cercle donné ILKM, les quatre points P, Q, R, N. Enfin trouvez dans le Tableau ABVD, l'Apparence du Quarré EFGH, sçavoir le Quarré perspectif 1, 3, 5, 6, avec toutes ses divisions, & par les points 2, 4, 10, 8, 7, 9, 11, 12, qui sont les Apparences des points de la circonference du Cercle donné L, Q, K, R, M, N, I, P, décrivez une ligne courbe qui déterminera l'Apparence du Cercle proposé IKLM.

SCOLIE.

Pour décrire plus facilement la ligne courbe, qui represente la circonference du Cercle proposé ILKM, il est bon de trouver les Apparences de quelques autres points entre


fig. 33
D
V
6
7
5
17
19
16
8
9
11
13
10
12
18
15
14
4
1
3
2
A
B
E
L
F
S
P
Q
I
O
K
N
R
H
M
G

tre ceux dont les Apparences sont un peu éloignées : comme ici les Apparences 2, 4, des points L, Q, étant un peu éloignées, on trouvera l'Apparence 14 du point S pris à discretion entre les deux L, Q. Planche 17. 33. Fig.

Il n'est pas absolument necessaire d'avoir le Cercle entier sur le Plan Geometral, pour marquer son Apparence dans le Tableau, car il suffit d'en avoir un quart, comme LK, parce que par le moyen des Apparences des points de ce quart LK, on peut trouver par abregé les Apparences des points correspondans des trois autres quarts KM, MI, IL.

Ainsi ayant trouvé l'Apparence 14 du point S, & l'Apparence 13 du Centre O, l'on tirera par le point 14, la ligne 14, 15, parallele à la Ligne de terre AB, & l'on fera la ligne 18, 15, égale à la ligne 18, 14, & le point 15 sera l'Apparence du point correspondant du quart LI, c'est à dire d'un point autant éloigné de la Ligne de terre AB que le point 14.

Si l'on tire du Centre apparent 13 au point trouvé 15, la droite 13, 15, & qu'on la prolonge jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne V14, on aura le point 16 pour l'Apparence du point correspondant du quart KM : & si l'on tire par le point 16 la droite 16, 17, parallele à la Ligne de terre AB, & qu'on fasse 19, 17, égale à 19, 16, le point 17 sera l'Apparence du point correspondant du quart MI.

On auroit aussi trouvé ce point 17, en tirant par le point 14, & par le Centre Apparent 13, la droite 13, 17, qu'on appelle *Diametre Apparent*, parce qu'elle est l'Apparence de l'un des diametres du Cercle proposé, sçavoir de celuy qui passe par le point S, dont le point 14 est l'Apparence. C'est pour la même raison que la ligne 11, 10, est un Diametre apparent, parce qu'elle est l'Apparence du Diametre IK, qui est parallele à la Ligne de terre AB : & que la ligne 2, 7, est un Diametre apparent, parce qu'elle est l'Apparence du Diametre LM perpendiculaire à la même Ligne de terre AB. C'est encore pour la même raison que la ligne 4, 6, est un Diametre apparent, parce qu'elle est l'Apparence du Diametre QN, qui fait avec la Ligne de terre AB un Angle demi-droit. Ainsi des autres.

L'Apparence du Cercle proposé ILKM se rencontre ici une Ellipse, mais elle peut être un Cercle, lorsque le Cercle donné touchera la Ligne de terre AB, au point L de la Ligne Verticale VL, & que la distance de l'œil au Tableau sera d'une certaine grandeur, que nous trouverons en cette sorte.

Ayant prolongé le côté du Quarré circonscrit EFGH, jusqu'à ce qu'il rencontre à Angles droits la Ligne Horizontale DD, en un point, comme S, menez la droite LS, & en

Planche 18. 34. Fig. en retranchez la partie SC égale à la partie SV, & le reste LC sera la distance VD, que l'on doit donner à l'œil depuis le Tableau pour faire que le Cercle proposé ILKM se represente aussi dans le Tableau par un Cercle, qui comme l'Ellipse touchera les deux côtez E6, F5, aux deux extremitez 11, 10, du Diametre apparent 11, 10.

Que si la distance VD de l'œil au Tableau étoit donnée, & qu'on voulût trouver la hauteur de l'œil, ou la distance VL de la Ligne Horizontale DD, à la Ligne de terre AB pour faire que l'Apparence du Cercle donné ILKM fût un veritable Cercle, le Triangle rectangle SVL fait connoître qu'il faudroit ôter le Quarré de la ligne EL, ou du Rayon du Cercle donné IKLM du quarré de la ligne LS, ou de la somme du même Rayon & de la distance donnée, pour avoir le Quarré de la hauteur qu'on cherche.

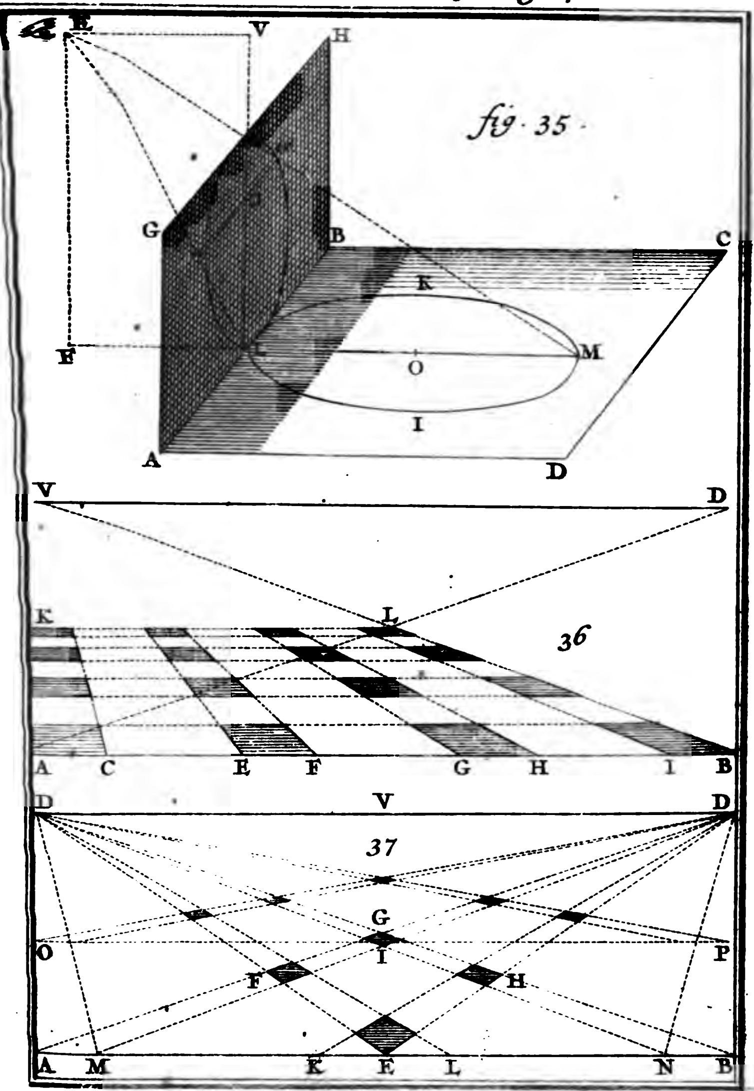
Le Cercle donné ILKM se peut aussi representer en Perspective par un veritable Cercle : quoiqu'il ne touche pas le Plan du Tableau, pourvû que son Centre O soit vû de front ; c'est à dire qu'il soit dans la ligne LM, qui étant perpendiculaire à la Ligne de terre AB, passe par l'extremité de la Ligne Verticale VL ; & nous ne l'avons fait toucher le Tableau que pour déterminer la distance de l'œil au Tableau avec plus de facilité, & aussi pour avoir un calcul moins embarassé, lorsque nous avons cherché cette distance par l'Analyse nouvelle, en cette sorte.

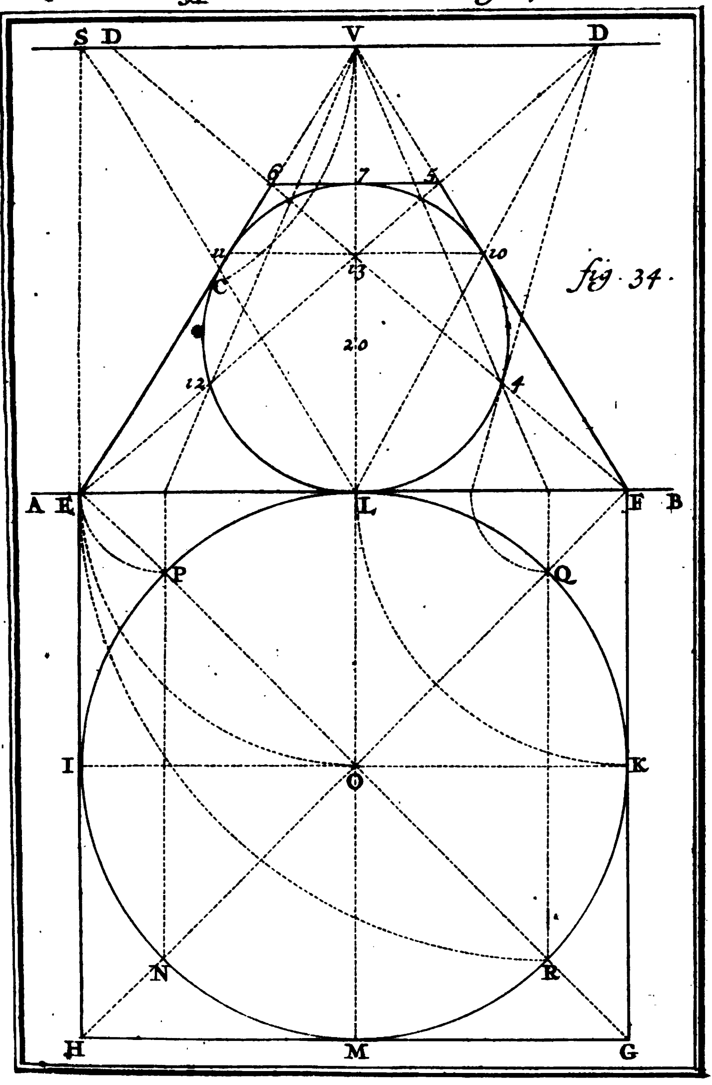
Planche 19. 35. Fig. Soit le Plan Geometral ABCD, contenant le Cercle donné IKLM, qui touche le Tableau AGHB au point L, de sorte que le Diametre LM de ce Cercle est perpendiculaire à la Ligne de terre AB. Soit l'œil au point E, élevé au dessus du Plan Geometral de la quantité EF, que je suppose connuë, & éloigné du Tableau de la quantité du Rayon principal EV, qui ne peut être que d'une certaine grandeur, lorsque la representation L, 11, 7, 10, du Cercle IKLM sera un veritable Cercle, c'est à dire lorsque l'Angle EL7 sera égal à l'Angle EML, & que par consequent le Triangle E7L sera semblable au Triangle ELM, ce que nous avons appellé *Section soucontraire*.

Si l'on met a pour la hauteur de l'œil EF, ou pour la longueur de la Ligne Verticale VL, b pour le Diametre LM du Cercle donné ILKM, & x pour la distance EV, ou FL de l'œil au Tableau, on aura $b+x$ pour la ligne FM, & $\frac{ab}{b+x}$ pour le Diametre L7, à cause des deux Triangles semblables MFE, ML7. Si l'on ajoûte ensemble les deux quarrez EF, FL, on aura $aa+xx$ pour le quarré EL, à cause du Triangle EFL rectangle en F : & pareillement si l'on ajoûte ensemble les deux quarrez EF, FM : on aura $aa+bb+2bx+xx$ pour le quarré EM, à cause du Triangle rectangle EFM.

Parce que les quatre quarrez EL, L7, EM, LM, sont proportionnels, à cause des Triangles semblables EL7, ELM, on aura

en


fig. 35
E
V
H
G
B
C
K
L
O
M
F
I
A
D
V
D
L
K
36
A
C
E
F
G
H
I
B
D
V
D
37
G
O
I
P
F
H
A
M
K
E
L
N
B


S D
V
D
6
7
5
11
10
13
C
fig. 34.
20
12
4
A E
L
F B
P
Q
I
O
K
N
R
H
M
G

en termes Analytiques cette Analogie, $aa+xx$, $\frac{aab}{bb+2bx+xx}$ :: $aa+bb+2bx+xx$, bb, dont les deux Consequens étant divisez par bb, on aura celle-ci, $aa+xx$, $\frac{aa}{bb+2bx+xx}$ :: $aa+bb+2bx+xx$, 1, dont les deux premiers étant multipliez par $bb+2bx+xx$, on aura cette derniere Analogie, $aabb+2aabx+aaxx+bbxx+2bx^3+x^4$, aa :: $aa+bb+2bx+xx$, 1, & par consequent cette Equation $aabb+2aabx+aaxx+bbxx+2bx^3+x^4 \backsim a^4+aabb+2aabx+aaxx$, de laquelle ôtant le quarré $aabb+2aabx+aaxx$, on aura cette autre Equation, $bbxx+2bx^3+x^4 \backsim a^4$, & par la Racine quarrée on aura celle-ci, $bx+xx \backsim aa$, de laquelle nous avons tiré la construction precedente, selon la Methode ordinaire dont on se sert pour resoudre par Geometrie les Equations de deux dimensions. Planche 19. 35. Fig.

PRATIQUE XI.

Representer en Perspective les Assietes de plusieurs Cubes vûs de face, égaux, & également éloignez l'un de l'autre, & mis dans plusieurs rangs qui aboutissent au Point de vûë, sans Plan Geometral.

SI vous voulez quatre rangs de quarrez égaux en distances égales, marquez sur la Ligne de terre AB, les largeurs AC, EF, GH, IB, de ces quarrez, en sorte que ces largeurs soient égales entre elles, aussi-bien que leurs distances CE, FG, HI, & menez par les points A, C, E, F, G, H, I, B, au Point principal V autant de lignes droites, qui se trouveront coupées par la ligne AD, que l'on doit tirer du point A, au Point de distance opposé D, en des points, par où l'on tirera autant de lignes paralleles à la Ligne de terre AB, dont la derniere sera KL, & si vous en voulez davantage, tirez par le point K au Point de distance D, une seconde ligne, &c. 36. Fig.

PRATIQUE XII.

Representer en Perspective un Quarré vû par l'Angle, avec quatre autres petits quarrez aussi vûs par l'Angle, & situez aux quatre Angles du Grand Quarré sans Plan Geometral.

SUpposons que l'Angle du Quarré, dont nous voulons avoir l'Apparence dans le Tableau ABDD, touche la Ligne de terre au point E; prenez depuis ce point E, sur la Ligne de terre AB, les lignes EA, EB, égales chacune à la Diagonale du Quarré, dont vous voulez avoir l'Apparence, & tirez par les deux Points de distance D, D, aux trois points A, E, B, des lignes droites, qui par leurs intersections 37. Fig.

donne-

Planche 19. 37. Fig.

donneront l'Apparence ou la representation EFGH du Quarré qu'on cherche.

Maintenant pour representer aux Angles de ce Quarré EFGH, quatre autres petits quarrez, qui soient comme les Bases de quatre Corps de Logis, de quatre Pavillons, de quatre Colonnes, &c. il faut prendre sur la ligne de terre AB, les lignes EK, EL, AM, BN, égales chacune à la Diagonale d'un des petits quarrez qu'on suppose être autour du Quarré du Plan Geometral. & achever le reste comme il vient d'être dit, & comme vous voyez dans la Figure.

Si vous vouliez d'autres quarrez, il faudroit tirer par le point I, la ligne droite OP parallele à la Ligne de terre AB, & achever le reste comme la Figure montre, sans qu'il soit besoin d'une plus longue explication.

DES ELEVATIONS OU DE LA SCENOGRAPHIE.

APRÈS avoir suffisamment traité de la representation des Points, des Lignes, & des Plans, l'ordre & la suite demande que nous traitions des Elevations, & premierement des Corps droits, & ensuite des Corps penchans & inclinez, comme vous allez voir dans les Problêmes suivans.

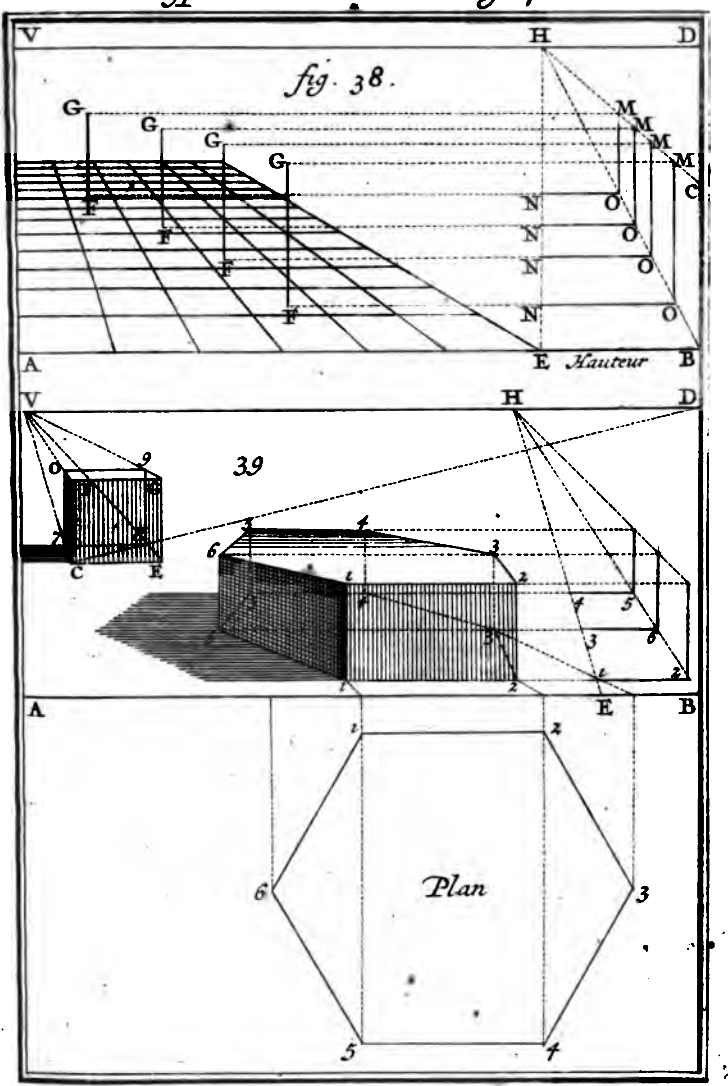
PRATIQUE XIII.

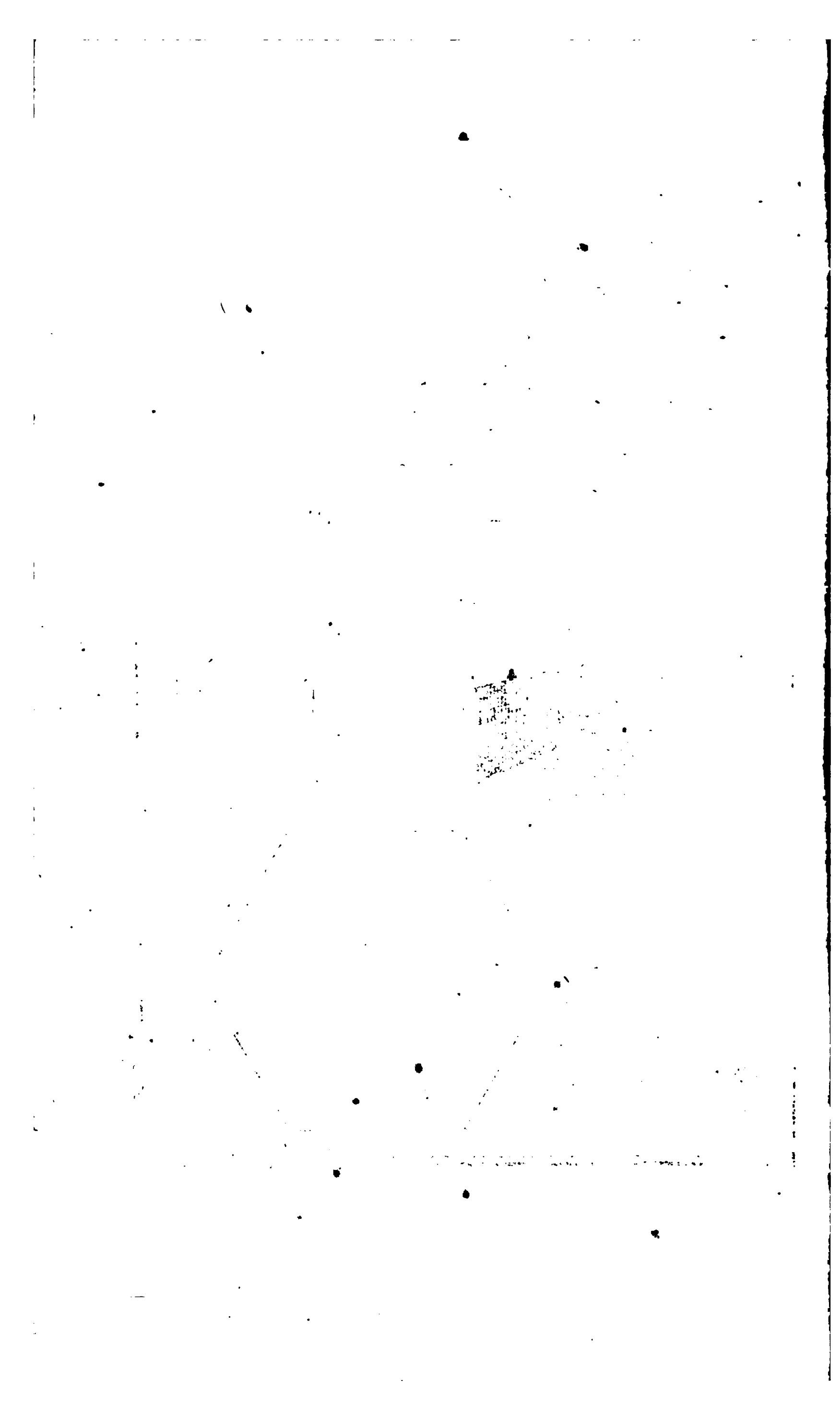
D'un point donné dans le Tableau élever une ligne perpendiculaire à la Ligne de terre d'une grandeur donnée en representation.

Planche 20. 38. Fig.

JE suppose que dans le Tableau ABDV, l'on donne le point F, dont il faille élever une perpendiculaire à la Ligne de terre AB, telle qu'est ici FG, qui represente par exemple une hauteur de deux pieds. Nous avons ici donné ce point F en quatre endroits differens du Tableau, pour vous faire voir que la Methode de déterminer la hauteur FG est par tout la même, comme vous allez voir.

Puisque l'on demande une hauteur de deux pieds en representation, on doit mettre la longueur naturelle de deux pieds en quelque lieu de la Ligne de terre AB, comme depuis


V
H
D
fig. 38.
G
G
G
G
M
M
M
M
C
F
F
F
F
N
N
N
N
O
O
O
O
A
E
Hauteur
B
V
H
D
39
9
C
E
6
4
3
2
1
5
A
E
B
1
2
6
Plan
3
5
4



B en E, & tirer par les deux points E, B, & par le point H pris à discretion sur la Ligne Horizontale VD, les droites HE, HB, qui serviront d'Echelle, que Desargues appelle *Echelle fuyante*, dont l'usage sera tel. Planche 20. Fig. 38.

Tirez par le point donné F, la ligne FO parallele à la Ligne de terre AB ; & la partie NO comprise dans l'Echelle fuyante representera deux *Pieds Perspectifs*, que Desargues appelle *Pieds de front*, comme la ligne HE se nomme *Ligne fuyante*, & la ligne SO *Ligne de front*, que Desargues appelle aussi *Echelle de front*, quand elle est divisée en parties égales, comme ici, par les lignes de front qui partent du Point principal V, par les divisions égales de la Ligne de terre AB, qui representent des Pieds naturels, ou des Pouces, &c. Si donc on fait la ligne FG égale à sa ligne correspondante NO, elle representera la hauteur de deux pieds, comme il étoit proposé.

Scolie.

Si l'on décrit dans le Tableau ABDV, un Plancher de quarrez, dont les côtez soient chacun d'un Pied perspectif, que Desargues appelle *Pied fuyant*, lorsqu'il se prend sur une *Ligne fuyante*, comme il a été enseigné dans la *Prat.* 4. ces quarrez pourront servir pour trouver la longueur de la ligne FG, qui doit se faire égale à la grandeur de deux Pieds de front pris en tel lieu qu'on voudra de sa Ligne de front FO.

Mais parce qu'il est trop long de décrire un Plancher de quarreaux, & que l'on n'a pas toûjours dans le Tableau un espace commode pour y faire une Echelle fuyante, c'est à dire pour mettre sur la Ligne de terre AB, la hauteur donnée BE, apprenez cette autre Methode, qui se peut aisément pratiquer sans aucune confusion.

Elevez du point B pris à discretion sur la Ligne de terre AB, la perpendiculaire BC de deux pieds naturels, ou de telle autre grandeur que vous voudrez donner à la hauteur apparente FG, & menez du point H pris à volonté sur la Ligne Horizontale VD, aux deux points B, C, les droites HB, HC, entre lesquelles on déterminera la longueur de la perpendiculaire FG, en tirant du point O, où la ligne de front FO rencontre la ligne HB, la ligne OM parallele à la *Ligne d'élevation* BC, & cette parallele OM sera la hauteur FG qu'on cherche.

PRA-

PRATIQUE XIV.

Representer en Perspective un Prisme droit.

Planche 10. 39. Fig.

POur representer dans le Tableau ABDV, un Prisme droit, dont la Base ou l'Assiete, soit par exemple un Exagone, on décrira premierement cette Base Exagone 1, 2, 3, 4, 5, 6, dans le Plan Geometral, vis-à-vis la Ligne de terre AB, dont il doit être éloigné selon la distance du Prisme au Tableau, & il doit avoir une position à l'égard de la Ligne de terre AB, & du Point principal V, selon que le Prisme que l'on veut representer en Perspective, sera tourné à l'égard du Tableau & de l'œil.

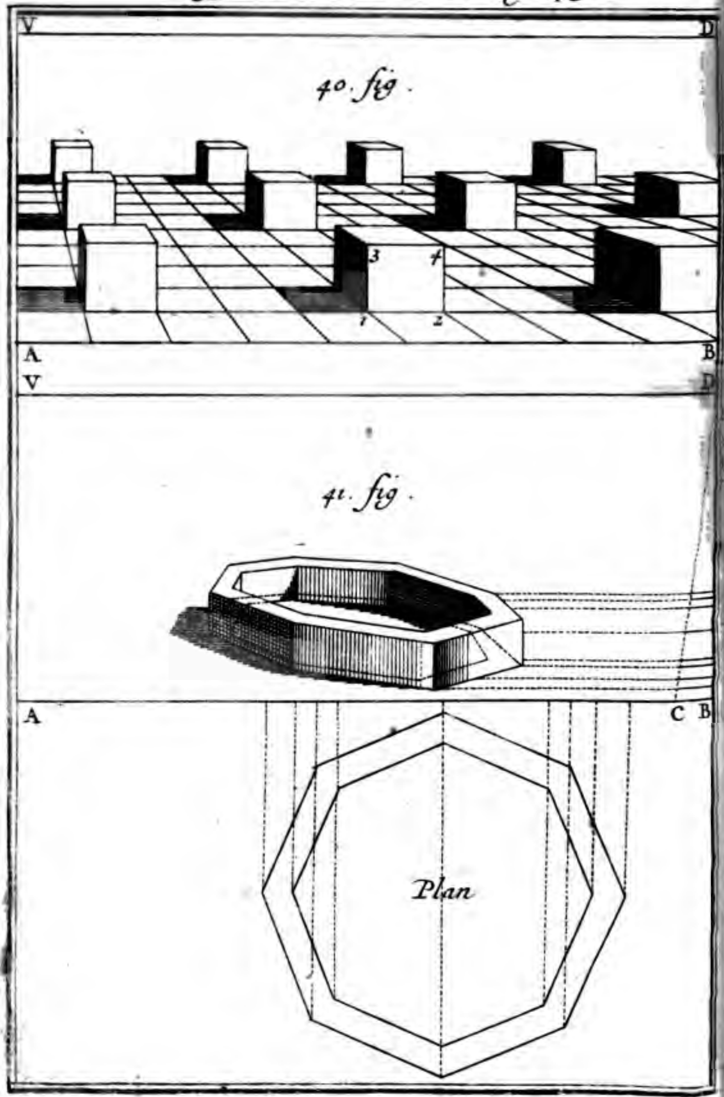
Cette Preparation étant faite, on mettra en Perspective, *par Prat.* 3. le Plan 1, 2, 3, 4, 5, 6, & de tous les Angles de l'Exagone perspectif on élevera autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, ausquelles on donnera une hauteur égale en representation à celle du Prisme proposé, comme il vient d'être enseigné, sçavoir en mettant cette hauteur donnée sur la Ligne de terre depuis B en E, ou sur sa perpendiculaire BC, &c.

SCOLIE.

Lors que vous voudrez representer un Cube vû de face, dont le côté soit égal en representation à une ligne de front donnée dans le Tableau, comme à la ligne CE, vous pourrez vous servir de cet abregé.

Tirez par les deux points E, C, au Point principal V, les Rayons VE, VC, & par le point C au Point de distance D, le Rayon CD, qui donnera sur le Rayon VE le point 8, par où vous tirerez au côté donné CE, ou à la Ligne de terre AB, la parallele 7, 8, qui sera terminée au point 7, par l'autre Rayon VC, & le quarré perspectif 7CE8 sera la Base du Cube qu'on veut décrire; ainsi il n'y aura plus qu'à élever des deux points E, C, les lignes EG, CF, égales & perpendiculaires au côté CE, & pareillement des deux points 7, 8, les deux lignes 70, 89, égales & perpendiculaires au côté 7, 8, &c.

Quand on voudra representer en Perspective un Cylindre droit, dont la Base est un Cercle, on décrira ce Cercle en Perspective, *par Prat.* 10. & on élevera de plusieurs points de ce Cercle Perspectif des perpendiculaires égales chacune en representation à la hauteur donnée du Cylindre, aprés quoy il n'y aura plus qu'à joindre les extremitez d'en haut de toutes ces perpendiculaires par une ligne courbe, & tout sera fait.


V
D
40. fig.
3
4
1
2
A
B
V
D
41. fig.
A
C B
Plan

PRATIQUE XV.

Representer en Perspective plusieurs Cubes droits également éloignez entre eux, & mis dans divers rangs paralleles & perpendiculaires au Tableau.

On doit premierement décrire dans le Tableau les Assietes de tous ces Cubes, qui sont autant de quarrez perspectifs, comme il a été enseigné dans la *Prat.* 11. On élevera ensuite de tous les Angles des lignes droites perpendiculaires à la Ligne de terre AB, & égales chacune à son côté correspondant qui se trouve parallele à la Ligne de terre AB, comme nous avons dit au Scolie precedent, comme les deux perpendiculaires 13, 24, égales chacune à leur côté correspondant 12, &c. Planche 21. 40. Fig.

SCOLIE.

Si au lieu de Cubes, on vouloit des Piliers quarrez, on travailleroit de la même façon, excepté que la hauteur de chaque Pilier ne seroit pas égale à son côté correspondant, & on la déterminera selon qu'elle sera donnée, par la regle generale de la *Prat.* 13. Mais si au lieu de Piliers quarrez on vouloit des Piliers ronds, ou des Cylindres, dont les Bases sont des Cercles, on devroit décrire *par Prat.* 10. les representations de ces Cercles dans les petits quarrez perspectifs, & achever le reste, comme il a été dit au Scolie precedent.

PRATIQUE XVI.

Representer en Perspective un Prisme droit concave.

Si vous voulez que la Base du Prisme concave soit par exemple un Octogone, décrivez dans le Tableau ABDV l'Apparence d'un Octogone double pour cette Base, & élevez de tous les Angles de la même Base autant de lignes droites perpendiculaires à la Ligne de terre AB, égales chacune en representation à la hauteur que vous voudrez donner à vôtre Prisme, telle qu'est ici BC, & joignez les extremitez de toutes ces perpendiculaires par des lignes droites, & tout sera fait. 41. Fig.

PRA-

PRATIQUE XVII.

Representer en Perspective un Corps droit taludé.

Planche 24. 42. Fig. SI vous voulez que la Base du Corps taludé soit par exemple un Exagone, décrivez dans le Tableau ABDV, l'Apparence d'un Exagone double, dont l'interieur sera la Base ou l'Assiete de l'Exagone de dessus, & l'exterieur sera pour le Talud, qui se connoît, aussi-bien que la hauteur du Corps taludé, par le moyen du *Profil*, qu'on appelle aussi *Porfil*, qui est la Section d'un Corps & d'un Plan Vertical, ou perpendiculaire à l'Horizon, comme EFGH, où la hauteur du Corps proposé est representée par la ligne GK, ou HI, & son talud par la partie KF, ou EI, terminée par les lignes HI, GK, perpendiculaires à la Base EF, &c.

Ayant donc décrit le Plan perspectif du Corps proposé, élevez de tous les Angles interieurs, à la Ligne de terre AB, autant de lignes perpendiculaires égales chacune en representation à la hauteur du Corps proposé, qui se trouve dans le Profil, sçavoir HI, ou GK, ou son égale BC, & joignez les extremitez de toutes ces perpendiculaires par des lignes droites, pour avoir l'Exagone de dessus, dont les Angles doivent aussi être joints avec les Angles correspondans du Talud par des lignes droites, comme l'Angle 1 avec l'Angle 2, l'Angle 3 avec l'Angle 4, l'Angle 5, avec l'Angle 6, &c.

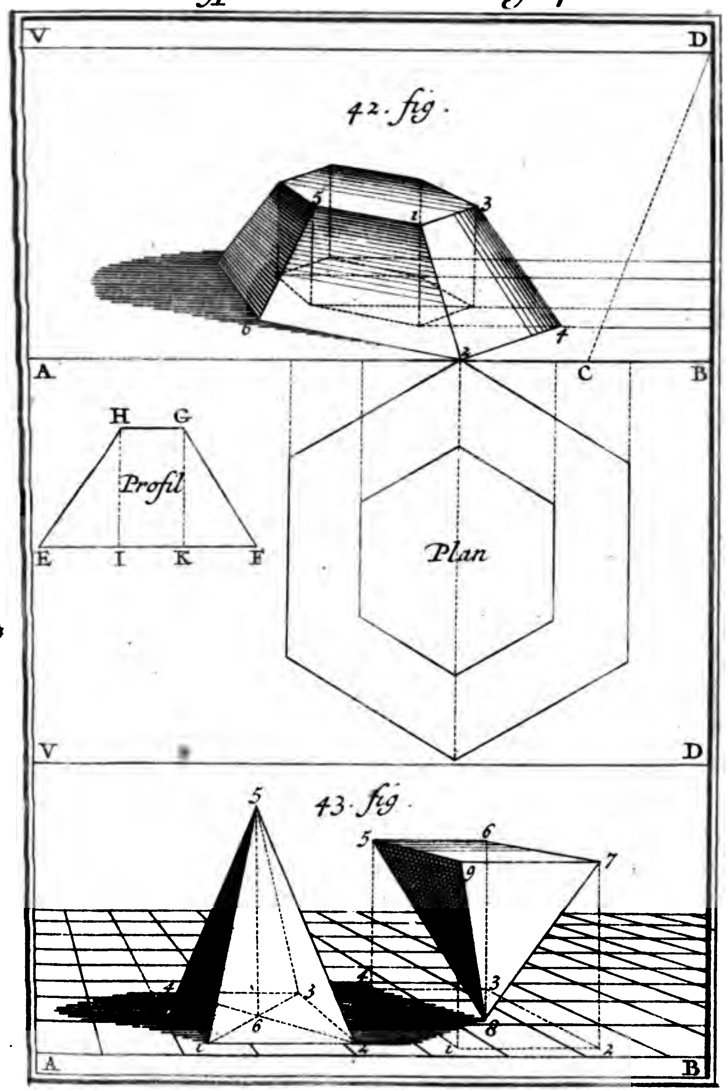
PRATIQUE XVIII.

Representer en Perspective deux Pyramides, dont l'une soit appuyée sur sa Base, & l'autre élevée sur sa Pointe.

43. Fig. PRemierement pour trouver l'Apparence d'une Pyramide appuyée sur sa Base, décrivez cette Base en Perspective, comme 1, 2, 3, 4, & élevez de son Centre 6, la ligne 6, 5, perpendiculaire à la Ligne de terre AB, & égale en representation à la hauteur donnée de la Pyramide, pour avoir au point 5 la pointe de la Pyramide, aprés quoy on achevera le reste, comme vous voyez dans la Figure.

Secondement pour trouver l'Apparence d'une Pyramide appuyée sur sa Pointe, ayant décrit comme auparavant le Plan perspectif 1, 2, 3, 4, décrivez sur ce Plan le Prisme 4, 5, 6, 7, 2, 1, dont la hauteur soit égale en representation à celle de la Pyramide proposée, & prenez le Plan de dessus 5, 6, 7, 9, pour la Base de la Pyramide renversée, & le Centre 8, de la Base de dessous 1, 2, 3, 4, pour sa pointe, &c

PRA-


V
D
42. fig.
5
1
3
6
4
2
A
C
B
H
G
Profil
E
I
K
F
Plan
V
D
43. fig.
5
5
6
7
9
4
3
4
3
6
8
1
4
1
2
A
B

PRATIQUE XIX.

Representer en Perspective un Corps droit concave taludé en dedans & en dehors.

SI vous voulez que la Base du Corps droit taludé par le dedans & par le dehors, soit par exemple un Exagone, décrivez dans le Tableau ABVD l'Apparence d'un Exagone double selon l'épaisseur que vous voudrez donner aux côtez du Corps concave, ou selon que le Profil, s'il y en a un, vous la donnera : & autour de cet Exagone double décrivez en dedans & en dehors deux autres Exagones paralleles en representation aux deux precedens, & plus ou moins éloignez selon la largeur que vous trouverez dans le Profil du Talud interieur & exterieur. Elevez de tous les Angles de l'Octogone double, qui est au milieu des deux autres, autant de lignes droites perpendiculaires à la Ligne de terre AB, & égales en representation à la hauteur du Corps proposé, que vous trouverez dans le Profil, & achevez le reste comme nous avons dit dans la *Prat.* 18. Planche 23. 44. Fig.

PRATIQUE XX.

Representer en Perspective un Profil de Fortification.

AYant décrit dans le Tableau le Profil qu'on veut representer en Perspective, avec ses proportions naturelles, en sorte que le niveau de la campagne CD soit parallele à la Ligne de terre AB, tirez de tous les Angles de ce Profil au Point principal V, autant de Rayons que vous terminerez en cette sorte. Tirez à volonté un second niveau de la campagne EF parallele au premier CD, & cette ligne EF terminera le premier Rayon DG au point G, par où vous tirerez à la ligne DI la parallele GH, qui terminera en H le second Rayon HI, & ainsi ensuite. Cela se peut aussi faire autrement, mais la petitesse de la figure ne me permet pas de vous en dire davantage. 45. Fig.

SCOLIE.

Comme tous les Corps que nous avons décrits jusqu'à present ont eu dans toutes leurs parties une même hauteur, si l'on en veut excepter le Profil precedent, nous les avons representez seulement par le moyen de leur Plan, ou Base. Mais quand ils auront des hauteurs differentes, il faudra avoir le Profil outre le Plan, parce que ce Profil donnera les hauteurs que l'on doit don-

donner aux diverses parties du Corps que l'on se propose de representer en Perspective. C'est pourquoy en de semblables rencontres nous nous servirons du Plan & du Profil, comme vous allez voir dans la Pratique suivante.

PRATIQUE XXI.

Representer en Perspective une Croix double élevée à Angles droits sur le Plan Geometral.

Planche 24. 46. Fig. AYant fait le Plan, & le Profil de la Croix que l'on veut representer en Perspective, placez ce Plan dans le Plan Geometral vis-à-vis la Ligne de terre, selon la situation que vous voulez donner à la Croix, & aprés avoir mis ce Plan en Perspective, élevez de tous ses Angles des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, pour y mettre les hauteurs des parties correspondantes de la Croix, telles que vous les voyez au naturel dans le Profil, que vous racourcirez par les regles de la *Prat.* 13. & pour joindre les extremitez de ces perpendiculaires par des lignes droites, conformément à celles du Profil.

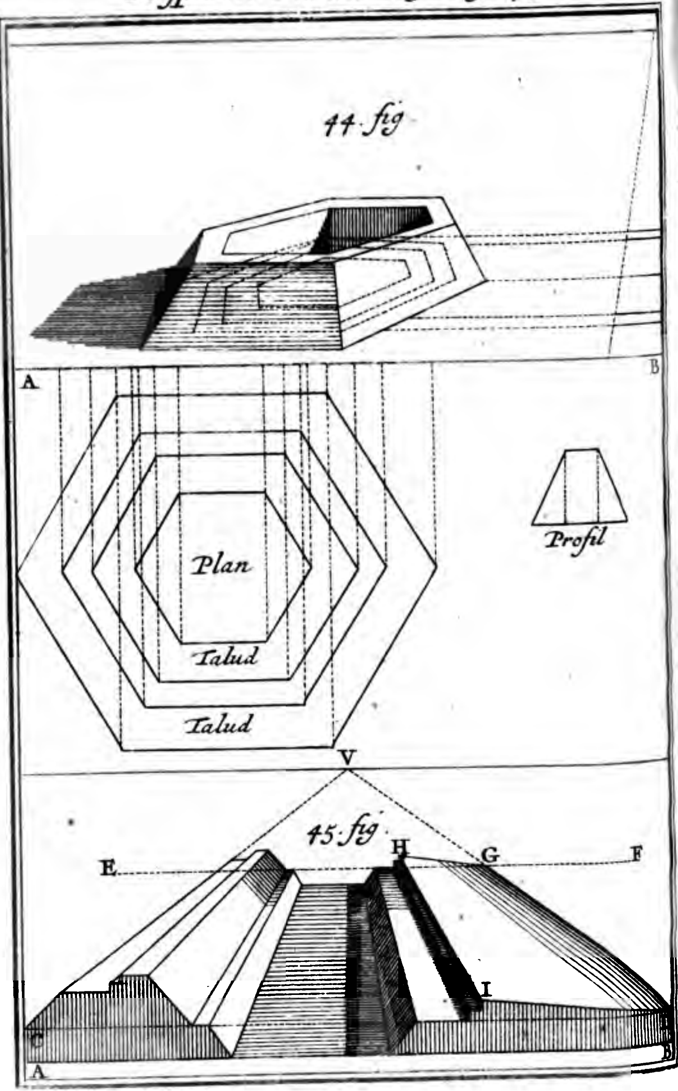
SCOLIE.

Planche 25. 47. Fig. Si l'on décrit une Croix double équilaterale, & que l'on joigne les extremitez des quatre bras & de l'arbre par des lignes droites, on aura l'Apparence d'un *Polyëdre*, c'est à dire d'un Corps composé de plusieurs faces, & inscriptible dans une Sphere, dont le Centre sera par consequent le même que le Centre de la Sphere. Entre ces Faces, qui sont au nombre de 26, il y aura 18 quarrez égaux entre eux & 8 triangles égaux entr'eux & équilateraux.

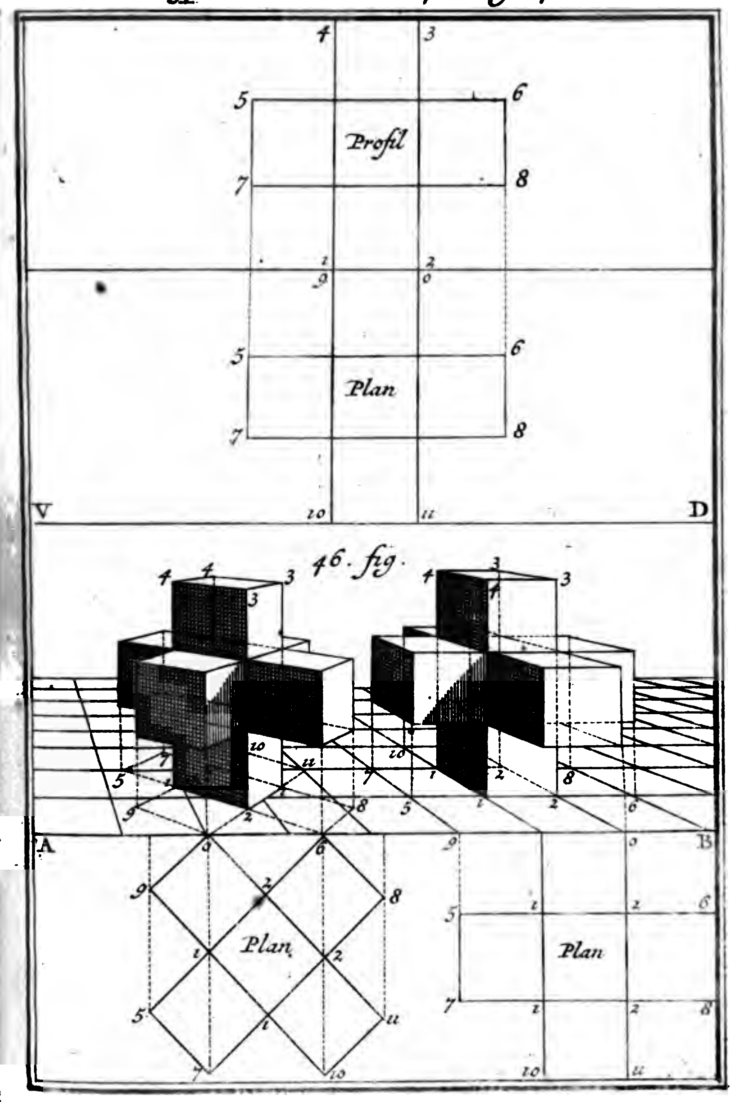
Planche 26. 48. Fig. Mais on peut décrire autrement ce Polyëdre en regardant la *Fig.* 48. où vous prendrez garde que AF est la hauteur du premier Octogone élevé, & du quarré 9, 10, 11, 12, qui sert de Base au Polyëdre sur le Piedestal ou le premier Octogone élevé. Que AG est la hauteur du second Octogone élevé, AH la hauteur du troisiéme, & AI la hauteur du second quarré élevé, lorsque le Polyëdre est plus bas que l'œil: & enfin que les lignes FG, HI, sont égales chacune à la ligne 8, 9, ou bien à la ligne 1, 9, du Plan d'assiete, & la ligne GH égale au côté 1, 2, du même Plan d'assiete.

Mais lorsque le Polyëdre est plus haut que l'œil, la ligne DL est la hauteur du premier quarré 9, 10, 11, 12, au dessus de la Ligne Horizontale DV, DM la hauteur du premier Octogone du Polyëdre au dessus de la même Ligne Horizontale, DN la hauteur du second Octogone, & DE la hauteur du second quarré, les lignes LM, EN, étant pareilleme-

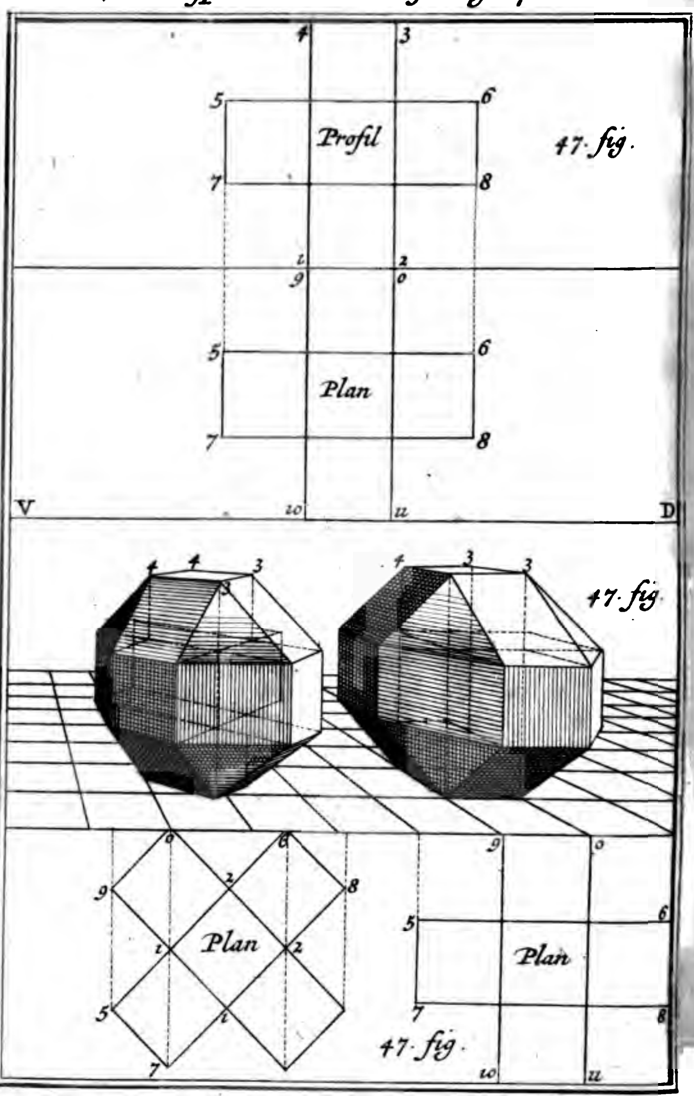
éga

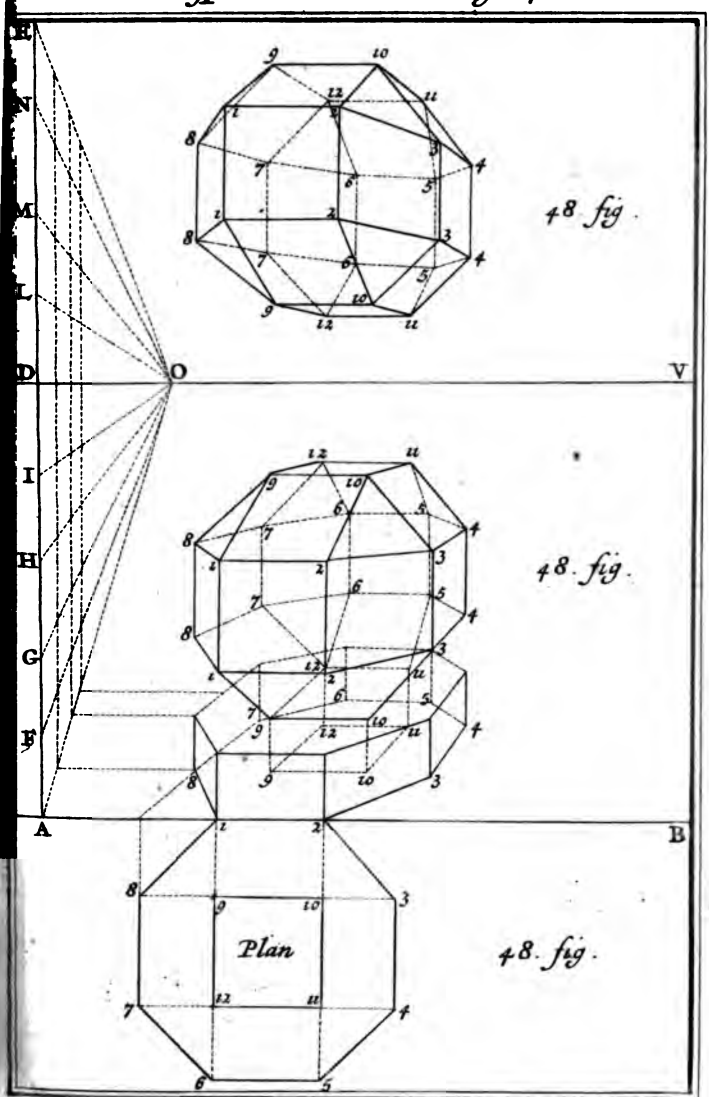


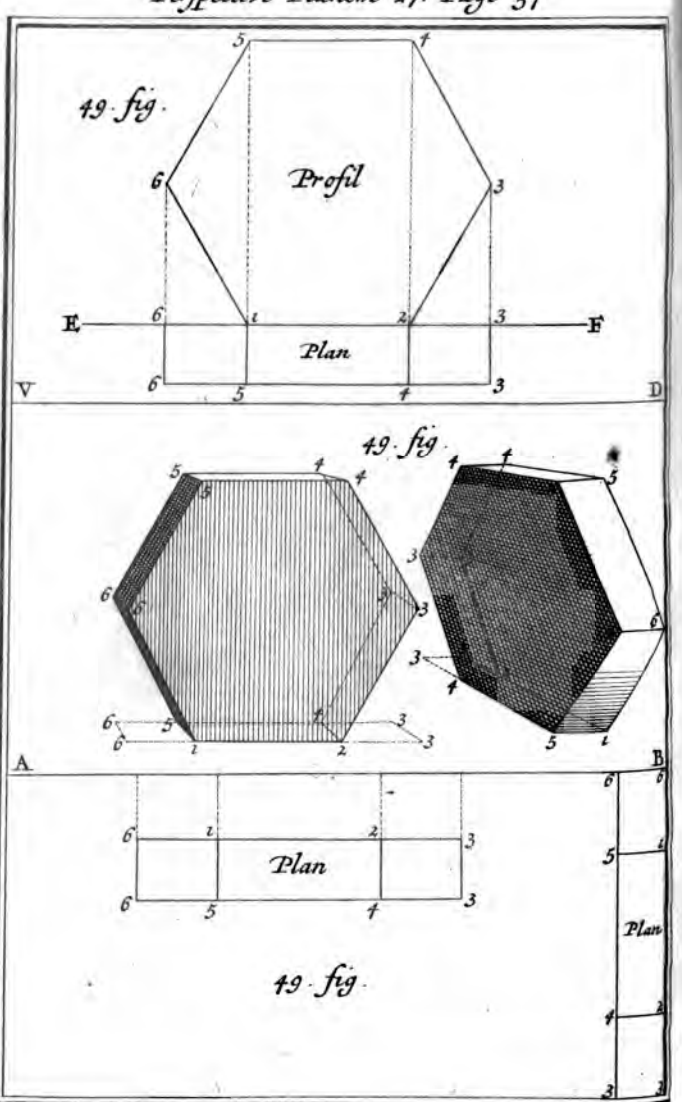
44. fig
A
B
Plan
Talud
Talud
Profil
V
45. fig
E
H
G
F
I
C
A
B

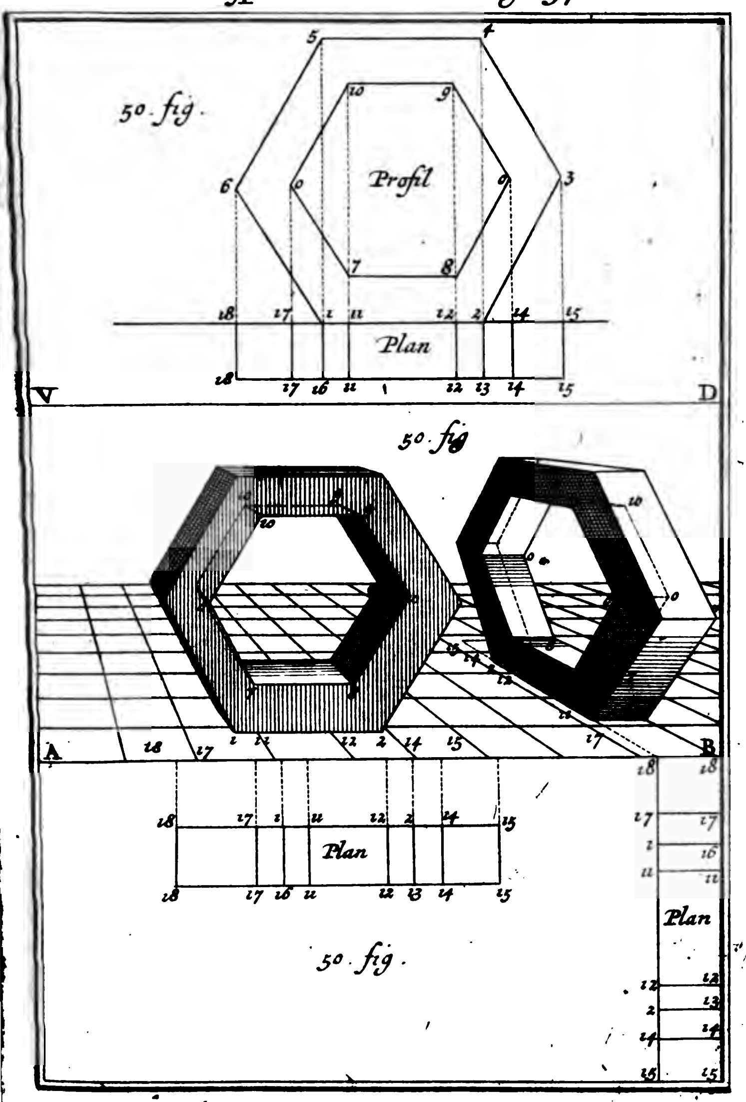

Profil
Plan
V
D
46. fig.
A
B
Plan
Plan



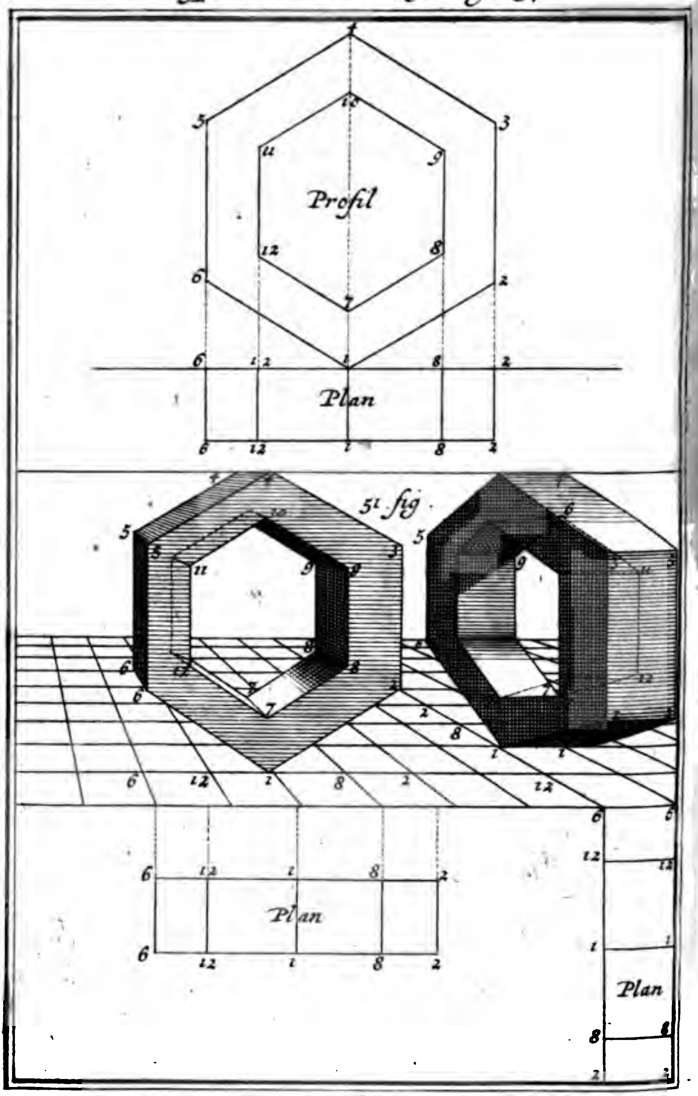

4
3
5
6
Profil
47. fig.
7
8
1
2
9
o
5
6
Plan
7
8
V
10
11
D
4
4
3
3
4
3
3
47. fig.
o
6
9
2
8
9
o
Plan
1
2
5
6
Plan
5
1
7
8
7
47. fig.
10
11

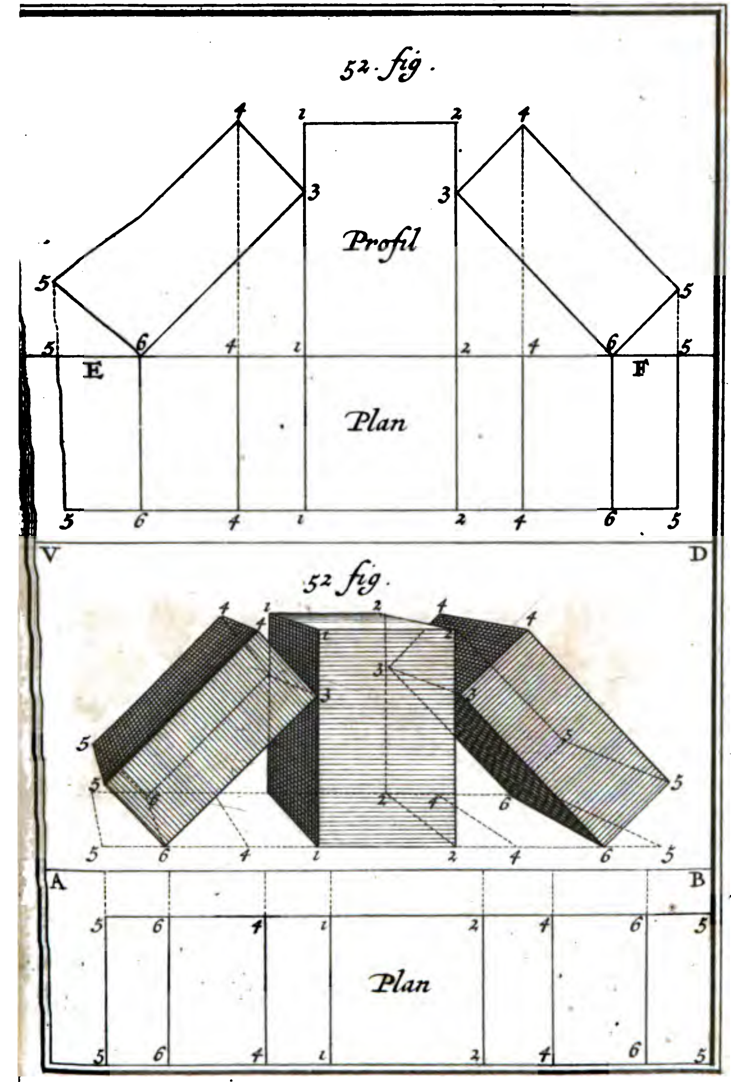

48. fig.
48. fig.
Plan
48. fig.
O
V
A
B

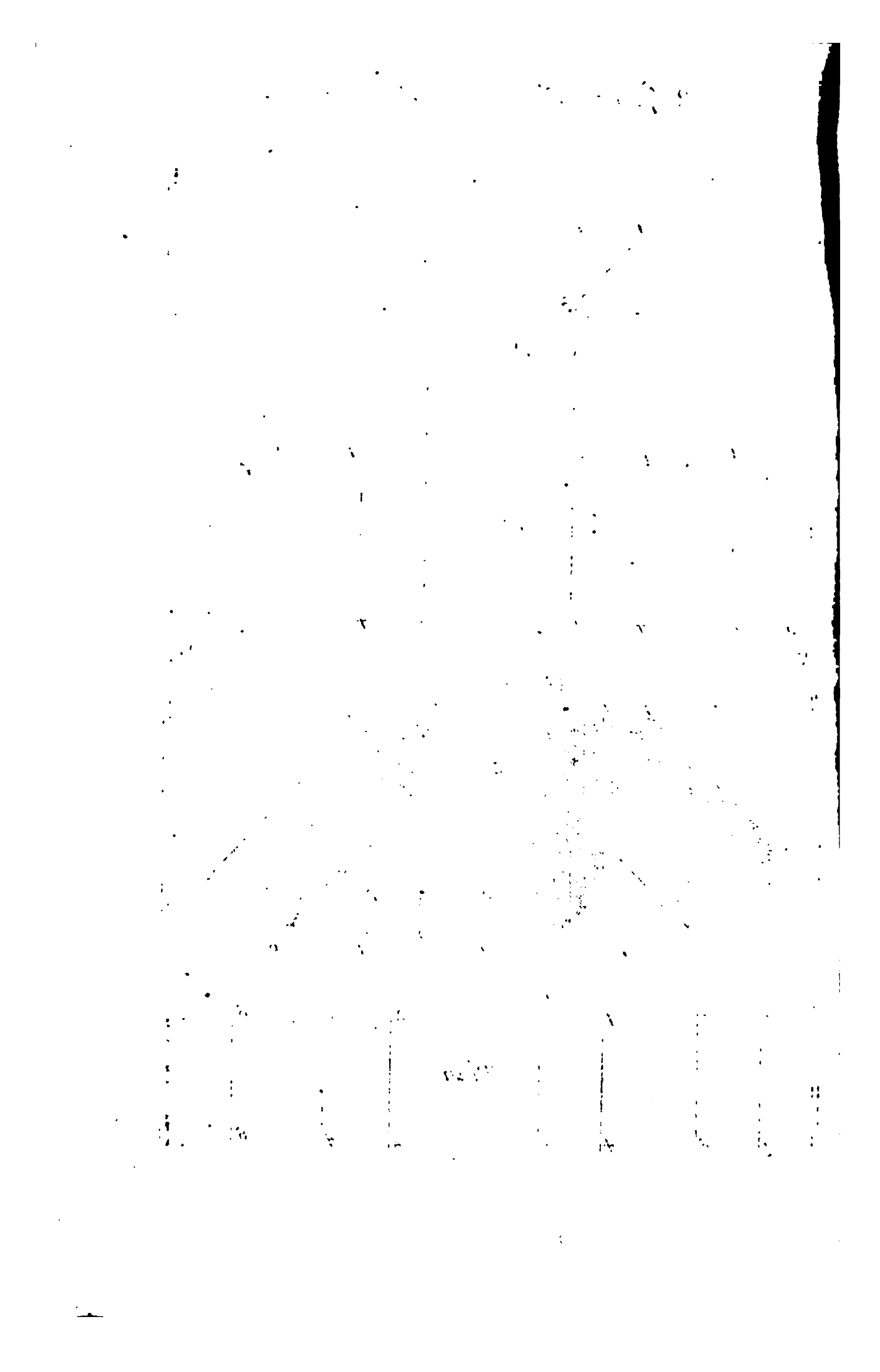

49. fig.
Profil
5
4
6
3
E
F
6
1
2
3
Plan
V
D
6
5
4
3
49. fig.
A
B
Plan
6
1
2
3
6
5
4
3
49. fig.
Plan

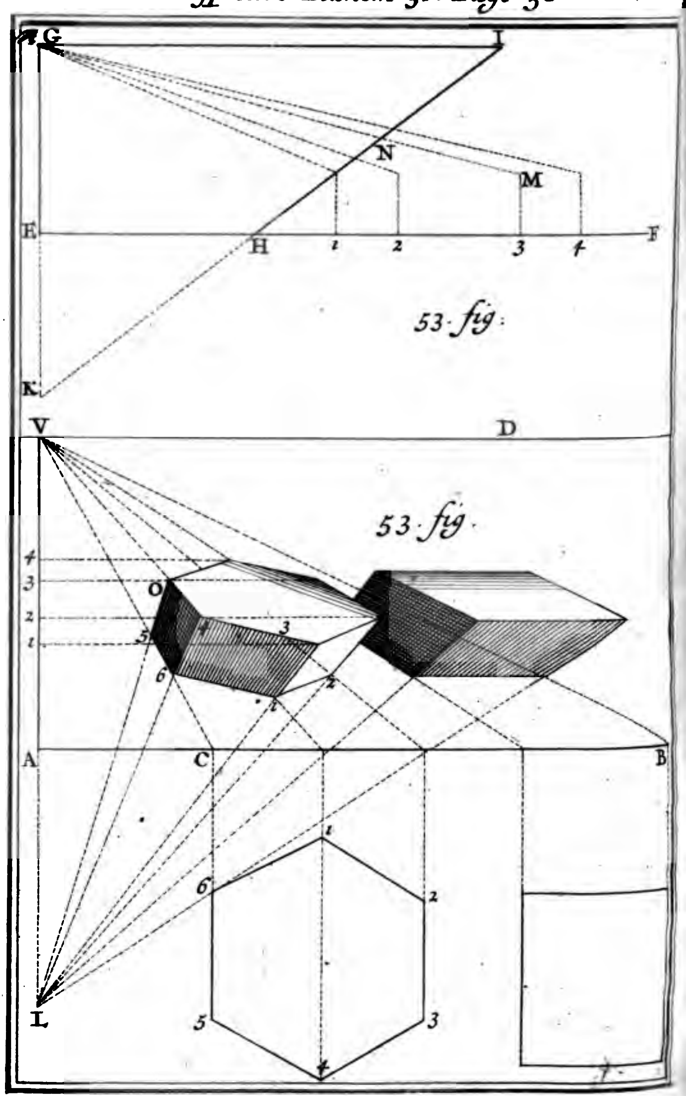

50. fig.
Profil
Plan
V
D
A
B
50. fig
Plan
Plan
50. fig.

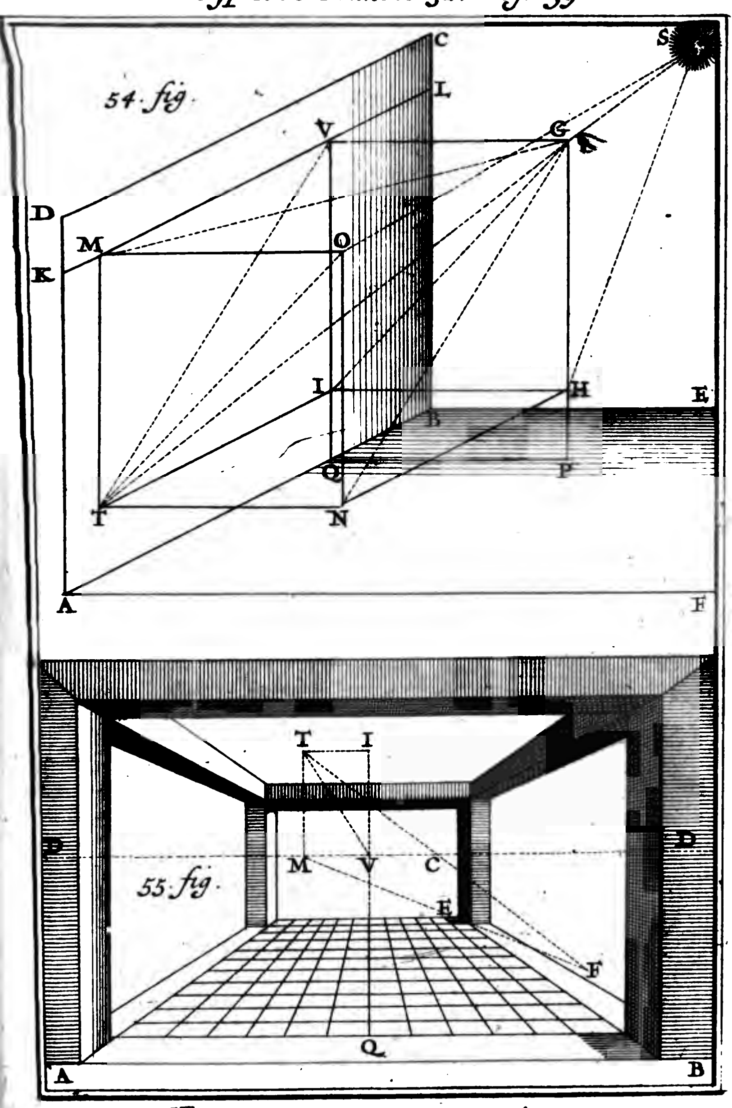
[illegible]

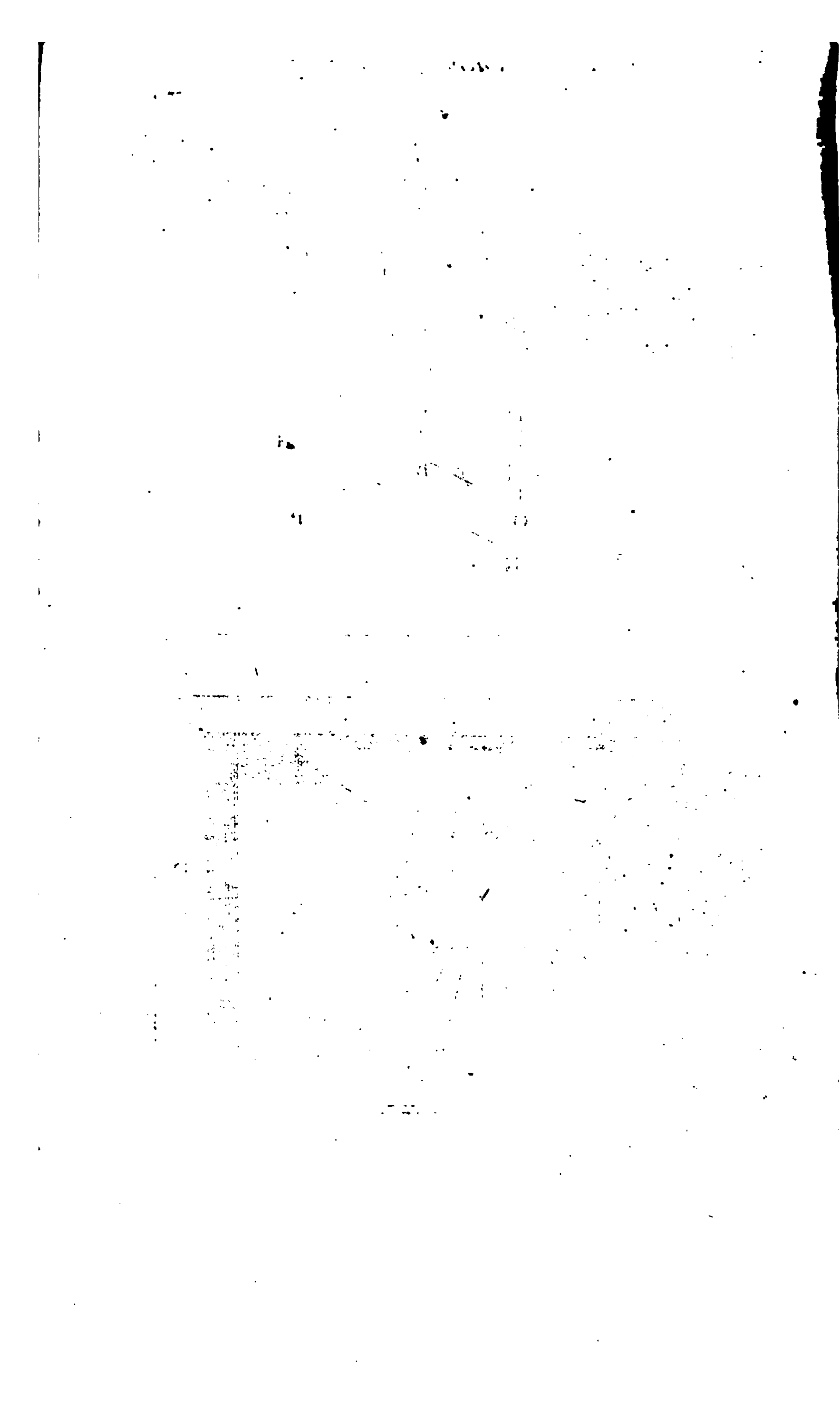

Profil
Plan
51 fig
Plan
Plan


52. fig.
Profil
E
F
Plan
V
D
52 fig.
A
B
Plan




G
I
N
M
E
H
1
2
3
4
F
53. fig.
K
V
D
53. fig.
4
3
O
2
1
5
4
3
6
2
1
A
C
B
1
6
2
5
3
4
L


54. fig
C
L
S
V
G
D
M
O
K
I
H
E
B
O
P
T
N
A
F
T
I
D
D
M
V
C
55. fig
E
F
Q
A
B



égales chacune à la ligne 8, 9, du Plan d'assiete, & la ligne MN au côté 1, 2, du même Plan d'assiete. Planche 26. 48. Fig.

PRATIQUE XXII.

Representer en Perspective un Prisme droit élevé sur l'une de ses faces obliques.

Ayant décrit sur la ligne EF, que je suppose parallele à l'Horizon, le Profil du Prisme proposé, avec son Plan qui se terminera par des lignes tirées à Angles droits sur la ligne EF, de tous les Angles du Profil, on décrira ce Plan en Perspective, en le posant vis à-vis la Ligne de terre AB dans le Plan Geometral, selon la situation, que l'on voudra donner à ce Prisme, & l'on tirera de tous les angles de ce Plan perspectif des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, égales en representation à la hauteur des points qui leur répondent dans le Profil: & en joignant les points qui appartiendront à un même côté, ce que le Profil fera aisément connoître, le Problême se trouvera resolu. Planche 27. 49. Fig.

SCOLIE.

Si l'on veut que le Prisme soit percé à jour, on en fera pareillement le Profil & le Plan, pour achever le reste, comme nous venons de dire, & comme vous voyez dans la 50. *Fig.* Planche 28. 50. Fig.

C'est aussi de la même façon que l'on representera en Perspective un Prisme droit appuyé sur l'un de ses côtez, sçavoir en décrivant sur la ligne EF parallele à l'Horizon le Profil de ce Prisme, & au dessous de la même ligne EF son Plan, dont la largeur 6, 6, ou 2, 2, represente l'épaisseur du Prisme, ou la longueur du côté sur lequel il s'appuye, & en achevant le reste comme auparavant, & comme vous voyez dans la 51. *Fig.* Planche 29. 51. Fig.

PRATIQUE XXIII.

Representer en Perspective un Prisme incliné à l'Horizon, appuyé sur un côté, & soûtenu par un autre Prisme droit.

Si l'on décrit sur la ligne EF parallele à l'Horizon, le Profil du Prisme incliné, & du droit contre lequel il s'appuye, avec leurs Plans d'assiete, on n'aura pas plus de difficulté à representer ces Corps en Perspective, que les precedens; ainsi je croy qu'il suffit de vous en donner la Figure, à l'i- Planche 30. 52. Fig.

 mitation

Planche 30. 52. Fig. mination de laquelle, & de ce qui a été dit jusqu'à present, il sera facile de representer en Perspective un Corps appuyé sur l'un de ses Angles solides, pourvû qu'on en ait le Plan & le Profil, & de representer dans le Tableau, tout ce que l'on voudra, sans qu'il soit besoin d'en donner ici un plus grand nombre d'exemples.

SCOLIE.

Tout ce que nous avons dit jusqu'à present, suppose que le Tableau est droit, ou perpendiculaire à l'Horizon, parce qu'il est ordinairement tel: neanmoins comme il peut être incliné en de certaines rencontres, comme quand on veut peindre sur la Surface d'une voute, nous donnerons ici en passant la maniere de representer dans un Tableau incliné à l'Horizon un Prisme perpendiculaire à l'Horizon, par le moyen du Profil & du Plan du Tableau, que l'on preparera premierement en cette sorte.

Planche 31. 53. Fig. Pour décrire en premier lieu le Profil du Tableau, tirez à part la ligne indéfinie EF, que vous prendrez pour la Ligne de station, & luy élevez de son extremité E, la perpendiculaire EG égale à la hauteur de l'œil au dessus du Plan Geometral, pour avoir en G la place de l'œil, & en E son Assiete. Aprés cela tirez par le point H éloigné du point E d'une distance égale à celle de l'Assiete de l'œil au Tableau, la ligne indéfinie HI inclinée à la Ligne de station EF, comme vous voudrez que le Tableau soit incliné à l'Horizon, & cette ligne HI sera prise pour la Ligne Verticale & pour le Tableau. Tirez encore de l'œil placé en G la droite GI parallele à la Ligne de station EF, & cette ligne GI qui represente le Rayon principal, donnera sur la Ligne Verticale HI, le point I, qui representera le Point de vûë. Enfin prolongez les lignes EG, HI, jusqu'à ce qu'elles se coupent en un point, comme K, que nous appellerons *Point accidental du Tableau*, où les apparences de toutes les lignes perpendiculaires à l'Horizon, étant prolongées doivent aboutir, *par Theor.* 8. lequel, comme tous les autres, convient aussi bien au Tableau incliné qu'au Tableau Vertical; & voilà le Profil du Tableau achevé.

Pour décrire le Plan du Tableau, tirez à part la Ligne Horizontale VD, & la Ligne de terre AB, parallele à l'Horizontale VD, & éloignée de la même Horizontale d'une quantité égale à la Ligne Verticale HI du Profil, en sorte que la perpendiculaire VA soit égale à cette Verticale HI: & ayant pris le point V pour le Point de vûë, faites la ligne VD égale au Rayon principal GI, pour avoir en D le Point de distance. Enfin prenez sur la perpendiculaire ou Ligne Verticale VA prolongée, la ligne AL égale à l'hypotenuse HK du Profil, pour

avoir en L le Point accidental du Tableau, par le moyen duquel on representera dans ce Tableau un Prisme droit en cette sorte. Planche 32. Fig. 53.

Cette preparation étant faite, on placera comme à l'ordinaire, la Base du Prisme qu'on veut representer en Perspective, dans le Plan Geometral vis-à-vis la Ligne de terre AB, plus ou moins proche selon la situation que l'on voudra donner à ce Prisme, comme l'Exagone 1, 2, 3, 4, 5, 6, que l'on mettra en Perspective comme si le Tableau étoit droit, mais au lieu de tirer des angles de l'Exagone Perspectif des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, comme il faudroit faire, si le Tableau étoit perpendiculaire à l'Horizon; on les tirera du Point accidental L, & on y terminera la hauteur du Prisme en cette sorte.

Pour déterminer par exemple la hauteur apparente du point 5, qui est dans le Tableau, tirez du point 5, qui est dans le Plan Geometral, à la Ligne de terre AB, la perpendiculaire 5C, dont la longueur doit être portée sur la ligne EF du Profil depuis H au point 3, d'où vous éleverez la droite 3M perpendiculaire à la ligne EF, & égale à la hauteur donnée du Prisme. Aprés cela tirez de l'œil G, par le point M, le Rayon GM, qui donnera sur la ligne HI le point N, & portez la distance HN sur la Ligne Verticale AV du Tableau, depuis A au point 3, par où vous tirerez à la Ligne de terre AB, la parallele 3O, qui donnera sur la ligne LO tirée du Point accidental L, par le point 5 du Tableau, le point O, & la ligne 5O sera égale en representation à la hauteur donnée du Prisme. Ainsi des autres.

Des Ombres.

Les Ombres font toute la beauté d'une Perspective, parce qu'elles distinguent les parties d'un Corps, qui sont opposées à la lumiere, d'avec celles qui sont éclairées, ou qui regardent la lumiere, & servent en cette façon à relever l'éclat de ces parties éclairées, qui le peuvent être ou du Soleil, dont les Rayons sont considerez comme paralleles entre eux, parce qu'ils partent d'un point extrémement éloigné du Tableau, ou d'une petite lumiere, comme d'un Flambeau, dont les Rayons ne peuvent pas être paralleles entre eux, parce qu'ils partent d'un point mediocrement éloigné du Tableau.

Comme dans la Perspective l'on considere principalement ces trois Plans qui sont perpendiculaires l'un à l'autre, le Plan du Tableau ABCD; que nous supposerons toûjours perpendiculaire à l'Horizon, le Plan Vertical PGVQ, qui est perpendiculaire au Tableau, & le Plan Geometral ABEF, auquel les Planche 32. Fig. 54.

Planche 32. 34. Fig. deux precedens sont perpendiculaires : de même l'on y considere principalement ces trois lignes perpendiculaires l'une à l'autre, & chacune à quelqu'un de ces Plans, le Rayon principal GV, & toutes ses paralleles qui sont perpendiculaires au Tableau, la hauteur de l'œil PG, & toutes ses paralleles qui sont perpendiculaires au Plan Geometral, & enfin toutes les lignes droites qui sont paralleles entre elles & au Tableau, & par consequent perpendiculaires au Plan Vertical, dont celle que nous considererons ici principalement, passe par l'œil G, sçavoir GO.

Pour déterminer les Ombres des Corps sur quelque Plan que ce soit, il suffit de sçavoir trouver les Ombres des lignes qui les bornent, & comme ces Ombres se marquent ordinairement au Soleil, nous donnerons ici quelques regles pour déterminer ces Ombres, pour le cas auquel le Soleil est hors du Plan du Tableau, & aussi pour celuy auquel il est dans le Plan du Tableau. Pour cette fin supposons que le Soleil soit en S, & qu'un de ses Rayons soit ST, qui passant par l'œil G, rencontre le Tableau au point T, que nous appellerons *Lieu du Soleil dans le Tableau*, parce que comme nous avons supposé les Rayons du Soleil paralleles entre eux, leur apparence concourant au point T, détermine effectivement en ce point T le lieu du Soleil dans le Tableau.

Cela étant supposé, tirez du lieu du Soleil T, à la Ligne Verticale VQ, la parallele TM, qui sera terminée en M, par la Ligne Horizontale KL, & au Rayon principal VG, ou à la Ligne de station PQ, la parallele TN, que vous terminerez au point N, en cette sorte. Tirez par le même point T, à la ligne de terre AB, la parallele TI, qui sera terminée par la Ligne Verticale VQ au point I, par où vous tirerez à la Ligne de station PQ, ou au Rayon principal VG, la parallele IH, qui sera terminée par la hauteur de l'œil GP, au point H, par où vous tirerez encore à la ligne TI, la parallele HN, qui rencontrera la ligne TN au point N, duquel vous tirerez la ligne NO parallele & égale à la ligne TM, & joignez la ligne MO, qui sera parallele & égale à la ligne TN, & la ligne GO, qui sera parallele & égale à la ligne HN, & aussi à la ligne TI. Joignez encore les deux lignes OT, GI, qui seront paralleles & égales entre elles. Enfin joignez les droites VT, & HS : & vous aurez les deux Plans MOGV, TNHI, paralleles entre eux, & au Plan Geometral ABEF ; & par consequent perpendiculaires au Plan du Tableau ABCD, & les deux Plans TNOM, IHGV, paralleles entre eux, & au Plan Vertical, & par consequent perpendiculaires au Tableau ; & enfin les deux Plans TIVM, NOGH, paralleles entre eux & au Tableau, & par consequent perpendiculaires au Plan Vertical.

Nous

Nous appellerons le point I, le *Point d'inclinaison des Rayons du Soleil*, parce que ce point dépend de la hauteur du Soleil sur l'Horizon, étant certain qu'il se trouvera plus proche de la Ligne Horizontale KL quand le Soleil sera plus proche de l'Horizon: & le point M, le *Point de la déclinaison des Rayons du Soleil*, parce que ce point dépend de la déclinaison du Soleil du Plan Vertical, étant certain qu'il se rencontreroit dans la Ligne Verticale VQ, si le Soleil étoit dans le Plan Vertical, auquel cas les deux points I, T, conviendroient ensemble, & ils conviendroient avec le Point principal V, si le Soleil étoit dans l'intersection du Plan Vertical & de l'Horizon, & ils s'évanoüiroient entierement s'il étoit au Zenith. Cela étant expliqué, venons aux Regles. Planche 32. 54. Fig.

Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil est supposé hors du Plan du Tableau.

I.

L'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Plan du Tableau, fait sur le Tableau, est VT, & generalement les Ombres que des lignes paralleles au Rayon principal VG, ou perpendiculaires au Tableau, font ou sur le Tableau, ou sur des Plans paralleles au Tableau, seront aussi paralleles à VT; parce que le Plan d'ombre TVG, coupant le Tableau par la ligne TV, coupera tous les Plans paralleles au Tableau par des lignes paralleles à TV, & d'autres Plans d'ombre paralleles au Plan d'ombre TVG, couperont aussi le Tableau, & les autres Plans qui luy seront paralleles, par des lignes paralleles à TV.

I I.

L'apparence de l'ombre que le même Rayon principal VG, fait sur le Plan Horizontal MOGV, tend au Point de vûë V, & generalement l'apparence des ombres que des lignes paralleles au Rayon principal, ou perpendiculaires au Tableau, font ou sur le Plan Geometral, ou sur des Plans paralleles au Geometral, & par consequent à l'Horizontal, tend au point de vûë; parce que le Plan d'Ombre TVG, coupant le Plan Horizontal MOGV, qui est parallele au Geometral ABEF, par la ligne VG, qui passe par le Point principal V, & le Plan TNHI, qui est aussi parallele au Plan Geometral par la ligne TN, qui est parallele au Rayon principal VG, & par consequent perpendiculaire au Tableau, à cause que ces deux Plans MOGV, TNHI, sont paralleles entre eux, l'apparence de la ligne TN doit aussi tendre au Point principal V, *par Theor.* 8. & comme les Sections que des Plans d'ombre paralleles au Plan d'ombre TVG,

[illegible] Fig.

font avec des Plans paralleles entre eux, & aux deux precedens, c'est à dire au Plan Geometral, ou au Plan Horizontal, sont toutes paralleles au Rayon principal VG, *par* 16. 11. leur apparence doit tendre pareillement au Point principal V.

III.

L'apparence de l'Ombre que le même Rayon principal VG, & ses paralleles font sur le Plan Vertical GHIV, & sur ses paralleles, tend au Point principal V; parce que la commune Section du Plan d'Ombre TVG, & du Plan Vertical GHIV, est VG, qui passe par le Point principal V, & que si quelqu'autre Plan parallele au Plan Vertical est coupé par le même Plan d'ombre TVG, ou par d'autres qui luy soient paralleles, les communes Sections seront paralleles entre elles & au Rayon principal VG, & leurs apparences tendront *par Theor*. 8. au même Point de vûë V, qui est leur Point accidental.

IV.

L'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical, fait sur le Plan Geometral ABEF, est parallele à TI, & par consequent à la Ligne de terre AB, & generalement l'Ombre que des lignes perpendiculaires au Plan Vertical font sur le Plan Geometral, ou sur des Plans qui luy sont paralleles, sont paralleles entre elles & à la Ligne de terre AB; parce que les lignes GO, TI, étant les communes Sections du Plan de lumiere, ou d'ombre GOS, & des deux Plans paralleles MOGV, TNHI, sont paralleles entre elles, *par* 16. 11. & par consequent à la Ligne de terre AB, & ce que je dis des deux Plans paralleles MOGV, TNHI, se doit entendre du Plan Geometral ABEF, & de tous les autres qui luy sont paralleles: & comme les apparences de la ligne TI, & de toutes ses paralleles, sont paralleles à la Ligne de terre AB, *par Theor*. 7. il s'ensuit que l'apparence des ombres de toutes les lignes perpendiculaires au Plan Vertical, qui se font sur le Plan Geometral, ou sur ses paralleles, est parallele à la ligne de terre AB.

V.

L'Ombre que la même ligne GO, fait sur le Plan du Tableau ABCD, est parallele à la Ligne Horizontale KL, ou à la Ligne de terre AB, & generalement les Ombres que toutes les lignes perpendiculaires au Plan Vertical, font sur le Tableau, sont paralleles entre elles & à la Ligne de terre AB; parce que le Plan NOGH étant parallele au Plan du Tableau ABCD, les communes Sections OG, TI, de ces deux Plans

paralleles & du Plan de lumiere ou d'ombre GOS, sont paralleles entre elles, *par* 16. 11. & par consequent à la Ligne de terre AB, & ce que je dis de ces deux Plans paralleles NOGH, TMVI, se doit entendre de tous les autres qui étant paralleles au Tableau, passent par des lignes paralleles à la ligne GO, & sont coupez par un Plan d'ombre ou de lumiere, parallele au Plan GOS. D'où il est aisé de conclure, que les Ombres des lignes perpendiculaires au Plan Vertical, qui se font sur le Tableau, ou sur ses Plans paralleles, sont paralleles entre elles & à la Ligne de terre AB, & *par Theor.* 7. que les apparences de toutes ces lignes paralleles, sont aussi paralleles à la Ligne de terre AB. Planche 32. 54. Fig.

VI.

L'apparence de l'Ombre que la même ligne GO, & ses paralleles font sur le Plan Vertical GPQV, & sur ses paralleles, concourt au point I de l'inclinaison des Rayons du Soleil; parce que la commune Section du Plan de lumiere GOS, & du Plan Vertical VGPQ, est la ligne GI, qui passe par le point I de l'inclinaison des Rayons du Soleil, & que si quelqu'autre Plan parallele au Plan Vertical est coupé par le même Plan d'Ombre GOS, ou par d'autres qui luy soient paralleles, les communes Sections seront paralleles entre elles & à la ligne GI, & leurs apparences tendront *par Theor.* 8. au même point I, qui est leur Point accidental.

VII.

L'apparence de l'Ombre que la ligne GP, qui est perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, fait sur le même Plan Geometral, aboutit au point M de la déclinaison des Rayons du Soleil, & generalement l'apparence de l'ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral fait sur ce Plan Geometral, ou sur des Plans qui luy sont paralleles, concourt au point M de la déclinaison des Rayons du Soleil; parce que le Plan de lumiere ou d'ombre GHS, coupant le Plan GVMO, qui est parallele au Geometral ABEF, par la ligne GM, qui passe par le point M de la déclinaison des Rayons du Soleil, il coupera le Plan Geometral, & tous les autres qui luy seront paralleles, par des lignes droites paralleles à la Ligne GM; & que pareillement si l'on imagine par d'autres lignes perpendiculaires au Plan Geometral, d'autres Plans de lumiere paralleles au Plan d'ombre GHS, ces Plans couperont aussi le Plan Geometral & ses paralleles, par des lignes droites paralleles entre elles & à la ligne GM: & comme le point accidental de toutes ces lignes paralleles est le point M, il s'ensuit *par Theor.* 8. que leurs apparences doivent concourir à ce point M.

Planche 32. 64. Fig.

VIII.

L'ombre que la même ligne GP fait sur le Plan du Tableau, est parallele à TM ; ou perpendiculaire à la Ligne de terre AB, & generalement l'apparence de l'ombre qu'une perpendiculaire au Plan Geometral fait sur le Tableau ; & sur tous les Plans qui luy sont paralleles, est perpendiculaire à la Ligne de terre ; parce que le Plan de lumiere GHS coupant le Plan de front NOGH par la ligne GH, qui est perpendiculaire au Plan Geometral, il coupera tous les autres *Plans de front* ; c'est à dire le Tableau, & tous les Plans qui luy seront paralleles, par des lignes paralleles à GH, & par consequent perpendiculaires au Plan Geometral : & que pareillement ces Plans de front seront coupez par d'autres Plans de lumiere paralleles au Plan GHS, par des lignes aussi perpendiculaires au Plan Geometral, dont les apparences doivent être perpendiculaires à la Ligne de terre AB, *par Theor*. 7.

IX.

L'apparence de l'ombre que la même ligne GP, & ses paralleles font sur le Plan Vertical, ou sur ses paralleles, est perpendiculaire à la Ligne de terre AB, parce que le Plan de lumiere GHS coupant le Plan Vertical GVQP, par la ligne GP, qui est perpendiculaire au Plan Vertical, il coupera tous les autres *Plans de Profil*, c'est à dire tous les plans paralleles au Plan Vertical, par des lignes paralleles à GP, comme aussi tous les Plans de lumiere, paralleles au Plan d'ombre GHS, couperont le Plan Vertical & tous les Plans de Profil, par des lignes paralleles entre elles, & à la ligne GP ; & par consequent perpendiculaires au Plan Geometral dont les apparences sont *par Theor*. 7. perpendiculaires à la Ligne de terre AB.

Ainsi vous voyez que quand le Soleil est hors du Plan du Tableau ABCD, l'apparence de l'ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, comme GV, fait sur le même Tableau, ou sur ses Plans paralleles : & sur le Plan Geometral ABCE, ou sur ses paralleles, & encore sur le Plan Vertical, ou sur ses paralleles, tend au Point principal V.

Que l'apparence de l'ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, comme GO, fait sur le Plan Geometral ABEF, ou sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre AB : & sur le Tableau ABCD, ou sur ses paralleles, est aussi parallele à la Ligne de terre AB : & sur le Plan Vertical, ou sur tous les Plans de Profil, tend au point I de l'inclinaison des Rayons du Soleil.

En

Et enfin que l'apparence de l'ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, comme GP, fait sur ce Plan, ou sur ses paralleles, tend au point M de la déclinaison des Rayons du Soleil: & sur le Plan du Tableau ABCD, ou sur un Plan de front; & encore sur le Plan Vertical VGPQ, ou sur un Plan de Profil, est perpendiculaire à la Ligne de terre AB. Planche 52. 54. Fig.

Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil est supposé dans le Plan Vertical & dans celuy du Tableau.

Puisque le Soleil S est supposé dans le Tableau ABCD, & dans le Plan Vertical VGPQ, il doit être necessairement au Zenith, & alors il arrivera que

X.

L'apparence de l'ombre qu'une ligne droite perpendiculaire au Plan du Tableau, soit sur ce Plan, & sur ses paralleles, est infinie perpendiculairement en bas, c'est à dire perpendiculaire à la Ligne de terre: étant certain que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Tableau ABCD, fait sur ce Tableau, est la ligne infinie VQ, qui étant perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, son apparence dans le Tableau doit *par Theor.* 7. être perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

XI.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne droite perpendiculaire au Plan du Tableau, fait sur le Plan Vertical, ou sur ses paralleles, est une Surface qui s'étend à l'infini perpendiculairement en bas, depuis cette ligne perpendiculaire, d'une largeur apparente égale à la longueur apparente de la même ligne perpendiculaire: étant certain que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Tableau ABCD, jetteroit sur le Plan Vertical VGPQ, le couvriroit à l'infini de la largeur VG, depuis VG perpendiculairement en bas.

XII.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Tableau, fait sur le Plan Geometral, & sur ses paralleles, aboutit au point de vûë: étant certain que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Tableau ABCD, feroit sur le Plan Geometral ABEF, seroit PQ, qui étant perpendiculaire au Tableau, son apparence dans le

Ta-

Planche 32. 34. Fig. Tableau doit *par Theor.* 8. aboutir au Point principal V.

XIII.

L'Apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait sur le Plan Geometral, & sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre : étant certain que l'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, feroit sur le Plan Geometral ABEF, seroit NH, qui étant perpendiculaire au Tableau ABCD, son apparence dans le Tableau doit *par Theor.* 7. être parallele à la Ligne de terre AB.

XIV.

L'Apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait sur le Plan de front, où elle se rencontre, est une surface infinie perpendiculairement en bas depuis cette ligne perpendiculaire, d'une largeur apparente égale à la longueur apparente de la même ligne perpendiculaire : étant certain, que l'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, feroit sur le Plan de front NOGH, où elle se trouve, seroit infinie perpendiculairement en bas, depuis OG, & de la longueur OG.

XV.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait sur ce Plan, & sur ses paralleles, est perpendiculaire à la Ligne de terre : étant certain que l'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, jetteroit sur ce Plan, seroit GP, qui étant perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, son apparence doit être *par Theor.* 7. perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

XVI.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur ce Plan, & sur ses paralleles, est un point, sçavoir l'apparence du point où cette ligne rencontre le Plan, auquel elle est perpendiculaire : étant certain que l'Ombre que la ligne GP, qui est perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, jetteroit sur ce Plan, seroit P, où elle coupe ce Plan.

XVII.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan

Plan Geometral, fait sur un Plan de front, est perpendiculaire à la Ligne de terre: étant certain, que l'Ombre que la ligne GP, qui est perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, jetteroit sur le Plan de front NOGH, dans lequel elle se trouve, seroit la même ligne, & que celle qu'elle feroit sur un autre Plan de front, luy seroit parallele *par* 16. 11. & par consequent perpendiculaire au même Plan Geometral ABEF, ce qui fait, *par Theor*. 7. que son apparence dans le Tableau sera perpendiculaire à la Ligne de terre AB. Planche 32. 54. Fig.

XVIII.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur le Plan de Profil, où elle se rencontre, est l'apparence de la même ligne, continuée à l'infini en bas à l'opposite du Soleil, & est par consequent perpendiculaire à la Ligne de terre AB: étant certain, que l'Ombre que la Ligne GP, qui est perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, feroit sur le Plan Vertical VGPQ, où elle se trouve, ne seroit que la même ligne GP continuée à l'infini en bas, laquelle par consequent étant perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, son apparence dans le Tableau sera *par Theor*. 7. perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

Ainsi vous voyez que lorsque le Soleil est au Zenith, l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, comme VG, fait sur un Plan de front, est perpendiculaire à Ligne de terre: & sur un Plan de Profil est une Surface infinie, qui s'étend perpendiculairement en bas, d'une largeur apparente égale à la longueur apparente de cette ligne perpendiculaire: & sur le Plan Geometral, ou sur ses paralleles, about it au Point de vûë.

Que l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical fait sur le Geometral, ou sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre: & sur un Plan de Profil est perpendiculaire à la Ligne de terre; & sur le Plan de front, où elle se trouve, est une Surface infinie qui s'étend perpendiculairement en bas, d'une largeur apparente égale à la longueur apparente de cette ligne perpendiculaire.

Et enfin, que l'apparence qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur ce Plan, ou sur ses paralleles, est un Point: & sur un Plan de front, & encore sur le Plan de Profil, où elle se rencontre, est perpendiculaire à la Ligne de terre.

Regles

Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil est dans le Plan du Tableau, & hors du Plan Vertical.

Planche 32. 54. Fig. NOus supposerons ici que l'Angle VTI est égal à la hauteur du Soleil sur l'Horizon, en sorte que TV soit le Rayon du Soleil, qui détermine la hauteur du Soleil, & alors il arrivera que

XIX.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, fait sur un Plan de front, aboutit au Point de vûë: étant certain, que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Plan du Tableau ABCD, fait sur ce Plan, est la ligne TV, continuée à l'infini depuis le Point principal V, & que l'Ombre que la même ligne GV, ou ses paralleles, font sur des Plans de front, est infinie & parallele à la ligne TV, ce qui fait *par Theor.* 8. que l'apparence de toutes ces Ombres paralleles tend au Point principal V, qui est leur Point accidental.

XX.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, fait sur le Plan Geometral, ou sur ses paralleles, aboutit au Point de vûë: étant certain que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Tableau ABCD, fait sur le Plan Geometral ABEF, luy est égale & perpendiculaire à la Ligne de terre AB, ce qui fait *par Theor.* 8. que l'apparence de cette Ombre tend au Point principal V, de même que l'Apparence de l'Ombre de toutes les autres lignes perpendiculaires au Tableau.

XXI.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, fait sur un Plan de Profil, aboutit au Point de vûë: étant certain, que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Tableau ABCD, fait sur un Plan de Profil, comme sur le Plan TNOM, est une ligne égale & parallele à VG, & par consequent perpendiculaire au Tableau ABCD, ce qui fait *par Theor.* 8. que l'apparence de cette Ombre doit aboutir au Point principal V.

XXII.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan

Plan Vertical, fait sur le Plan Geometral, & sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre: étant certain que l'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, fait sur le Plan Geometral ABEF, & sur ses paralleles, est une ligne égale & parallele à GO, & par consequent parallele à la Ligne de terre AB, ce qui fait *par Theor.* 7. que l'apparence d'une semblable Ombre est aussi parallele à la Ligne de terre AB. Planche 32. 54. Fig.

XXIII.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait sur le Plan de front, où elle se rencontre, est une Surface infinie en long, & terminée en large de part & d'autre par des Rayons paralleles au Plan qui détermine la hauteur du Soleil sur l'Horizon: étant certain, que l'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, fait sur le Plan de front NOGH, où elle se trouve, est une Surface infinie terminée par deux Rayons paralleles au Rayon TV, qui détermine la hauteur du Soleil sur l'Horizon.

XXIV.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait sur un Plan de Profil, est perpendiculaire à la Ligne de terre: étant certain, que l'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, fait sur un Plan de Profil, comme sur le Plan TNOM, qu'elle touche au point O, est la ligne ON, qui étant perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, son apparence dans le Tableau doit *par Theor.* 7. être perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

XXV.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur ce Plan, ou sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre: étant certain que l'Ombre que la ligne GH, qui est perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, fait sur le Plan TNHI, qui est parallele au Plan Geometral, est parallele à la Ligne de terre AB, ce qui fait *par Theor.* 7. que l'apparence de cette Ombre est aussi parallele à la Ligne de terre AB.

XXVI.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur le Plan de front, où elle se rencontre, est une Surface infinie terminée par deux Rayons paralleles

au

Planche 32. 54. Fig. au Rayon du Soleil, qui détermine sa hauteur sur l'Horizon : étant certain, que l'Ombre que la ligne GH, qui est perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, fait sur le Plan de front NOGH, où elle se trouve, est une Surface infinie terminée par deux lignes infinies paralleles entre elles, dont l'une, comme GN, est parallele au Rayon TV, qui détermine la hauteur du Soleil sur l'Horizon.

XXVII.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur un Plan de Profil, est perpendiculaire à la Ligne de terre : étant certain, que l'Ombre que la Ligne GH, qui est perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, feroit sur le Plan de Profil TNOM, seroit une ligne égale & parallele à GH, & par consequent perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, ce qui fait *par Theor. 7.* que l'apparence de cette Ombre est perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

Ainsi vous voyez, que quand le Soleil est dans le Plan du Tableau, & hors du Plan Vertical, l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, comme GV, fait sur un Plan de front, & sur le Plan Geometral, ou sur ses paralleles, & sur un Plan de Profil, aboutit au Point de vûë.

Que l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, comme GO, fait sur le Plan Geometral, ou sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre : & sur un Plan de Profil, est perpendiculaire à la Ligne de terre : & sur un Plan de front, est une Surface infinie en long, & terminée en large de part & d'autre par deux lignes paralleles au Rayon du Soleil, qui détermine sa hauteur sur l'Horizon.

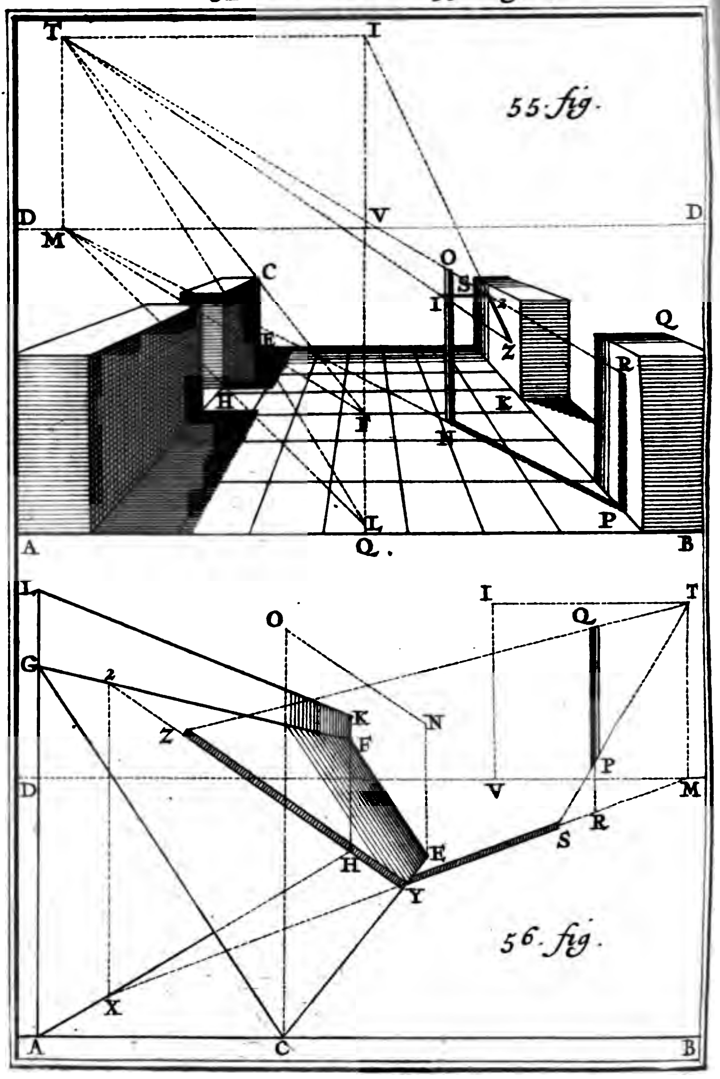
Et enfin que l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur ce Plan, ou sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre : & sur un Plan de Profil, est perpendiculaire à la Ligne de terre ; & sur un Plan de front où elle se trouve, est une Surface infinie terminée par deux lignes paralleles au Rayon du Soleil, qui détermine sa hauteur sur l'Horizon.

Pratique des Ombres Solaires.

Planche 33. 55. Fig. POur venir à la pratique des Ombres Solaires, il faut marquer dans le Tableau quatre points principaux, le Point principal V, sur la Ligne Horizontale DD, & le point M, à droit ou à gauche de la déclinaison des Rayons du So-

55 fig

56 fig


55. fig.
T
I
D
V
D
M
O
C
S
I
z
Z
Q
E
R
H
K
F
N
L
P
A
Q
B
L
I
T
O
Q
G
z
K
N
Z
F
P
D
V
M
R
E
S
H
Y
56. fig.
X
A
C
B

Soleil, à une distance plus ou moins grande du Point de vûë V, selon que le Soleil déclinera plus ou moins à droit ou à gauche du Plan Vertical : & sur la Ligne Verticale VQ, le point I, de l'inclinaison des Rayons du Soleil, au dessus ou au dessous de la Ligne Horizontale DD, & à une distance plus ou moins grande de la même Ligne Horizontale DD, selon que le Soleil sera derriere ou devant le Tableau ; & qu'il sera plus ou moins élevé sur l'Horizon : & enfin le point T du lieu du Soleil dans le Tableau, qu'on appelle aussi le *Point de concours des Rayons du Soleil*, parce que les Rayons du Soleil étant supposez paralleles entre eux, ce point T, où le Tableau se trouve coupé par un Rayon tiré du Centre du Soleil & par l'œil, est leur Point accidental, où leurs apparences doivent concourir *par Theor.* 8. Ce point T, se trouvera sur la ligne MT perpendiculaire à la ligne Horizontale DD, ou à la Ligne de terre AB, & égale à la ligne VI, ou bien en tirant du point I, la ligne IT parallele à la Ligne Horizontale DD. Planche 33. 55. Fig. 1

Ces quatre Points supposent que le Soleil est hors du Plan du Tableau, & du Plan Vertical : car quand il sera hors du Plan du Tableau, & dans le Plan Vertical, on aura seulement les deux points V, I, parce que dans ce cas le Soleil ne déclinera point de ce Plan : & quand on supposera le Soleil dans le Plan du Tableau, on aura seulement le point V, & la ligne VT, qu'on appelle *Ligne de l'inclinaison des Rayons du Soleil*, parce qu'elle fait avec l'Horizontale DD, l'Angle MVT de la hauteur du Soleil sur l'Horizon.

On peut aisément par le moyen de ces Points, & des Regles precedentes, trouver sur l'un des trois Plans que nous y avons considerez principalement, qui sont le Plan Geometral & ses paralleles, le Plan du Tableau, & ses paralleles, ou les Plans de front, & le Plan Vertical, avec ses paralleles, avec les Plans de Profil, les apparences des Ombres des Corps mis en Perspective, en trouvant les apparences de l'Ombre de chaque ligne qui le borne, ce qui se fera en trouvant l'apparence des points élevez de toutes ces lignes, qui bornent le Corps, dont on veut representer l'Ombre.

Comme pour trouver sur le Plan Geometral l'apparence du point C, qui répond perpendiculairement au point E sur le Plan Geometral, tirez par ce point E, du point M de la déclinaison des Rayons du Soleil, la ligne EF, qui *par Reg.* 7. sera l'Ombre de la ligne CE, qui est perpendiculaire au Plan Geometral, & cette Ombre se terminera en F, qui sera par consequent l'Ombre du point proposé C, en tirant par ce point C, du point T du concours des Rayons du Soleil, ou du lieu du Soleil dans le Tableau, le Rayon TCF.

Nous

Nous allons expliquer cela plus particulierement dans les Pratiques suivantes.

PRATIQUE XXIV.

Trouver l'apparence de l'Ombre d'une ligne droite mise en Perspective, & perpendiculaire au Plan Geometral, ou bien au Tableau, ou bien au Plan Vertical, sur l'un de ses Plans, ou de leurs paralleles, quand le Soleil est hors du Plan du Tableau.

Planche 33. 55. Fig.

NOus supposerons ici que le lieu du Soleil dans le Tableau, où tous ses Rayons paralleles aboutissent est T, que le point de la déclinaison de ses Rayons est M, sur la Ligne Horizontale DD, & que le point de l'inclinaison des mêmes Rayons est I, sur la Ligne Verticale VQ, ce que nous marquerons toûjours par les mêmes lettres, pour n'être pas obligez de le repeter davantage.

Cela étant supposé, il faut du point où la ligne proposée coupe l'un de ces Plans tirer la ligne de conduite d'ombre, qui doive servir pour l'apparence de l'ombre de la ligne proposée, & autant de fois que cette ligne de conduite d'ombre rencontrera quelqu'un des mêmes Plans, conduisez la ligne d'ombre depuis la rencontre du nouveau Plan sur le même Plan, selon les Regles precedentes, & terminez cette ligne d'ombre par la rencontre d'un Rayon tiré du point T par l'autre extremité de la ligne proposée.

Pour trouver par exemple sur le Plan Geometral l'apparence de l'ombre de la ligne CE, qui est perpendiculaire à ce Plan, tirez par le point E, où elle rencontre le Plan Geometral, & par le point M de la déclinaison des Rayons du Soleil, la ligne d'ombre EF, que vous terminerez en F par le Rayon TF, tiré du lieu du Soleil dans le Tableau T, par l'extremité C de la ligne proposée CE, dont l'ombre sur le Plan Geometral sera par consequent EF.

Pareillement pour trouver sur le même Plan Geometral l'apparence de l'ombre de la ligne GH, qui le rencontre à angles droits au point H, tirez par ce point H, & par le point M, la ligne d'ombre HL, & la terminez en L, par le Rayon TL, tiré du point T par l'extremité G de la ligne GH, de sorte que la ligne HL sera l'ombre de la ligne GH, & la ligne LF par consequent l'ombre de la ligne GC qui étant l'apparence d'une ligne perpendiculaire au Tableau, l'apparence FL de son ombre doit tendre au point principal V, *par Reg.* 2. ce qui peut donner quelque abregé dans la pratique.

Pour trouver sur le Plan Geometral & sur le Plan de Profil

PR

PR du Solide parallelepipede BQ, l'apparence de l'ombre de la ligne NO, qui est perpendiculaire au Plan Geometral, tirez par le point N, où cette ligne coupe le Plan Geometral, & par le point M de la déclinaison des Rayons du Soleil la ligne de conduite d'ombre NP, & du point P, où elle rencontre le Plan de profil, élevez sur ce Plan la ligne PR perpendiculaire au Plan Geometral, que vous terminerez en R par le Rayon TR tiré du lieu du Soleil dans le Tableau T, par l'extremité O de la ligne proposée NO, & le point R sera l'ombre du point O, qui doit terminer celle de la ligne NO, tellement que l'ombre de la ligne NO sera composée de la partie NP sur le Plan Geometral, & de la partie PR sur le Plan de profil. Planche 35. 55. Fig.

Pour trouver sur le Plan de profil KS l'apparence de l'ombre de la ligne 12, qui le coupe à angles droits au point 2, tirez par ce point 2, & par le point de l'inclinaison des Rayons du Soleil I, l'ombre 2Z, que vous terminerez en Z, en tirant du point du lieu du Soleil dans le Tableau T, par l'extremité 1 de la ligne proposée 12, le Rayon TZ, & le point Z sera l'ombre de cette extremité 1, & la ligne 2Z sera l'ombre de la ligne BN, sur le Plan de Profil KS. Ainsi des autres.

PRATIQUE XXV.

Trouver sur un Plan incliné l'apparence d'un point élevé au dessus du Plan Geometral, lorsque le Soleil est hors du Plan du Tableau.

POur trouver sur le Plan incliné CEFG, qui coupe le Plan Geometral par la ligne CE, l'apparence de l'ombre du Point Q, dont l'assiete est R, élevez les deux Plans de Profil CENO, AHKL à telle distance qu'il vous plaira l'un de l'autre, & du Plan incliné CEFG, pourvû qu'ils le puissent couper, en sorte que les Sections soient par exemple CE, FG. Tirez du point M de la déclinaison des Rayons du Soleil par le point R, la droite MR, qui étant prolongée donne ici sur la ligne CE le point Y, & sur la ligne AH, le point X, qui n'étant pas du Plan incliné CEFG, on en doit élever la ligne à plomb X2, qui donnera sur la commune Section FG, le point 2, par lequel & par le point Y, vous tirerez la droite Y2, qui sera la ligne de conduite de l'ombre de la ligne QR sur le Plan incliné CEFG : c'est pourquoy si par le point donné Q, & par le lieu du Soleil dans le Tableau T, l'on tire le Rayon TZ, on aura en Z sur la ligne Y2, qui est sur le Plan incliné CEFG, l'apparence de l'ombre du point proposé Q. 56. Fig.

SCOLIE.

Planche 33. 56. Fig.

Il eſt évident, que ſi la ligne MR ne rencontroit pas les baſes AH, CE, des Plans de Profil AHKL, CENO, ou bien ſi le Rayon TQ ne rencontroit pas la ligne de conduite d'ombre Y2, l'ombre du point Q ne tomberoit pas ſur le Plan incliné CEFG.

Il eſt évident auſſi que le point S, qui eſt déterminé par le Rayon TP, ſur la ligne MR prolongée, eſt l'apparence de l'ombre du point P ſur le Plan Geometral, & la ligne SY l'apparence de l'ombre d'une partie de la ligne PQ ſur le Plan Geometral, comme la ligne YZ eſt l'apparence de l'ombre d'une partie de la même ligne PQ ſur le Plan incliné CEFG. J'ay dit une partie, parce que l'apparence de l'ombre du point P tombe hors du Plan incliné CEFG, puiſque le Rayon TP coupe la ligne YZ hors de ce Plan.

Enfin il eſt évident que l'on peut aiſément par le moyen de cette pratique & de la precedente, trouver l'apparence d'une ligne à plomb ou inclinée, d'une Surface droite ou inclinée, & d'un Corps élevé à plomb, ou incliné à l'Horizon, ſur quelque Plan que ce ſoit, pourvû qu'on ait l'aſſiete de cette Ligne, de cette Surface, ou de ce Corps : car par le moyen de ces Aſſietes, on pourra trouver les apparences des lignes droites, ou courbes, ſoit perpendiculaires à l'Horizon, ou inclinées, ſoit en l'air ou appuyées ſur quelque Corps, & par conſequent des Surfaces qui ſont bornées de lignes, & des Corps qui ſont bornez de Surfaces, quand mêmes le Soleil ſeroit dans le Plan du Tableau, quoique dans ce cas les points M, T, I, s'évanoüiſſent, comme nous allons faire voir plus particulierement par quelques exemples dans les Pratiques ſuivantes.

PRATIQUE XXVI.

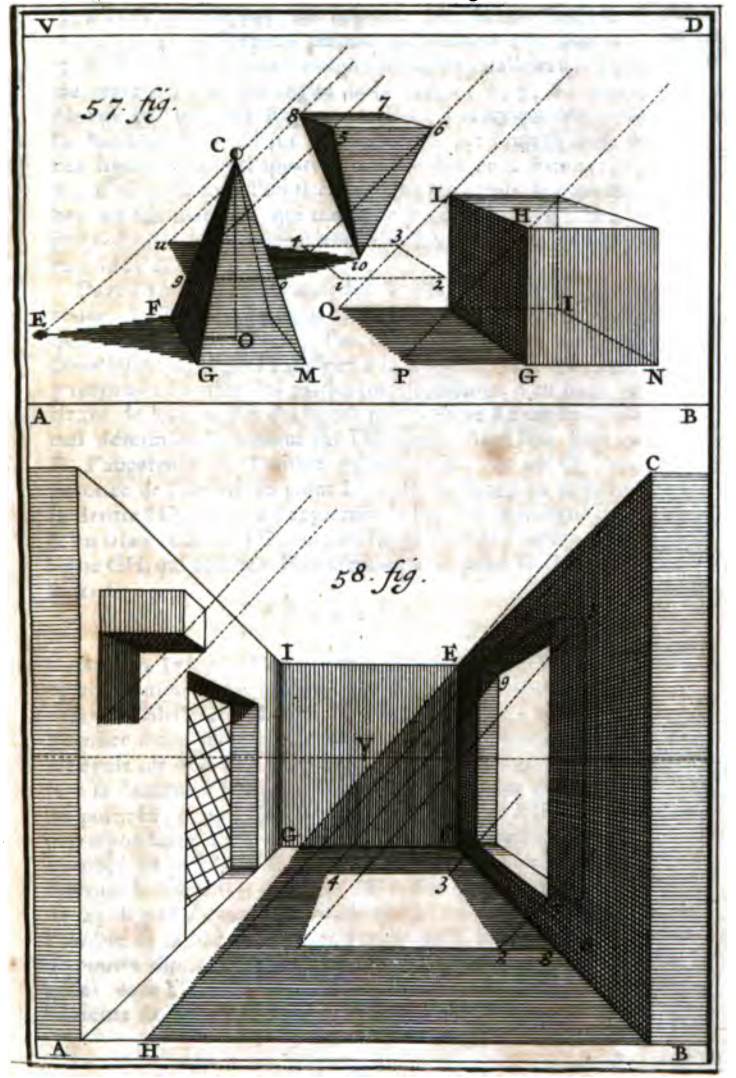
Trouver l'apparence de l'ombre d'un Corps ſur le Plan Geometral, lorſque le Soleil eſt dans le Plan du Tableau.

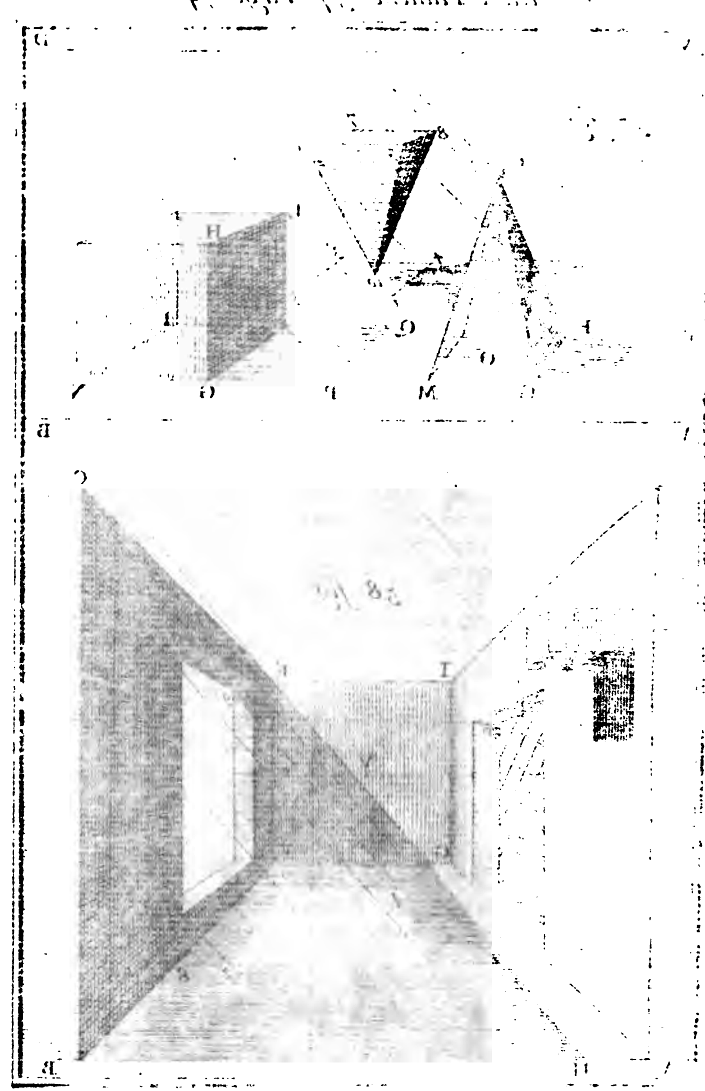
Planche 34. 57. Fig.

POur trouver l'apparence de l'ombre de la Pyramide FGMC, dont le ſommet C a ſon aſſiete au point O, tirez par ce point O la droite OE, parallele à la Ligne de terre AB, & par le ſommet C, la ligne CE parallele au Rayon du Soleil, qui détermine ſa hauteur ſur l'Horizon, & le point E, où cette ligne CE rencontre la parallele OE, ſera l'apparence de l'ombre du ſommet C, ſur le Plan Geometral, & il n'y aura plus qu'à joindre la ligne EF, qui repreſentera l'ombre de la ligne inclinée CF, & pareillement la ligne EG, qui ſera l'apparence de l'ombre de la ligne inclinée CG, &c.

Pour trouver l'apparence de l'ombre de la Pyramide 5, 6,

7, 8,


V
D
57. fig.
C
8
7
6
5
L
H
u
4
3
10
9
1
2
F
Q
I
E
O
G
M
P
G
N
A
B
C
58. fig.
I
E
9
V
G
4
3
A
H
B



7, 8, 10, qui s'appuye sur sa pointe 10, & dont l'assiete est 1, 2, 3, 4, qui répond perpendiculairement à sa Base 5, 6, 7, 8, l'on tirera de tous les angles des lignes paralleles à la Ligne de terre AB, & des angles de la Base 5, 6, 7, 8, qui est élevée en l'air, des Rayons paralleles à celuy qui détermine la hauteur du Soleil sur l'Horizon, & par l'intersection de ces lignes on aura l'apparence de l'ombre de la Base 5, 6, 7, 8, c'est pourquoy l'on tirera de tous les points de cette ombre au sommet 10, qui touche le Plan Geometral, des lignes droites qui representeront l'ombre des côtez de la Pyramide, & tout sera fait. Planche 34. 57. Fig.

Pareillement pour trouver sur le Plan Geometral l'apparence de l'ombre du Cube GNHLK, dont l'assiete est le quarré perspectif GNIK, l'on tirera de tous les angles de cette assiete des lignes paralleles à la Ligne de terre AB, pour y terminer l'ombre des parties correspondantes d'en haut, en tirant de leurs angles des lignes paralleles au Rayon du Soleil qui détermine sa hauteur sur l'Horizon. Ainsi l'on aura en P l'apparence de l'ombre du point H, & en Q l'apparence de l'ombre du point L, c'est pourquoy en joignant la droite PQ, on aura l'apparence de l'ombre de la ligne HL, & en tirant la droite PG, on aura l'apparence de l'ombre de la ligne GH, qui touche le Plan Geometral au point G. Ainsi des autres.

SCOLIE.

Dans la Pratique l'on trouvera plusieurs abregez pour la representation de ces ombres: car si l'on suppose que la hauteur du Soleil sur l'Horizon soit de 45 degrez, auquel cas l'ombre d'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, luy est égale sur ce Plan, il n'y aura qu'à faire la ligne GP égale à la hauteur GH, pour avoir en P l'apparence de l'ombre du point H, & pareillement la ligne KQ égale à la hauteur correspondante KL, pour avoir en Q la representation de l'ombre du point L, & ainsi des autres. Et quand on voudra que le Soleil soit élevé sur l'Horizon plus ou moins que de 45 degrez, ayant pris telle longueur qu'on voudra pour l'ombre de la hauteur la plus proche de la Ligne de terre, on pourra diminuer les ombres des autres hauteurs plus éloignées de la Ligne de terre, comme nous avons diminué ces hauteurs dans la *Prat.* 13.

PRATIQUE XXVII.

Trouver sur le Plan Geometral l'apparence de l'ombre d'un Objet percé à jour, quand le Soleil est dans le Plan du Tableau.

Planche 34. 58. Fig.

POur trouver sur le Plan Geometral la figure 1, 2, 3, 4, qui est la lumiere du Soleil, qui passe par la Fenêtre 5, 7, 9, de la muraille BCEF, dont l'ombre sur le Plan Geometral soit BFGH, & sur le Plan de front EFGI, soit EFG; tirez par le point 6, qui est l'assiete du point 5, la ligne 6, 1, parallele à la Ligne de terre AB, & tirez par le point 5, le Rayon 5, 1, qui étant parallele à celuy du Soleil, qui détermine sa hauteur sur l'Horizon, donnera sur la ligne de front 6, 1, l'apparence de l'ombre du point 5 en 1. Pareillement tirez du point 8, qui est l'assiete du point 7, la ligne de front 8, 2, que vous terminerez au point 2, qui sera l'ombre du point 7, en tirant par ce point 7 un Rayon parallele au precedent. Ainsi des autres.

PRATIQUE XXVIII.

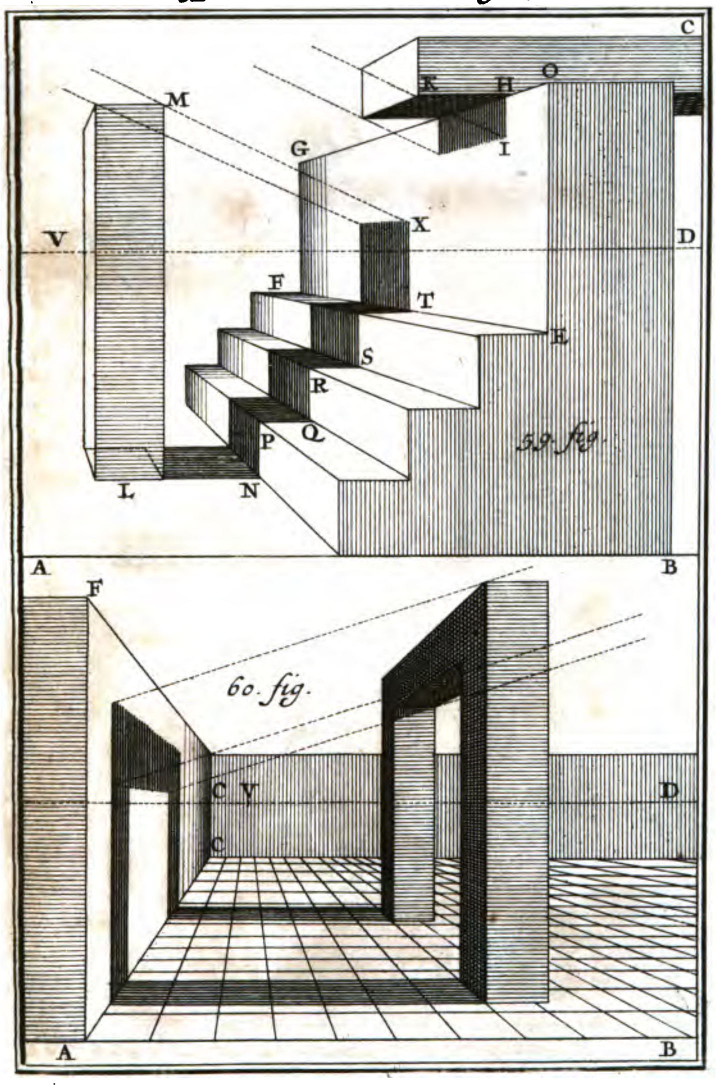
Representer en Perspective les ombres qui prennent les Figures des Plans sur lesquels elles donnent.

Planche 35. 59. Fig.

CEtte sorte d'ombre est aisée à trouver par ce qui a été dit dans la *Prat.* 24. c'est pourquoy nous l'expliquerons ici en peu de lignes. Pour donc trouver l'ombre de la Poutre CK sur le Plan de Profil EFGO, abaissez du point H, où la Poutre touche ce Plan, la ligne à plomb HI, que vous terminerez en I, par le Rayon KI, tiré de l'extremité K par le lieu du Soleil dans le Tableau, si le Soleil est hors du Plan du Tableau, ou parallele à la ligne d'inclinaison des Rayons du Soleil, c'est à dire à la ligne qui détermine sa hauteur sur l'Horizon, s'il est dans le Plan du Tableau, comme nous le supposons ici, & alors le point I sera l'apparence de l'ombre du point K sur le Plan de Profil EFGO, &c.

Pour trouver l'ombre du Solide LM sur les marches ou degrez qui sont à côté, on marquera premierement son ombre sur le Plan Geometral, & du point N, où elle coupe la Base de la premiere marche on élevera la ligne à plomb NP, & par le point P l'on tirera la ligne de front PQ: & pareillement on élevera du point Q la ligne à plomb QR, pour tirer par le point R, la ligne de front RS, & ainsi ensuite jusqu'à

la


C
O
K
H
M
I
G
X
V
D
F
T
E
S
R
Q
P
59. fig.
L
N
A
B
F
60. fig.
C
V
D
C
A
B

O

N

D

T

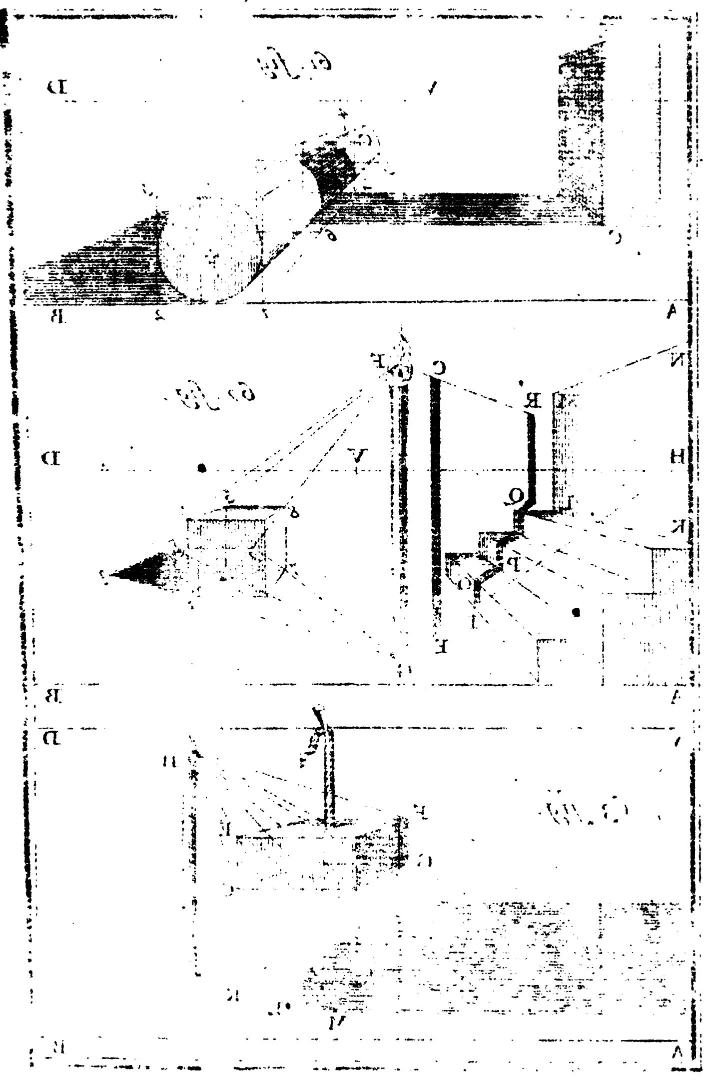
F

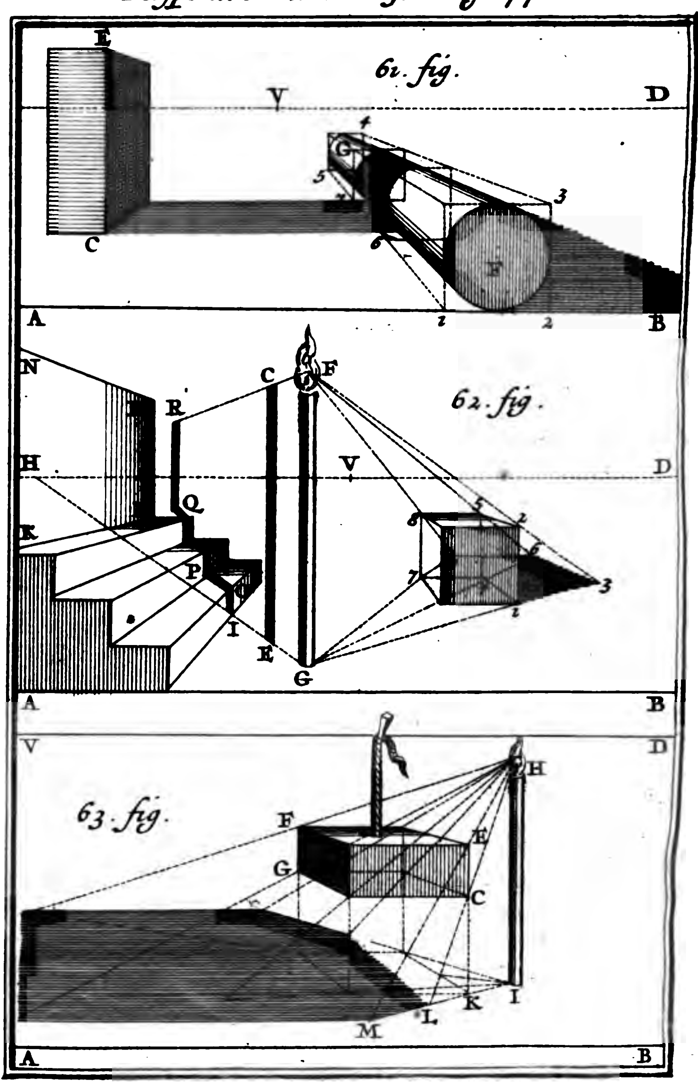
G

L

B

A




61. fig.
E
V
D
4
G
5
3
C
6
F
A
1
2
B
N
C
F
62. fig.
R
H
V
D
Q
5
2
8
K
6
P
7
3
1
I
E
G
A
B
V
D
H
63. fig.
F
E
G
C
K
I
L
M
A
B

la perpendiculaire TX, qui se terminera en X par le Rayon du Soleil MX, &c. Planche 35. 60. Fig.

C'est de la même façon que l'on trouvera sur la muraille ACEF, l'apparence de l'ombre d'un Portique, ou d'une Porte, & il ne faut que regarder la figure pour le comprendre, en vous souvenant que quand il faudra representer l'ombre d'une figure courbe, comme d'une arcade, il faudra trouver l'ombre de plusieurs points des deux lignes courbes qui la bornent, & le nombre n'en sçauroit être trop grand pour la justesse de l'operation, & arrondir avec discretion tous les points d'ombre, qui appartiendront à une même ligne courbe, tout de même qu'on le pratique quand on la veut mettre en Perspective.

Mais il y a un peu plus de difficulté à marquer l'apparence de l'ombre d'un Solide, qui passe par dessus une colonne couchée sur le Plan Geometral, ce que l'on pourra faire en cette sorte.

Pour marquer l'apparence de l'ombre que le Parallelepipede CE jette sur le Cylindre ou Colonne FG, qui est couché sur le Plan Geometral, & dont la Base F étant vûë de front se represente par un Cercle, *par Theor.* 2. Ayant trouvé sur le Plan Geometral l'ombre du Solide CE, & ayant décrit autour du Cylindre FG, le Prisme ou Parallelepipede 1, 2, 3, 4, 5, dont les deux Bases opposées 1, 3, & 4, 5, étant circonscrites autour de deux Cercles, seront des quarrez parfaits, élevez des deux points 6, 7 où l'ombre du Corps EC coupe ce Prisme, des lignes perpendiculaires au Plan Geometral, que vous terminerez à la face superieure du Prisme circonscrit, & sur lesquelles vous décrirez des quarrez pour y inscrire des Cercles, dont les circonferences borneront sur la Surface du Cylindre FG, l'ombre du Solide CE, &c. Planche 36. 61. Fig.

Pratiques des Ombres d'une petite lumiere.

Comme le Soleil est infiniment plus grand que les Corps d'ici bas, & qu'il en est extrémement éloigné, ses Rayons peuvent être considerez comme paralleles entre eux, & les Ombres des Corps qui sont tres-petits à l'égard de ce grand Astre, ne se peuvent pas diminuer sensiblement, si ce n'est quand on les met en Perspective. Il n'en est pas de même des Ombres d'une petite lumiere, comme d'une Chandelle, pour être tres-petite à l'égard des Objets, & assez proche pour pouvoir produire une Ombre qui aille en augmentant. Cette ombre sera facile à décrire sur quelque Plan que ce soit par ce qui a été dit du Soleil, c'est pourquoy nous en donnerons seulement ici quelques exemples.

PRATIQUE XXIX.

Trouver l'apparence de l'Ombre d'un point exposé à une Chandelle.

Planche 36. 62. Fig.

POur trouver sur le Plan Geometral l'apparence du point 2 exposé à la Chandelle F, dont l'Assiete est G, que nous appellerons *Pied de lumiere*, tirez de ce Pied de lumiere G, par l'assiete 1, du point donné 2, la ligne de conduite d'ombre 1, 3, que vous terminerez au point 3, par le Rayon F3 tiré de la lumiere F par le point donné 2, dont l'ombre sera par consequent au point 3, & la ligne 1, 3, sera l'ombre de la ligne perpendiculaire 1, 2, qui touche le Plan Geometral au point 1.

Pareillement pour trouver sur le même Plan Geometral, l'apparence de l'ombre du point 5, dont l'assiete est le point 4, tirez par ce point 4, & par le pied de lumiere G, la ligne de conduite d'ombre 4, 6, & la terminez en 6, par la ligne F6, tirée de la lumiere F par le point 5, dont l'ombre sera par consequent au point 6, & la ligne 4, 6, sera l'apparence de l'ombre de la ligne à plomb 4, 5; ce qui fait que la ligne 3, 6, est l'apparence de la ligne 2, 5, & que par consequent la Surface 1, 3, 6, 4, est l'apparence de l'ombre du Plan 1, 2, 5, 4. C'est de la même façon que l'on marquera les ombres des autres Plans qui bornent le Cube 1, 2, 8, 7, &c.

Pour trouver l'apparence de l'ombre du point C, qui est exposé à la même chandelle F, menez de l'assiete G de la lumiere F, par l'assiete E du point donné C, une ligne de conduite d'ombre, que vous continuerez sur le Plan Geometral jusqu'à ce qu'elle rencontre la Ligne Horizontale HD, en quelque point, comme en H, au cas qu'elle ne luy soit pas parallele, & quand cette ligne rencontrera un Plan perpendiculaire au Geometral, comme ici, où elle rencontre la premiere marche au point I, remontez-la jusqu'à ce qu'ayant rencontré de nouveau un autre Plan parallele au Geometral, comme ici le dessus de la premiere marche au point O, tirez par ce point O, au même point H, la ligne OP jusqu'à ce qu'elle rencontre la seconde marche en P, d'où vous éleverez une seconde perpendiculaire, & ainsi successivement jusqu'à la perpendiculaire QR, qui se rencontre ici hors du Plan de Profil KLMN. Enfin tirez de la lumiere F par le point donné C, le Rayon FC, qui donnera sur la perpendiculaire QR, le point R, qui sera l'apparence de l'ombre du point donné

C sur le Plan KLMN, s'il étoit continué, & la ligne EIOP, &c. sera l'apparence de l'ombre de la ligne perpendiculaire CE sur le Plan Geometral, & sur les marches. Planche 36. 62. Fig.

PRATIQUE XXX.

Trouver sur un Plan incliné l'apparence de l'ombre d'un point exposé à une petite lumiere.

POur marquer sur le Plan incliné CEFG, qui coupe le Plan Geometral par la ligne CE, l'apparence de l'ombre du point Q, qui est exposé à la lumiere T, dont le Pied est M, considerez ce Pied M, comme le point de la déclinaison des Rayons du Soleil, & la lumiere T comme le lieu du Soleil dans le Tableau, aprés quoy ce Probléme se resoudra comme dans la *Prat.* 25. Planche 35. 56. Fig.

PRATIQUE XXXI.

Trouver à la lumiere d'une chandelle l'ombre d'un Corps élevé en l'air.

POur trouver sur le Plan Geometral l'apparence de l'ombre du Corps CEFG, qui est suspendu en l'air, & qui est éclairé de la chandelle H, dont le pied ou l'assiete est I, on marquera l'apparence de l'ombre de chacun de ses points ou Angles Solides, comme il a été enseigné dans la *Prat.* 29. Ainsi pour trouver l'apparence de l'ombre du point C, dont l'assiete est K, tirez de la lumiere H par le point C, le Rayon HL, & du pied de lumiere I, par l'assiete K, la ligne IK, & le point L de la rencontre de ces deux lignes sera l'apparence de l'ombre du point C. Pareillement pour trouver l'ombre du point E, dont l'assiete est le même point K tirez par le point E, & par le centre de la lumiere H, le Rayon HM, & du pied de lumiere I, par l'assiete K, la ligne IM, & le point M, où ces deux lignes s'entrecoupent, sera l'ombre du point E, & la ligne LM par consequent l'ombre de la ligne CE. Ainsi des autres. Planche 36. 63. Fig.

SCOLIE.

Il semble qu'en suite de ce que nous avons dit de la Perspective ordinaire, nous devrions ici traiter de la *Perspective curieuse*, qui enseigne à faire paroître une figure difforme,

Planche. 36. 63. Fig. avec toutes ses proportions, étant regardée d'un certain point, ou bien étant vûë par Reflexion sur la Surface polie d'un Cylindre, ou d'un Cone: mais comme cette sorte de Perspective dépend de la *Catoptrique*, qui traite de la Reflexion, & mêmes de la *Dioptrique*, qui traite de la Refraction, dont nous n'avons pas donné les principes dans ce Cours de Mathematique, nous remettrons à en parler dans nos Recreations Mathematiques & Physiques.

FIN.



TABLE

TABLE

Des Titres contenus dans la Perspective.

THEOR.

PROBLEMES.

PERSPECTIVE PRATIQUE.

DES ELEVATIONS

OU DE LA SCENOGRAPHIE.

PRAT.

DES OMBRES.

Pratiques des Ombres Solaires.

PRAT.

Pratiques des Ombres d'une petite lumiere.

Fin de la Table des Titres.

TABLE

Des termes expliquez dans la Perspective.

Pers-